УДК 624.011

АЛГОРИТМЫ АППРОКСИМАЦИИ ДЕРЕВЯННЫХ РЕБРИСТЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОРТОТРОПНЫМИ ПЛАСТИНАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

д.т.н., проф. ***Жаданов В.И.,*** *к.т.н., ст. преп.* ***Украинченко Д.А.***
(Оренбургский государственный университет, Россия)
д.т.н., проф. ***Инжутов И.С.*** *(Сибирский федеральный университет, Россия)*

Аннотация

Показана целесообразность оценки напряженно-деформированного состояния совмещенных деревянных ребристых конструкций с учетом их работы в составе пространственной системы здания или сооружения. Предложено ребристые плиты и панели, входящие в состав здания, задавать в виде приведенных ортотропных пластин прямоугольного поперечного сечения. Приведена методика определения жесткостных характеристик таких пластин. Рассмотрены возможные варианты поперечных сечений конструкций – с односторонней или двухсторонними обшивками.

В последние десятилетия в практике отечественного и зарубежного малоэтажного строительства широкое применение получили деревянные панельные конструкции, которые одновременно выполняют несущие и ограждающие функции [1]. Особенностью таких панелей является то, что их основные продольные ребра выполняют роль колонн или балок перекрытий, а обшивки, включенные в общую работу плиты или панели вместе со вспомогательными элементами являются ограждениями зданий и сооружений. Существующие методики расчета совмещенных деревянных изгибаемых плит покрытия (перекрытия) и сжато-изгибаемых панелей стен [2, 3] позволяют достаточно точно оценить их фактическое напряженно-деформированное состояние.

Вместе с тем, такие совмещенные ребристые конструкции превращают строительный объект в цельную пространственную систему, в которой все составные части взаимодействуют между собой, обеспечивая перераспределение усилий между отдельными элементами за счет узловых соединений. Сочетание действующих на здание вертикальных и горизонтальных нагрузок вызывает в конструкциях расчетные усилия. Очевидно, что эти усилия будут существенно отличны от усилий, полученных при рассмотрении отдельно взятых плит или панелей, что необходимо учитывать при исследовании составных элементов пространственной системы. Такой подход позволит наиболее точно оценить фактическое напряженно-деформированное состояние каждой конструкции и, как следствие, повысить эксплуатационную надежность проектируемого объекта в целом. В связи с этим авторы предлагают расчет пространственных систем малоэтажных зданий и сооружений, образованных совмещенными ребристыми конструкциями, производить в три стадии, по принципу многоуровневой декомпозиции дискретно-континуальных систем [4].

На первой стадии здание или конструкция моделируются конечными элементами при их относительно редкой сетке. Плиты и панели, входящие в состав здания, могут быть заданы в виде приведенных ортотропных пластин прямоугольного поперечного сечения, жесткостные характеристики которых авторы предлагают определять по нижеприведенной методике.

Будем полагать, что плита или панель изготовлены в виде перекрестной системы ребер с односторонней, или двухсторонней обшивкой. Число ребер m_{op1}, m_{op2} в каждом из ортогональных направлений должно быть не менее двух, т.е. $m_{op1} \geq 2$, $m_{op2} \geq 2$. Поперечное сечение конструкции показано на рис.1. В продольном направлении структура сечения аналогична.

Пусть высота h_{np} ортотропной пластинки, которой аппроксимируется панель, равна полной высоте ребристой панели. При односторонней обшивке - $h_{np} = h + \delta_ф$, при двухсторонней обшивке - $h_{np} = h + 2\delta_ф$. Величины приведенных моментов инерции поперечного (1-1) и продольного (2-2) сечений I_{1np}, I_{2np} соответственно (рис.1) определим на основе выражений:

- односторонняя обшивка:

$$I_{1np} = m_{op1} \cdot \left(\frac{b_1 \cdot h^3}{12} + b_1 \cdot h \cdot \left(y_0 - \frac{h}{2} \right)^2 \right) + \frac{E_{1ф}}{E_{1д}} \cdot b_{1ф} \cdot \delta_ф \cdot \left(h - y_0 + \frac{\delta_ф}{2} \right)^2, \qquad (1)$$

$$I_{2np} = m_{op2} \cdot \left(\frac{b_2 \cdot h^3}{12} + b_2 \cdot h \cdot \left(y_0 - \frac{h}{2} \right)^2 \right) + \frac{E_{2ф}}{E_{1д}} \cdot b_{2ф} \cdot \delta_ф \cdot \left(h - y_0 + \frac{\delta_ф}{2} \right)^2; \qquad (2)$$

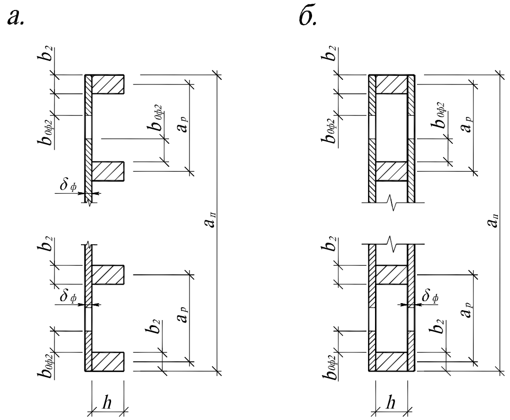

Рис.1. Варианты продольных сечений плит и панелей:
а – с односторонней обшивкой; б – с двухсторонней обшивкой.

- двухсторонняя обшивка:

$$I_{1пр} = m_{op1} \cdot \frac{b_1 \cdot h^3}{12} + 2 \cdot \frac{E_{1ф}}{E_{1д}} \cdot b_{1ф} \cdot \delta_ф \cdot \left(\frac{h + \delta_ф}{2} \right)^2, \qquad (3)$$

$$I_{2пр} = m_{op2} \cdot \frac{b_2 \cdot h^3}{12} + 2 \cdot \frac{E_{2ф}}{E_{1д}} \cdot b_{2ф} \cdot \delta_ф \cdot \left(\frac{h + \delta_ф}{2} \right)^2. \qquad (4)$$

Приведенные модули упругости материала принятой ортотропной пластинки в направлениях x, y определяем из соотношений:

$$\frac{E_{1пр} \cdot h_{пр}^3}{12} = \frac{E_{1д} \cdot I_{1пр}}{b_n}, \quad \frac{E_{2пр} \cdot h_{пр}^3}{12} = \frac{E_{1д} \cdot I_{2пр}}{a_n}. \qquad (5)$$

Таким образом, $$E_{1пр} = \frac{12 E_{1д} \cdot I_{1пр}}{b_n \cdot h_{пр}^3}, \quad E_{2пр} = \frac{12 E_{1д} \cdot I_{2пр}}{a_n \cdot h_{пр}^3}. \qquad (6)$$

Величины $b_{1ф}$ и $b_{2ф}$, равные:

$$b_{1ф} = 2b_{01ф} \cdot \left(m_{op1} - 1 \right) + b_1 \cdot m_{op1} = k_{1об} \cdot \left(b_n - b_1 \cdot m_{op1} \right) + b_1 \cdot m_{op1}, \qquad (7)$$

$$b_{2ф} = 2b_{02ф} \cdot \left(m_{op2} - 1 \right) + b_2 \cdot m_{op2} = k_{2об} \cdot \left(a_n - b_2 \cdot m_{op2} \right) + b_2 \cdot m_{op2}, \qquad (8)$$

характеризуют степень вовлечения обшивки в совместную работу с ребрами, а коэффициенты приведения $k_{1об}$, $k_{2об}$ должны определяться в зависимости от величины шага ребер в ортогональных направлениях, толщины обшивки, величины сжимающего усилия и т.д.

Приведенный модуль сдвига $G_{12пр}$ в ортогональных направлениях определим из следующих соображений.

Будем полагать, что поперечные 1-1 и продольные 2-2 сечения плиты или панели состоят из прямоугольников. Согласно теории Сен-Венана момент инерции i-го прямоугольника при свободном кручении равен:

$$I_{ti} = \beta_i \cdot h_i \cdot b_i^3 \quad , \tag{9}$$

где h_i, b_i - больший и меньший размеры рассматриваемого прямоугольника;

β_i - коэффициент зависящий от отношения h_i/b_i.

Тогда жесткости при кручении панели для сечений 1-1, 2-2 будут равны:

- односторонняя обшивка:

$$\begin{aligned} G_{12} \cdot I_{1t} &= m_{op1} \cdot G_{12д} \cdot \beta_{1д}\left(\frac{h}{b_1}\right) \cdot h \cdot b_1^3 + G_{12д} \cdot \overline{n} \cdot \beta\left(\frac{b_n}{\delta_ф}\right) \cdot \delta_ф^3 \quad , \\ G_{12} \cdot I_{2t} &= m_{op2} \cdot G_{12д} \cdot \beta_{2д}\left(\frac{h}{b_2}\right) \cdot h \cdot b_2^3 + G_{12д} \cdot \overline{n} \cdot \beta\left(\frac{a_n}{\delta_ф}\right) \cdot \delta_ф^3 , \end{aligned} \tag{10}$$

где: $\overline{n} = \dfrac{G_{12ф}}{G_{12д}}$, $\beta\left(\dfrac{b_n}{\delta_ф}\right) \approx \beta\left(\dfrac{a_n}{\delta_ф}\right) = \dfrac{1}{3}$;

- двухсторонняя обшивка:

$$\begin{aligned} G_{12} \cdot I_{1t} &= m_{op2} \cdot G_{12д} \cdot \beta_{1д}\left(\frac{h}{b_1}\right) \cdot h \cdot b_1^3 + 2 \cdot G_{12д} \cdot \overline{n} \cdot \frac{1}{3} \cdot b_n \cdot \delta_ф^3 \quad , \\ G_{12} \cdot I_{2t} &= m_{op2} \cdot G_{12д} \cdot \beta_{2д}\left(\frac{h}{b_2}\right) \cdot h \cdot b_2^3 + 2 \cdot G_{12д} \cdot \overline{n} \cdot \frac{1}{3} \cdot b_n \cdot \delta_ф^3 . \end{aligned} \tag{11}$$

После вынесения $G_{12д}$ за скобки получим:

- односторонняя обшивка:

$$\begin{aligned} G_{12} \cdot I_{1t} &= G_{12д} \cdot \left(m_{op1} \cdot \beta_{1д} \cdot \left(\frac{h}{b_1}\right) \cdot h \cdot b_1^3 + \frac{1}{3} \cdot \overline{n} \cdot b_n \cdot \delta_ф^3 \right) = G_{12д} \cdot I_{1tпр} \quad , \\ G_{12} \cdot I_{2t} &= G_{12д} \cdot \left(m_{op2} \cdot \beta_{2д} \cdot \left(\frac{h}{b_2}\right) \cdot h \cdot b_2^3 + \frac{1}{3} \cdot \overline{n} \cdot a_n \cdot \delta_ф^3 \right) = G_{12д} \cdot I_{2tпр} ; \end{aligned} \tag{12}$$

-двухсторонняя обшивка:

$$G_{12}\cdot I_{1t}=G_{12д}\cdot\left(m_{op1}\cdot\beta_{1д}\cdot\left(\frac{h}{b_1}\right)\cdot h\cdot b_1^3+2\cdot\overline{n}\cdot\frac{1}{3}\cdot b_n\cdot\cdot\delta_ф^3\right)=G_{12д}\cdot I_{1tпр}\quad,$$

$$G_{12}\cdot I_{2t}=G_{12д}\cdot\left(m_{op2}\cdot\beta_{2д}\cdot\left(\frac{h}{b_2}\right)\cdot h\cdot b_2^3+2\cdot\overline{n}\cdot\frac{1}{3}\cdot a_n\cdot\cdot\delta_ф^3\right)=G_{12д}\cdot I_{2tпр}\qquad(13)$$

Приравниваем жесткости при кручении исходных сечений 1-1, 2-2 и приведенных прямоугольных сечений пластинки. Тогда:

$$\overline{G}_{12пр}\cdot\beta\cdot\left(\frac{b_n}{h_{пр}}\right)\cdot b_n\cdot h_{пр}^3=G_{12д}\cdot I_{1tпр},\qquad(14)$$

$$\overline{\overline{G}}_{12пр}\cdot\beta\cdot\left(\frac{a_n}{h_{пр}}\right)\cdot a_n\cdot h_{пр}^3=G_{12д}\cdot I_{2tпр}.\qquad(15)$$

Принимая $\beta\left(\frac{b_n}{h_{пр}}\right)\approx\beta\left(\frac{a_n}{h_{пр}}\right)\approx\frac{1}{3}$, $G_{12пр}=\frac{\overline{G}_{12пр}+\overline{\overline{G}}_{12пр}}{2}$,

получим

$$G_{12пр}=\frac{3G_{12д}}{2h_{пр}^3}\cdot\left(\frac{I_{1tпр}}{b_n}+\frac{I_{2tпр}}{a_n}\right).\qquad(16)$$

Приведенный коэффициент Пуассона для аппроксимирующей ортотропной пластинки при растяжении-сжатии в направлении 1 определяем, объединяя соответствующие характеристики материалов древесины и фанеры:

$$\nu_{12пр}=\frac{\nu_{12д}\cdot A_{1д}+\nu_{12ф}\cdot\overline{A}_{1ф}}{A_{1д}+\overline{A}_{1ф}}\quad,\qquad(17)$$

где $A_{1д}=m_{op1}\cdot b_1\cdot h$ - площадь сечений ребер в направлении 1;

$A_{1ф}=n_c\cdot b_{1ф}\cdot\delta_ф$ - площадь сечения фанеры для направления 1;

$n_c=1$ - при односторонней обшивке и $n_c=2$ - при двухсторонней обшивке.

Величину $\nu_{21пр}$ находим согласно принятой модели ортотропной пластинки:

$$E_{1пр}\cdot\nu_{21пр}=E_{2пр}\cdot\nu_{12пр}\qquad(18)$$

Тогда:

$$\nu_{21пр} = \frac{E_{2пр} \cdot \nu_{12пр}}{E_{1пр}}, \tag{19}$$

где $E_{1пр}$, $E_{2пр}$ – величины, заданные соотношениями (4.6).

Погонные изгибные жесткости приведенной ортотропной пластинки, аппроксимирующей заданную панель равны:

$$D_{1пр} = \frac{E_{1пр} \cdot h_{пр}^3}{12 \cdot (1 - \nu_{12пр} \cdot \nu_{21пр})}, \quad D_{2пр} = \frac{E_{2пр} \cdot h_{пр}^3}{12 \cdot (1 - \nu_{12пр} \cdot \nu_{21пр})}. \tag{20}$$

Крутильная погонная жесткость равна:

$$D_к = \frac{G_{12пр} \cdot h_{пр}^3}{12} \tag{21}$$

Таким образом, детальное изучение напряженно-деформированного состояния ребристых плит и панелей, работающих в составе здания или сооружения, возможно путем их аппроксимации ортотропными пластинами прямоугольного поперечного сечения.

Примечание. Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.U02.21.0129.

Список литературы

[1] Жаданов В.И. Большеразмерные совмещенные плиты из клееной древесины и пространственные конструкции на из основе (монография) / В.И. Жаданов, Г.И. Гребенюк, П.А. Дмитриев // Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – 209 с.

[2] Инжутов И.С. Конструкция и результаты испытаний трехугольной деревометаллической блок-фермы / И.С. Инжутов, С.В. Деордиев // Изв. ВУЗов. Строительство, 1998. – № 10. – С. 129 – 134.

[3] Жаданов В.И. Совершенствование алгоритмов расчета нелинейно-деформируемых ребристых сжато-изгибаемых панелей на основе древесины / В.И. Жаданов, Г.И., Гребенюк, Е.В. Тисевич // Изв. ВУЗов Строительство. 2008. – № 8 – С. 14 – 20.

[4] Инжутов И.С. Изучение напряженно-деформированного состояния пространственного структурного деревометаллического блока покрытия / И.С. Инжутов, С.В. Деордиев, В.И. Жаданов // Изв. ВУЗов. Строительство, 2004. – № 8. – С. 12 – 16.