

УДК 519.865

**Качурівська Г.М.,**  
**к.ф.-м.н., доцент кафедри інформаційних технологій**  
**та вищої математики,**  
**Відокремлений підрозділ НУБіП України**  
**«Бережанський агротехнічний інститут»**

## ОПТИМІЗАЦІЯ ПРИБУТКУ ПІДПРИЄМСТВА В УМОВАХ ОБМЕЖЕНОСТІ ЕНЕРГОРЕСУРСІВ

**Постановка проблеми.** Підвищення ефективності аграрного виробництва ставить нові вимоги до творчого потенціалу фахівців у напрямі вирішення завдань мінімізації енергетичних, фінансових та сировинних ресурсів, а водночас максимізації прибутку підприємства. Успіх роботи підприємства у великій мірі залежить від надійності забезпечення енергоресурсами. Форс-мажорні обставини можуть привести до обмеження енергоресурсів підприємства, що у свою чергу призведе до необхідності їх оптимального використання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанням наукового обґрунтування і практичного застосування критеріїв ефективності споживання ресурсів виробництва присвячені дослідження багатьох авторів, які розглядають різні моделі оптимізації споживання енергоресурсів, економічні показники ефективності, проблеми оптимального розподілу дефіцитних енергоресурсів, умови і механізми забезпечення ефективного споживання ресурсів. Цієї проблематики стосуються дослідження Бусарєва Д.В., Герасимчука І.С., Мітраховича М.М. [6], Лежнюка П. Д. [5], Сердюка Б.М., Турченка Д.К. [8], Шевченка В.С. [7] та ін. Зокрема у праці [8] проаналізовано економіко-математичні методи та моделі, які використовуються з метою оптимізації розподілу ресурсів енергетичних підприємств, у [7] описано методіку вирішення двокритеріальної задачі розподільчого типу, а у [1] подано алгоритм розподілу енергоресурсів з резервного джерела по категоріях споживачів з накладанням додаткових вимог.

**Постановка завдання.** Метою статті є моделювання розподілу обмежених енергетичних ресурсів між структурними підрозділами підприємства для отримання максимального прибутку, що є основою тактичної організації роботи підприємства.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Підприємство виступає як споживач енергії. Дана енергія розподіляється між структурними підрозділами підприємства, які проводять випуск певної продукції. Реалізація продукції формує дохід підприємства. Якщо сумарна енергетична потужність підрозділів підприємства може бути забезпечена загальною енергетичною системою до якої приєднане підприємство, то проблеми розподілу ресурсів не постає.

При форс-мажорних ситуаціях для надійності роботи підприємства можуть використовуватися джерела резервного живлення.

Припустимо, що сумарні потреби підрозділів перевищують потужності резервного джерела.

У праці [1] розглянуто роботу джерела резервного живлення з точки зору мінімізації затрат на виробництво енергії. Даний розподіл не завжди забезпечує отримання максимально прибутку. Тому при моделюванні роботи в умовах обмеженості енергоресурсів паралельно потрібно розв'язувати задачу максимізації прибутку при мінімальних затратах на виробництво та вибирати оптимальний розподіл енергії.

Розв'язання даної проблеми зводиться до відшукування розв'язку задачі лінійного програмування розподільного типу [2; 4].

Якщо сумарні потужності споживачів перевищують потужність джерела, то дана система є незбалансованою. Для відшукування розв'язку задачі необхідно провести балансування потужностей. Для балансування системи введемо фіктивне джерело  $a_1$ , яке постачає недостачу енергії.

При моделюванні задачі затрати та прибутки будемо вимірювати в у.о на одиницю потужності [3].

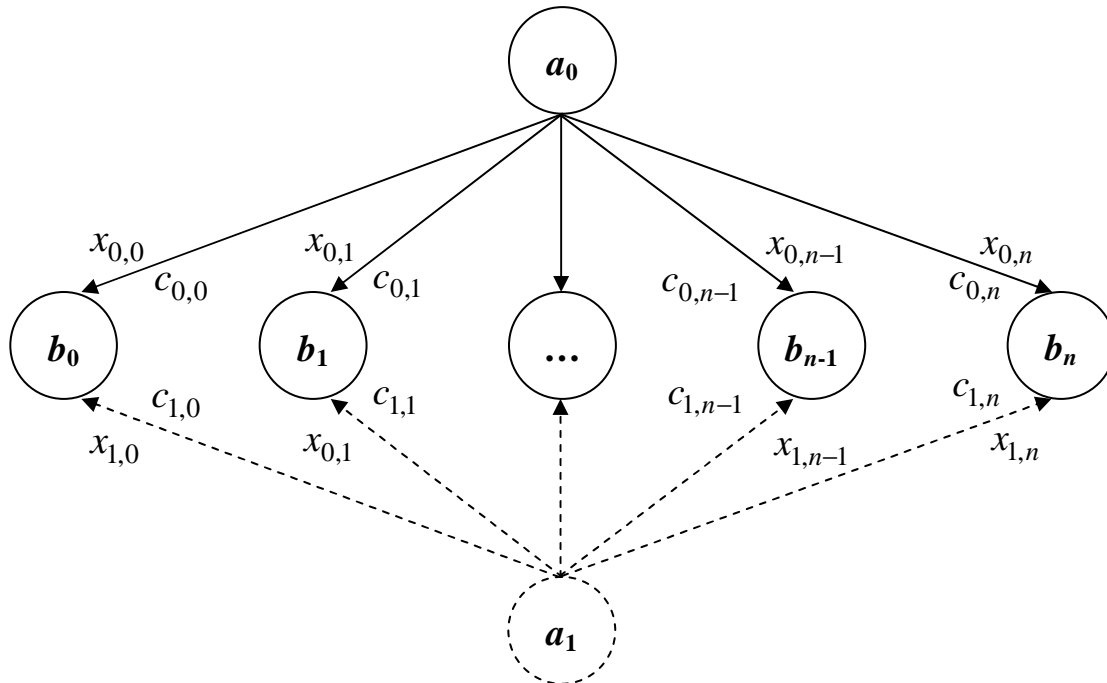
Затрати на виробництво енергії фіктивним джерелом  $a_1$  позначимо через  $CZ_{1,j}$  та визначимо їх рівними нулю, а затрати на виробництво енергії фактичним джерелом  $a_0$  відповідному споживачеві – через  $CZ_{0,j}$ , де  $j=0, 1, \dots, n$ . У результаті ми отримаємо матрицю затрат

$$CZ = \begin{pmatrix} CZ_{0,0} & CZ_{0,1} & \dots & CZ_{0,n-1} & CZ_{0,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

у якій перший рядок – це фактичні, а другий рядок – фіктивні затрати.

Оскільки у нас є два джерела постачання енергії  $a_0$  та  $a_1$ , то числові показники передачі потужностей до споживачів для першого джерела позначимо через  $X_{0,j}$ , а для другого (фіктивного) позначимо через  $X_{1,j}$ , де  $j = 0, 1, \dots, n$ .

Схематично математичну модель даної збалансованої системи можна подати наступним чином (рис.1).



**Рис. 1. Граф розподілу потужностей фактичного і фіктивного джерел**

*Джерело: власна розробка автора*

Цільова функція затрат має такий аналітичний запис

$$fz(x, c) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^n x_{i,j} \cdot CZ_{i,j}. \text{ Розв'язок даної моделі зводиться до знаходження}$$

мінімуму функції при обмеженнях, що визначаються кількостями енергії, необхідними підрозділам підприємства.

При знаходженні розв'язку відбудеться перерозподіл потужностей споживання між фактичним та фіктивним джерелами при мінімізації затрат на виробництво енергії. З нового розподілу визначаємо споживачів, які отримують потужності з фіктивного джерела, що дає змогу, виходячи з позиції мінімізації затрат, визначити кого з користувачів слід відключити на певний період від резервного джерела енергії.

Аналогічно, доходи виробництва при живленні від фіктивного джерела  $a_1$  позначимо через  $CP_{1,j}$  та визначимо їх рівними нулю, а доходи виробництва енергії від фактичного джерела  $a_0$  до відповідного споживача – через  $CP_{0,j}$ , де  $j = 0, 1, \dots, n$ . У результаті ми отримаємо матрицю доходів

$$CP = \begin{pmatrix} CP_{0,0} & CP_{0,1} & \dots & CP_{0,n-1} & CP_{0,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Цільова функція доходу має такий аналітичний запис

$$fp(x, CP) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^n x_{i,j} \cdot CP_{i,j}. \text{ Розв'язок такої моделі зводиться до знаходження}$$

максимуму даної функції при обмеженнях, що визначаються кількостями енергії, які необхідні підрозділам.

Даний розв'язок, в свою чергу, приведе до перерозподілу потужностей споживання між фактичним та фіктивним джерелами і визначить користувачів, що будуть відключені від резервного джерела енергії на певний час.

Очевидним є той факт, що не завжди мінімум затрат на виробництво енергії призведе до максимального доходу підприємства. Тому, для визначення оптимального розподілу, слід знайти різницю між функцією доходу та затрат при розподілах, які мінімізують затрати та максимізують дохід.

Розглянемо детально реалізацію описаної вище концепції на прикладі. Розрахунки проводяться в системі MathCAD.

Нехай у підприємстві знаходяться такі сім цехів із споживаними потужностями відповідно.

$$b := ( 55 \quad 75 \quad 60 \quad 100 \quad 90 \quad 40 \quad 80 ) \quad b := b^T$$

Дослідження будемо проводити для тридцяти точок з різними потужностями (параметр t).

$$k := 30 \quad t := 0 .. k$$

Формуємо масив фактичних  $a_{0,t}$  та фіктивних  $a_{1,t}$  потужностей.

$$a_{0,t} := \sum b - t \cdot 10$$

$$a_{1,t} := \text{if} \left( a_{0,t} < \sum b, \sum b - a_{0,t}, 0 \right)$$

Масив досліджуваних потужностей має значення.

$$a =$$

	0	1	2	3	4	5	...	...	...	25	26	27	28	29	30
0	500	490	480	470	460	450	...	...	...	250	240	230	220	210	200
1	0	10	20	30	40	50	...	...	...	250	260	270	280	290	300

Додаткові параметри

$$M := \text{rows} ( a ) \quad N := \text{rows} ( b ) \quad i := 0 .. M - 1 \quad j := 0 .. N - 1$$

### Частина 1. Мінімізація затрат.

Матриця затрат.

$$cz := \begin{pmatrix} 1.2 & 1.0 & 1.4 & 1.1 & 1.1 & 1.2 & 1.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Цільова функція затрат

$$fz(x) := \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} cz_{i,j} x_{i,j} \quad (1)$$

Початкова матриця розподілу потужностей  $x_{i,j} := 0$

Розв'язок задачі лінійного програмування будемо проводити за допомогою розв'язуючого блоку Given та функції Minimize.

Формуємо розв'язуючий блок та систему обмежень на змінні.

Given

Визначаємо умови постачання потужностей до споживачів

$$\sum_j x_{0,j} = a_{0,t} \quad \sum_j x_{1,j} = a_{1,t}$$

Визначаємо умови постачання енергії до споживача  $b_i$  від джерел енергії  $a_0$  та  $a_1$ .

$$x_{0,0} + x_{1,0} = b_0 \quad x_{0,1} + x_{1,1} = b_1$$

$$x_{0,2} + x_{1,2} = b_2 \quad x_{0,3} + x_{1,3} = b_3$$

$$x_{0,4} + x_{1,4} = b_4 \quad x_{0,5} + x_{1,5} = b_5$$

$$x_{0,6} + x_{1,6} = b_6$$

Формуємо обмеження на розрахункові потужності  $x_{ij}$ .

$$x_{0,0} \geq 0 \quad x_{0,4} \geq 0 \quad x_{1,0} \geq 0 \quad x_{1,4} \geq 0$$

$$x_{0,1} \geq 0 \quad x_{0,5} \geq 0 \quad x_{1,1} \geq 0 \quad x_{1,5} \geq 0$$

$$x_{0,2} \geq 0 \quad x_{0,6} \geq 0 \quad x_{1,2} \geq 0 \quad x_{1,6} \geq 0$$

$$x_{0,3} \geq 0 \quad x_{1,3} \geq 0$$

Розв'язок системи

$$\text{solz}_t := \text{Minimize} (fz, x)$$

Розподіл потужностей у крайніх точках

$$\text{solz}_{0,0} = \begin{pmatrix} 55 & 75 & 60 & 100 & 90 & 40 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{solz}_{k,0} = \begin{pmatrix} 0 & 75 & 0 & 100 & 0 & 0 & 25 \\ 55 & 0 & 60 & 0 & 90 & 40 & 55 \end{pmatrix}$$

## Частина 2. Максимізація доходу.

Матриця доходів

$$cp := \begin{pmatrix} 1.2 & 1.3 & 1.5 & 1.4 & 1.2 & 1.2 & 1.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Цільова функція

$$fp(x) := \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} cp_{i,j} x_{i,j} \quad (2)$$

Початкова матриця розподілу потужностей  $x_{1i,j} := 0$

Умови постачання енергії до споживача  $b_i$  від джерел енергії  $a_0$  та  $a_1$  а також обмеження на розрахункові потужності  $x_{ij}$  такі ж, як і в Частині 1.

Розв'язок системи

$$\text{solp}_t := \text{Maximize} (fp, x1)$$

Розподіл потужностей у крайніх точках

$$\text{solp}_{0,0} = \begin{pmatrix} 55 & 75 & 60 & 100 & 90 & 40 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{solp}_{k,0} = \begin{pmatrix} 0 & 40 & 60 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 55 & 35 & 0 & 0 & 90 & 40 & 80 \end{pmatrix}$$

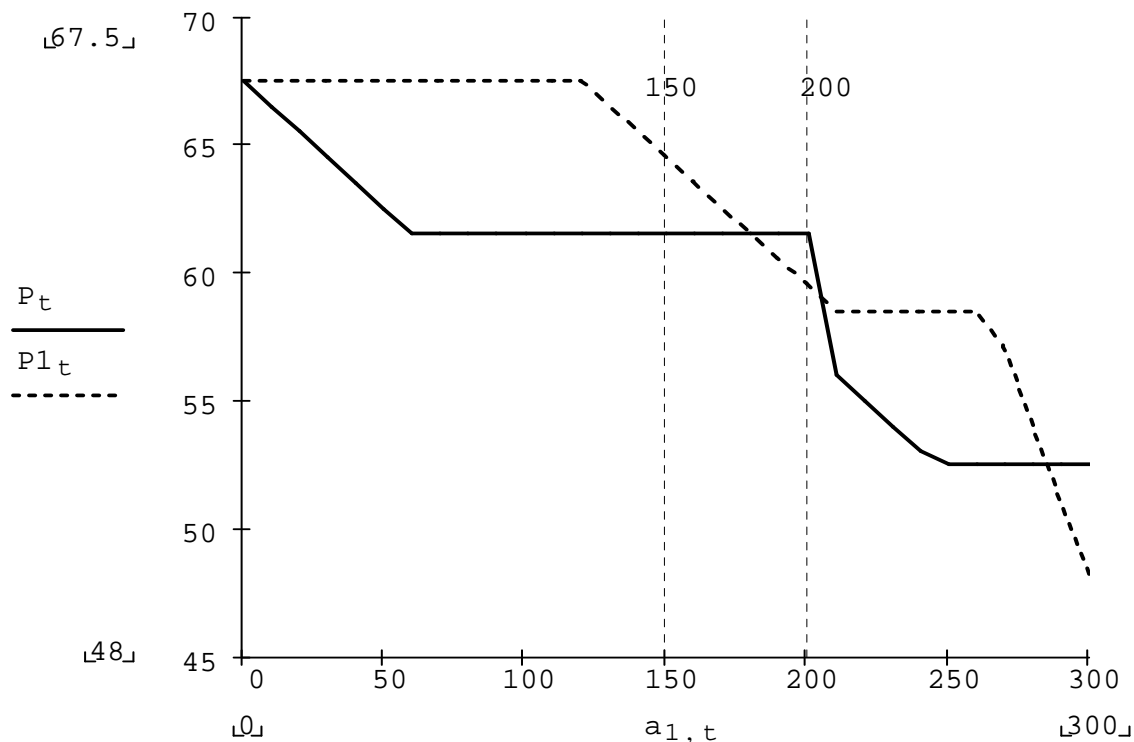
Формуємо функції прибутку підприємства за критерієм мінімізації затрат.

$$P_t := fp(\text{solz}_t, 0) - fz(\text{solz}_t, 0)$$

Формуємо функції прибутку підприємства за критерієм максимізації доходу.

$$P1_t := fp(\text{solp}_t, 0) - fz(\text{solp}_t, 0)$$

Графічне зображення даних функцій наступне (рис. 2). Крива прибутку підприємства за критерієм мінімізації затрат (P) відображається суцільною лінією, а крива прибутку підприємства за критерієм максимізації доходу (P1) відображається пунктирною лінією.



**Рис 2. Графічне зображення функцій затрат та доходів**

*Джерело: власна розробка автора*

Наприклад, при дефіциті енергоресурсу у 150 од. доцільніше скористатися моделлю (2), оскільки за її застосування отримаємо більший прибуток, якщо ж дефіцит складатиме, скажімо, 200 од., то оптимальною моделлю буде модель (1). Перетини графіків цільових функцій визначають точки, у яких застосування моделі (1) чи (2) буде рівноцінним і дасть однакову величину прибутку..

**Висновок з проведеного дослідження.** Дана модель дає можливість проаналізувати можливість розподілу енергоресурсів для забезпечення максимального прибутку підприємства.

Зауважимо, що моделі оптимізації прибутку підприємства не враховують жодних додаткових вимог щодо розподілу електроенергії певним пріоритетним категоріям споживачів, тому дана робота має перспективи для подальшого дослідження і застосування.

#### **Бібліографічний список**

1. Бунько В.Я. Модель оптимізації роботи джерела резервного живлення / В.Я. Бунько, Г.М. Качурівська, В.О. Качурівський // Енергетика і автоматика. – 2013. № 2. – С. 43–48.

2. Вітлінський В.В. Моделювання економіки : навч. посібник / В.В. Вітлінський. – К. : КНЕУ, 2005. – 408 с.
3. Іноземцев Г.Б. Математичне моделювання та оптимізація систем електропостачання у сільському господарстві / Г.Б. Іноземцев, В.В. Козирський. – К. : Видавничий центр НУБіП України, 2010. – 144 с.
4. Кучма М.І. Математичне програмування: приклади і задачі : навчальний посібник / М.І. Кучма – Львів: «Новий Світ-2000», 2006. – 344 с.
5. Лежнюк П. Д. Принцип найменшої дії в задачах оптимізації електроенергетичних систем / П. Д. Лежнюк, В. В. Кулик, В. В. Нетребський // Технічна електродинаміка: Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – Ч. 3. – 2006. – С. 35–41.
6. Мітрахович М.М. Методика розрахунку основних показників енергоефективності підприємства [Електронний ресурс] / М.М. Мітрахович, І.С. Герасимчук. – Режим доступу: [http://www.bwgc.ru/portal/natural/Nt/2009\\_3/20.pdf](http://www.bwgc.ru/portal/natural/Nt/2009_3/20.pdf).
7. Селезньова О.О. Дослідження двокритеріальної транспортної задачі / О.О. Селезньова., В.С. Шевченко // Матеріали III всеукраїнської науково-практичної конференції «Інформаційні технології і автоматизація – 2010», Одеса, 14 – 15 жовтня 2010г. : Сборник докладов, 2010. – С. 49–50.
8. Турченко Д.К. Оцінка ефективності економіко-математичного моделювання процесів управління енергоресурсами / Д.К. Турченко // Наукові праці ДонНТУ. Серія: економічна. – 2013. Випуск 32. – С. 154–157.

#### Анотація

*Проведено економіко-математичне моделювання розподілу обмежених енергетичних ресурсів між структурними підрозділами підприємства з метою отримання максимального прибутку. Дану модель сформульовано як задачу математичного програмування розподільчого типу. Проаналізовано функцію прибутку з точки зору максимізації доходу та мінімізації енерговитрат. Для розрахунків числових характеристик та побудови графіків застосовано систему автоматизованого проектування MathCad. Розроблена модель може бути застосована для розподілу не лише енергетичних, а й довільних обмежених ресурсів підприємства.*

**Ключові слова:** підприємства, моделювання, оптимізаційна модель, енергоресурси, прибуток.

#### Аннотация

*Осуществлено экономико-математическое моделирование распределения ограниченных энергетических ресурсов между структурными подразделениями предприятия с целью получения максимальной прибыли. Данную модель сформулировано как задачу математического программирования распределительного типа. Проанализировано функцию прибыли с точки зрения максимизации дохода и минимизации энергозатрат. для вычисления числовых характеристик и построения графиков использовано систему автоматизированного проектирования MathCad. Разработанная модель может быть применена для распределения не только энергетических, но и произвольных ограниченных ресурсов предприятия.*

**Ключевые слова:** предприятия, моделирование, оптимизационная модель, энергоресурсы, прибыль.

#### Annotation

*An economic-mathematical modeling of the allocation of limited energy resources between departments of the company in order to maximize profits. This model is formulated as a mathematical programming problem distribution type. Analyzed the function of profit in terms of maximizing revenue and minimizing energy consumption. To calculate the numerical descriptions and charting system used automated designing MathCad. The model can be used for distribution of not only energy, but also arbitrary limited resources company.*

**Key words:** enterprise, modeling, optimization model, energy, profits.