

## МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

УДК 006.91 + 531.7

*Пожидаєв С. П.*

### УТОЧНЕННЯ ПОНЯТТЯ МОМЕНТУ СИЛИ В МЕХАНІЦІ

*Отримано уточнене визначення моменту сили. Його застосування усуває суперечність у Міжнародній системі одиниць SI. Встановлено, що одиницею моменту сили є Н·м/рад, а одиницею кінематичного передавального числа, яке пов'язує значення сили й моменту від неї, м/рад. Показано, що поняття «плече сили» не стосується визначення моменту сили.*

**Ключові слова:** Міжнародна система одиниць SI, енергія, робота, момент сили, крутний момент, формула розмірності.

*Только противоречие стимулирует развитие науки.*

*Его надо подчеркивать, а не замазывать.*

*П. Л. Капица*

**Постановка проблеми в загальному вигляді** Для ідентифікації тієї чи іншої фізичної величини застосовують її назву, одиницю й формулу розмірності. Останню можна розглядати як скорочений еквівалент визначення фізичної величини. Кожній фізичній величині відповідає одна й тільки одна формула розмірності, незалежно від того, в яких одиницях вимірюють фізичну величину. Отже, формула розмірності фізичної величини є її формалізованим ідентифікаційним параметром, своєрідним аналогом молекули ДНК у біології. Проте в механіці є низка фізичних величин з однаковими формулами розмірності. Одними з них є момент сили (крутний момент) і енергія (або робота, далі слово «робота» інколи опускатимемо). Їхні формули розмірності мають один і той самий вигляд [1, с. 16, 18; 2, с. 80]:

$$L^2MT^{-2}, \quad (1)$$

де L, M, T – умовні позначення розмірностей, відповідно довжини, маси й часу.

Однак фізичний зміст величин «момент сили» й «енергія» принципово різний, внаслідок чого збіг їх формул розмірності має бути неможливим. Це ознака суперечності, яка є в механіці (і, як наслідок, у Міжнародній системі одиниць SI) через наявність якоїсь помилки. Суперечність можна продемонструвати на елементарному прикладі. Припустимо, що крутний момент, одиницею якого згідно з Міжнародною системою одиниць SI є ньютон-метр (Н·м), повертає деяке тіло на кут, що вимірюють у радіанах. Помноживши значення крутного моменту й кута, сподіваємося визначити механічну роботу, яку виконав крутний момент. Проте отримуємо значення невідомої фізичної величини, одиницею якої є Н·м·рад. Це суперечить Міжнародній системі одиниць SI, у якій одиницею механічної роботи є Н·м (спеціальна назва – джоуль). Це означає, що Міжнародна система одиниць SI внутрішньо суперечлива, тобто недосконала.

Суперечність руйнує цілісну систему природних співвідношень між фізичними величинами. Зовсім різні величини, як бачимо, мають однакові формули розмірності, а

фізично однакові величини при цьому можуть мати різні формули. У першому випадку виникає формальна підстава для прирівнювання, додавання або віднімання фізично різних величин, що неприпустимо. А у другому випадку виникає неправомірною заборона теорії розмірностей на ці дії, що може ставити поза законом навіть фундаментальні наукові співвідношення.

Неприпустимим є і можливий конфлікт між результатами розрахунків, виконаних різними методами. Наприклад, у праці [3, с. 27–30], спираючись на наявні правила обчислення механічної роботи й моментів сил, виконано енергетичний і силовий розрахунок еластичного колеса. Отримано абсурдний результат – енергетичний ККД колеса виявляється більшим одиниці. Тобто колесо нібито може бути джерелом дармової енергії – вічним двигуном.

Оскільки поняття енергії й моменту сили є одними з основних у механіці, то суперечність між ними не можна залишати без уваги. Вважаючи поняття енергії коректним, можна припустити, що причиною суперечності є недосконалість поняття моменту сили.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** За три століття до нашої ери Архімед звернув увагу на фізичну величину, що дорівнює добутку сили на її плече [4, с. 21]. Завдяки своїй простоті й самоочевидності ця величина, звана нині моментом сили, протягом більше ніж двох тисячоліть ні в кого не викликала сумнівів і до сьогодні вважається незаперечною істиною.

У XIX столітті сформульовано закони збереження енергії й імпульсу. І тут виявилось, що одиниця механічної енергії така сама, як і одиниця моменту сили, у сучасних термінах – ньютон-метр. Це був сигнал про конфлікт між старими й новими уявленнями. Давно відоме поняття моменту сили не вписалося в систему понять нових законів. Проте ця обставина нікого не насторожила. На той час у механіці існувало багато розрізнених емпіричних понять. До відкриття законів збереження енергії й імпульсу вони існували як самостійні та самодостатні, але після відкриття згаданих законів втратили цей статус. Тепер їх треба було розглядати як наслідки з законів збереження, перевірити на відсутність суперечностей з цими законами, а в разі потреби – й привести у відповідність до них. Але так не сталося. Емпіричні поняття й нині продовжують існувати нарівні з науково обґрунтованими поняттями законів збереження. Внаслідок цього, за словами відомого фізика, лауреата Нобелівської премії Р. Фейнмана, «... *наші фізичні теорії, закони фізики – безліч окремих частин і шматків, які погано поєднані між собою. Фізика ще не перетворилася на єдину конструкцію, де кожна частина – на своєму місці. Поки що маємо безліч деталей, які важко прилаштувати одна до одної*» [5, с. 31]. Це зокрема й стало причиною конфлікту між поняттями енергії та моменту сили. Але нікому з науковців не спало на думку проаналізувати його. Замість наукового аналізу конфлікту його вирішили просто прибрати геть з очей, надавши одиниці енергії (роботи) спеціальну назву джоуль.

Отже, Архімедове визначення моменту сили дійшло до нашого часу практично у первісному вигляді: «*алгебраїчним моментом сили відносно центра (точки) називається взятий з відповідним знаком добуток модуля сили на плече. Плече сили відносно центра – це найкоротша відстань (перпендикуляр) між наявним центром і лінією дії сили*» [6, с. 66].

Проте конфлікт між поняттями енергії й моменту сили залишився. Можна припустити, що він є наслідком деякої некоректності Архімедового визначення моменту сили – одного з перших камінців мозаїки наукової картини світу. Цей камінець міг бути покладений трохи не так, як того потребує сучасна наукова картина світу.

**Метою статті** є вирішення суперечності між поняттями енергії (роботи) й моменту сили, що проявляється в збігу їх формул розмірності.

**Виклад основного матеріалу.** Припускаємо, що потрібно сформулювати визначення і встановити фізичний зміст деякої до цього часу не вивченої фізичної величини, яка називається моментом сили  $M_O$  і про яку відомо лише те, що вона повинна характеризувати обертальний ефект від впливу сили  $\vec{F}$  на деяке тіло. За відправне положення візьмемо відоме поняття механічної роботи, яке вважатимемо первинним, базовим. Поняття моменту сили будемо вважати вторинним, підпорядкованим поняттю механічної роботи. Шукати поняття моменту сили будемо «на кінчику пера» дедуктивним способом, спираючись на принцип можливих переміщень і найзагальніших фізичних та геометричних міркувань.

Оскільки момент сили  $M_O$  покликаний характеризувати обертальний ефект від впливу сили  $\vec{F}$  на деяке тіло, то елементарна механічна робота  $\delta W$ , виконана силою  $\vec{F}$  під час повертання тіла на деякий можливий кут  $\delta\alpha$ , може бути подана як робота моменту  $M_O$ :

$$M_O \delta\alpha = \delta W. \quad (2)$$

Звідси випливає, що під моментом сили треба розуміти похідну від механічної роботи  $\delta W$  по куту повороту тіла  $\delta\alpha$ :

$$M_O = \frac{\delta W}{\delta\alpha}. \quad (3)$$

Одиницею моменту сили, визначеного за співвідношенням (3), є Н·м/рад.

Проте у Міжнародній системі одиниць SI одиницею моменту сили є Н·м, що не узгоджується з отриманою з закону збереження енергії одиницею. Це є неспростовним доказом того, що з позицій закону збереження енергії Архімедове визначення моменту сили й положення системи одиниць SI, що впливають з нього, не є коректними.

Щоб отримати визначення моменту сили, яке спирається на поняття сили  $\vec{F}$ , розглянемо таку ситуацію. На точку  $A$  тіла, яке може обертатися навколо точки  $O$ , діє деяка сила  $\vec{F}$ , внаслідок чого згадана точка отримує у напрямі дії сили деяке можливе прямолінійне переміщення  $\delta s$ , яке супроводжується повертанням тіла на кут  $\delta\alpha$ . Визначимо момент  $M_O$ , який потрібно прикласти до тіла, щоб зрівноважити дію сили  $\vec{F}$ . Згідно з принципом можливих переміщень умову рівноваги тіла може бути записано у вигляді:

$$M_O \delta\alpha - F \delta s = 0, \quad (4)$$

де  $F$  – модуль сили  $\vec{F}$ .

З (4) випливає таке співвідношення, яке встановлює взаємозв'язок між силою і моментом від неї у загальному випадку:

$$M_O = F \frac{\delta s}{\delta\alpha}. \quad (5)$$

Воно принципово відрізняється від розрахункового співвідношення, що впливає з наведеного вище класичного визначення моменту сили. Фізичний зміст відношення  $\delta s / \delta\alpha$  – це кінематичне передавальне число між можливим *прямолінійним* переміщенням  $\delta s$  точки прикладання сили (у напрямі дії сили) і можливим кутовим переміщенням тіла  $\delta\alpha$ , одиницею цього числа є м/рад. Зі співвідношення (5), як і з (3), випливає, що одиницею моменту сили є Н·м/рад, а не Н·м.

Спираючись на співвідношення (5), визначення моменту сили можна уточнити так: *алгебраїчним моментом сили відносно центра (точки) називається взятий з відповідним*

знаком добуток модуля сили на кінематичне передавальне число, що дорівнює відношенню можливого елементарного прямолінійного переміщення  $\delta s$  точки прикладання сили, спрямоване у напрямі дії сили, до відповідного йому можливого елементарного кута повертання тіла  $\delta\alpha$ .

У разі векторного визначення поняття моменту сили необхідно обумовлювати, що модуль вектора, проведеного з точки  $O$  до сили  $\vec{F}$ , кількісно дорівнює згаданому вище кінематичному передавальному числу.

Формула розмірності моменту сили (5), складена відповідно до відомих співвідношень теорії розмірностей, має вигляд:

$$L^2MT^{-2}1^{-1}, \quad (6)$$

де 1 – розмірність кута, її також можна записувати у вигляді  $L^0$ .

Формула (6) принципово відрізняється від формули розмірності енергії (1): в ній є ще й розмірність кута – одиниця (в мінус першому степені). Отже, формули розмірності (1) і (6) не збігаються. Суперечність між формулами розмірностей енергії (роботи) й моменту сили у Міжнародній системі одиниць SI усунуто.

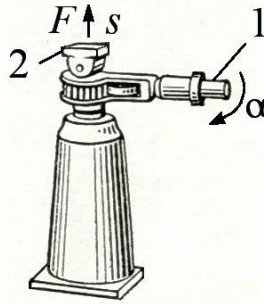
Необхідно звернути увагу й на таку обставину. В теорії розмірностей не прийнято відображати в формулі розмірності позначення безрозмірністних величин, наприклад «1» або « $L^0$ ». Вважаємо це некоректним. Адже складові частини формули розмірностей – це не просто арифметичні співмножники, що дають змогу без наслідків опустити множник «1» або « $L^{-1}$ ». Це перелік позначень основних і додаткових одиниць, які беруть участь у формуванні тієї чи іншої похідної одиниці. Вони також вказують на те єдине співвідношення, в якому основні та додаткові одиниці перебувають між собою в похідній одиниці. Тому опускати множник « $L^{-1}$ » у формулі (6) не можна – при цьому з формули зникає інформація про наявність у ній одиниці кута (радіана), формула розмірності стає навіть менш інформативною, ніж одиниця моменту сили (Н·м/рад).

Як уже вказувалося, співвідношення (5) характеризує взаємозв'язок між силою і моментом від неї у загальному випадку. Припустимо, наприклад, що маємо довільний ідеальний пристрій, який перетворює енергію обертального руху на механічну роботу поступального руху або навпаки. Це може бути якість встановлене на осі тверде тіло, гвинтовий домкрат чи прес, рейкова передача, лебідка, лебідка з поліспастром, колесо з еластичною шиною тощо. Якщо відомо значення кінематичного передавального числа  $\delta s/\delta\alpha$  такого пристрою, то співвідношення між крутним моментом і силою на його вході та виході може бути однозначно встановлено за допомогою виразу (5). У разі істотно неідеального пристрою необхідно буде додатково врахувати його коефіцієнт корисної дії.

Розглянемо застосування співвідношення (5) стосовно трьох окремих випадків.

**Перший випадок.** Від важеля 1 на гвинт домкрата передається деякий крутний момент – рисунок 1. Під час повертання гвинта на кут  $\alpha = 2\pi$  рад (один оберт) п'ята 2 домкрата піднімається на відстань  $s = L$ , де  $L$  – крок гвинта, м. Згідно зі співвідношенням (5) теоретична підймальна сила  $F$  домкрата (без врахування сил тертя у парах «гайка–гвинт–п'ята») дорівнює:

$$F = M_o : \left(\frac{s}{\alpha}\right) \equiv M_o : \left(\frac{L}{2\pi}\right). \quad (7)$$



**Рисунок 1.** До визначення підйимальної сили  $F$  гвинтового домкрата

**Другий випадок.** До точки  $A$  абсолютно твердого тіла, яке може обертатися навколо точки  $O$ , прикладено силу  $\vec{F}$  – рисунок 2. Оскільки тіло абсолютно тверде, то еюра можливих переміщень точок лінії  $OA$ , які спостерігаються під час повертання тіла на можливий елементарний кут  $\delta\alpha$ , буде лінійною (пунктир від центру повороту  $O$  до кінця вектора  $\delta A$ ). Завдяки цьому будуть справедливими співвідношення:

$$\delta A = b \cdot \operatorname{tg}(\delta\alpha) = \frac{h}{\cos\beta} \operatorname{tg}(\delta\alpha) \quad (8)$$

$$\delta s = \delta A \cdot \cos\beta = h \cdot \operatorname{tg}(\delta\alpha), \quad (9)$$

де  $b$  – відстань від точки обертання  $O$  до точки  $A$ , м;  
 $h$  – відстань від точки обертання  $O$  до лінії дії сили  $\vec{F}$ , м.

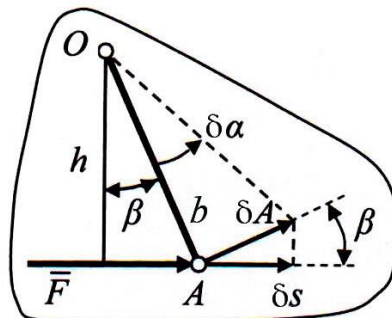
З урахуванням того, що за нескінченно малих значень кута  $\delta\alpha$  число  $\operatorname{tg}(\delta\alpha)$  дорівнює куту  $\delta\alpha$ , кінематичне передавальне число дорівнює, м/рад:

$$\frac{\delta s}{\delta\alpha} = h \frac{\operatorname{tg}(\delta\alpha)}{\delta\alpha} = h. \quad (10)$$

Зі співвідношення (10) випливають такі висновки:

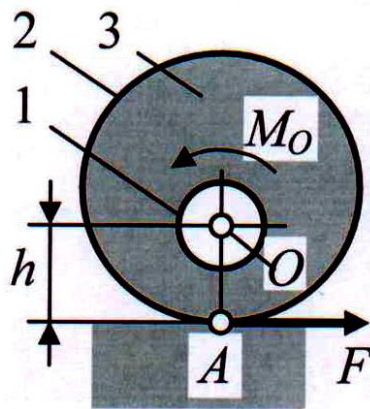
- у разі абсолютно твердого тіла кінематичне передавальне число  $\delta s / \delta\alpha$  кількісно дорівнює плечу сили  $h$ , саме ця обставина протягом більше ніж двох тисячоліть створювала ілюзію коректності Архімедового визначення моменту сили;
- проте одиницею кінематичного передавального числа є м/рад, тому застосування у цій ролі поняття «плече сили  $h$ », одиницею якого є метр, неправомірне.

Якщо момент, утворений силою  $\vec{F}$  відносно точки  $O$ , визначати як добуток модуля сили на плече  $h$ , то отримане число кількісно буде правильним, але за своєю фізичною сутністю – неправильним. Бо його одиницею буде ньютон-метр, коректний стосовно поняття механічної роботи, але не до поняття моменту сили.



**Рисунок 2.** До визначення можливого поступального переміщення  $\delta s$  точки  $A$

**Третій випадок.** На сучасних самохідних машинах високої прохідності широко застосовують колеса з високоеластичними шинами низького й наднизького тиску – рисунок 3. Для з'ясування основних закономірностей роботи такого колеса скористаємося його ідеалізованою моделлю [7], яка складається з маточини 1, бігової доріжки 2 і еластичних боковин 3. На маточину колеса діє деяке нормальне навантаження, не показане на рисунку. Під його впливом маточина дещо зміщується вниз, внаслідок чого відстань  $h$  від центра  $O$  маточини до опорної поверхні стає меншою, ніж радіус колеса. До точки  $A$  бігової доріжки 2 прикладено деяку дотичну силу  $F$ , яка утворює на маточині крутний момент  $M_O$ . Необхідно встановити, яка фізична величина пов'язує між собою дотичну силу  $F$  і момент  $M_O$ .



**Рисунок 3.** Схематичне зображення колеса з високоеластичною шиною

Через еластичність боковин 3 не можемо стверджувати, що епюра лінійних переміщень  $\delta_s$  точок шини, розташованих уздовж її перетину  $OA$ , є лінійною, як на рисунку 2, справедливому для абсолютно твердого тіла (у праці [3, с. 41] показано, що ця епюра є істотно нелінійною). Отже, для вирішення цього завдання співвідношення (8) і (9) непридатні.

Визначимо кінематичне передавальне число еластичного колеса інакше. Під час руху колеса кожна окрема точка бігової доріжки 2 описує відносно центра  $O$  колеса деяку траєкторію, довжина якої, що спостерігається під час повертання колеса в площині його обертання на кут  $\alpha = 2\pi$  рад (один оберт колеса), дорівнює  $s$ . Отже, шукане кінематичне передавальне число дорівнює  $s/2\pi$ . Воно характеризує властивості еластичного колеса як механізму, що перетворює підведений до маточини крутний момент  $M_O$  на дотичну силу  $F$  бігової доріжки чи навпаки.

Буксування чи проковзування колеса відносно дороги не впливає на значення кінематичного передавального числа. Воно є одним і тим самим як під час буксування колеса на місці, так і під час руху колеса по дорозі без буксування. Тому співвідношення між дотичною силою  $F$  бігової доріжки й моментом  $M_O$  на маточині еластичного колеса в обох цих випадках однаково – воно дорівнює  $s/2\pi$ .

Для оцінювання довжини траєкторії  $s$  можна скористатись експериментально визначеним шляхом  $L$ , який долає колесо за один оберт без ковзання відносно дороги (наприклад, у веденому режимі):  $s \cong L$ . Отже, згідно зі співвідношенням (5), теоретична дотична сила  $F$  бігової доріжки еластичного колеса дорівнює:

$$F = M_O : \left( \frac{s}{\alpha} \right) \cong M_O : \left( \frac{L}{2\pi} \right) \cong M_O : r_k, \quad (11)$$

де  $r_k$  – величина, яка в теорії кочення колеса називається радіусом кочення без ковзання (пункти 27 і 38 стандарту [8]), одиницею цього радіуса є м/рад.

Як бачимо, плече  $h$ , на якому сила  $F$  діє відносно центра  $O$ , не належить співвідношенню (11). Це означає, що згадане плече не має відношення до взаємозв'язку сили  $F$  і моменту  $M$ . Цей взаємозв'язок здійснюється за посередництва кінематичного передавального числа  $s/\alpha$ , роль якого в цьому разі відіграє радіус кочення (11).

Якщо ж момент, утворений силою  $F$  відносно точки  $O$ , визначати за наявними сьогодні правилами (як добуток модуля сили на плече  $h$ ), то отриманий результат буде неправильним як кількісно, так і за своєю фізичною сутністю.

Кількісно неправильним він буде тому, що величина  $h$  може бути на (15...25) % меншою, ніж радіус кочення без ковзання [7, с.13], а це призведе до отримання абсурдних результатів – колесо ніби як перетвориться на джерело невичерпної енергії – вічний двигун [3, с. 27–30]. А за фізичною сутністю результат буде неправильним тому, що його одиницею буде ньютон-метр, не коректний стосовно поняття моменту сили.

Цей приклад вказує на переважну сьогодні в науково-технічній літературі помилку, яка полягає в застосуванні під час силових розрахунків колісних рушіїв висоти  $h$  розташування центра  $O$  колеса від опорної поверхні, званої динамічним радіусом  $r_d$  колеса [9; 10].

Причому деякі небайдужі до наукової істини фахівці давно наголошували на неправомірності застосування динамічного радіуса в теорії кочення еластичних коліс [7; 8; 11; 12]. У пункті 38 державного стандарту [8] навіть окремим рядком прописано вимогу визначати дотичну силу колеса  $F$  як частку від ділення підведеного до колеса крутного моменту  $M$  на радіус кочення колеса без ковзання, а не на динамічний радіус.

Однак автори праць [7; 8; 11; 12] не змогли переконати науково-технічну спільноту в своїй правоті. В теорії кочення продовжує переважати динамічний радіус, необхідність застосування якого «очевидно» впливає з некоректного Архімедового визначення моменту сили й некритично застосовуваного принципу затвердіння еластичного колеса.

Уточнене ж визначення моменту сили дає змогу виявити помилку в теорії кочення буквально як двічі по два:

а) у формулі (5) у разі її застосування для еластичного колеса замість кінематичного передавального числа  $\delta s/\delta\alpha$  можна застосовувати той і тільки той радіус колеса, одиниця якого така сама, як і у згаданого числа – м/рад;

б) таку одиницю має тільки радіус кочення, отже, в цьому разі потрібно застосовувати тільки цей радіус (взятий згідно з вимогою пункту 38 стандарту [8], без врахування ковзання колеса).

Треба також звернути увагу на разючу єдність законів природи, яка проявилася в ідентичності виразів (7) і (11), що стосуються конструктивно зовсім різних технічних пристроїв.

**Висновки.** Архімедове визначення моменту сили не вписується в систему понять закону збереження енергії. Воно конфліктує з цими поняттями. Отже, з позицій згаданого закону Архімедове визначення моменту сили є некоректним.

Із закону збереження енергії випливають такі положення:

- момент сили – це перша похідна від механічної роботи по куту повертання тіла, відповідно з чим одиницею моменту сили є Н·м/рад, а не Н·м, як прописано в Міжнародній системі одиниць SI;

- це уточнення усуває суперечність у нинішній Міжнародній системі одиниць SI, яка проявляється у збігові формул розмірності енергії (роботи) і моменту сили;

- момент сили дорівнює добутку модуля сили на кінематичне передавальне число, яке дорівнює відношенню можливого елементарного прямолінійного переміщення точки

прикладання сили, що відбувається у напрямі дії сили, до відповідного йому можливого елементарного кута повертання тіла.

Значення кінематичного передавального числа у разі абсолютно твердого тіла кількісно дорівнює плечу сили, що протягом більше ніж двох тисячоліть створювало ілюзію коректності Архімедового визначення моменту сили.

Проте одиницею кінематичного передавального числа є м/рад. Тому поняття «плече сили», одиницею якого є метр, не має відношення до визначення моменту сили.

Врахування викладених у цій роботі результатів потребує відповідних уточнень Міжнародної системи одиниць SI й окремих розділів фізики, механіки та інших технічних дисциплін.

## ЛІТЕРАТУРА

1. ДСТУ 3651.1–97 Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення. – К.: Держстандарт України, 1998. – 62 с.
2. Хантли Г. Анализ размерностей. – М.: Мир, 1970. – 126 с.
3. Пожидаев С.П., Трояновская И.П., Шкаровский Г.В. Некоторые вопросы теории движения самоходных машин и агрегатов. – К.: АграрМедіаГруп, 2016. – 412 с.
4. История механики с древнейших времен до конца XVIII века / Под общ. ред. А.Т. Григорьяна, И.Б. Погребыского. – М.: Наука, 1971. – 298 с.
5. Фейнман Р. Характер физических законов. – М.: Мир, 1968. – 232 с.
6. Теоретична механіка / За ред. акад. НААН В.М. Булгакова. – К.: Аграрна наука, 2014. – 560 с.
7. Петрушов В.А., Шуклин С.А., Московкин В.В. Сопrotивление качению автомобилей и автопоездов. – М.: Машиностроение, 1975. – 224 с.
8. ГОСТ 17697–72 Автомобили. Качение колеса. Термины и определения. – М.: Госстандарт, 1972. – 24 с.
9. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
10. Кутьков Г.М. Тракторы и автомобили: теория и технологические свойства. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 506 с.
11. Шабаров А.А. Отдельные вопросы процесса равномерного качения ведущего пневматического колеса // Исследование ходовых систем колесных тракторов. – Труды НАТИ. – Вып. 212. – М., 1971. – С. 3–30.
12. Гришкевич А.И. Автомобили. Теория. – Минск: Высшая школа, 1986. – 207 с.

**Пожидаев С. П.**

### **УТОЧНЕНИЕ ПОНЯТИЯ МОМЕНТА СИЛЫ В МЕХАНИКЕ**

*Получено уточненное определение понятия момента силы. Его применение устраняет противоречие, существующее в Международной системе единиц SI. Установлено, что единицей момента силы является Н·м/рад, а единицей кинематического передаточного числа, связывающего значения силы и момента от нее, является м/рад. Показано, что понятие «плечо силы» не имеет отношения к определению момента силы.*

**Ключевые слова:** *Международная система единиц SI, энергия, работа, момент силы, крутящий момент, формула размерности.*

**S. Pozhydaiev**

### **REFINEMENT OF THE CONCEPT AT THE MOMENT OF FORCE IN MECHANICS**

*A refined definition of the concept at the moment of force is obtained. Its application eliminates the contradiction existing in the International System of Units (SI). It is established that the unit of the force moment is N·m/rad, and the unit of the kinematic transfer ratio, which connects of force and torque, is m/rad. It is shown that the concept of "shoulder strength" has no relation to the determination of the moment of force.*



**Key words:** *International System of Units (SI), energy, work, force moment, torque, dimension.*

Рецензент: Шкарівський Г.В., канд. техн. наук, доцент, Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ

УДК 621.391.83

*Габрук Р. А., Горішна І. Я.*

### **ТРЕНАЖЕРНА СУМІСНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИГНАЛІВ І ФІЛЬТРІВ З УРАХУВАННЯМ ДОДАТКОВИХ ОБМЕЖЕНЬ**

*У цій праці розглянуто методи сумісної оптимізації сигналу та фільтра з урахуванням додаткових обмежень на постійну дозволу за часом, величину втрат у відношенні сигнал/шум та методів оптимізації сигналу й фільтра за фіксованої амплітудної модуляції сигналу, дослідження ефективності яких проаналізовано. Програмно математичну модель знаходження оптимальної пари «сигнал–фільтр» з використанням методу ітерацій реалізовано в середовищі програмування Matlab.*

**Ключові слова:** *радіоелектроніка, сумісна оптимізація, метод ітерацій, постійна дозволу за часом, амплітудна модуляція, відношення сигнал/шум.*

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Наразі авіація не мислима без радарів. Бортова радіолокаційна станція (БРЛС) є одним з найважливіших елементів радіоелектронного обладнання сучасного літального апарата й авіаційного тренажера. Однією з основних проблем радіолокаційних станцій (РЛС) є позбавлення від сигналу, що відбивається від нерухомих об'єктів. Наприклад, для бортових РЛС проблема в тому, що відображення від земної поверхні затіняє всі об'єкти, що лежать нижче літака.

Під сигналом розуміємо будь-яку змінну, яка передає або містить деякий вигляд інформації і яку можна, наприклад, переносити, виводити на екран або виконувати з нею якісь дії. Більшість сигналів, які є в природі, за своєю формою аналогові, що часто означає безперервну зміну в часі, й що описують зміну фізичних величин (наприклад, звукові хвилі). Сигнали, вживані в ЦОС (цифрове оброблення сигналу), зазвичай виходять з аналогових сигналів, що дискретизують через однакові проміжки часу й перетворені в цифровий вигляд.

Оброблення цифрового сигналу [1] зазвичай потрібно для усунення інтерференції або шуму, здобуття спектру даних або перетворення сигналу в зручнішу форму. Індивідуальні характеристики сигналу є функціями його структури за часом і частотою, спектру, розподілу енергії сигналу на частотно-часовій площині, автокореляційних властивостей.

Навіть у разі гостроспрямованого опромінювання цілі від її поверхні відбивається незначна частина випромінюваної енергії. Ще більшою мірою розсіювання енергії проявляється на шляху від цілі до приймальної антени через слабку спрямованість вторинного випромінювання [2]. Сигнали, що надходять, особливо на великих відстанях, виявляються слабкими, й потрібно вжити низку заходів, щоб виділити їх на фоні