

УДК 004.056.5: 518: 512.624.3

**А.А. Кобозева,**

доктор технических наук, профессор,

**М.А. Мельник**

## ФОРМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕГАНОМЕТОДА К СЖАТИЮ

*В статье рассмотрены достаточные условия для формального представления стеганообразования как совокупности возмущений сингулярных чисел матриц, отвечающих контейнеру, обеспечивающие нечувствительность (малую чувствительность) формируемого стеганосообщения к сжатию. Основным математическим инструментом является матричный анализ. В качестве контейнера рассматривается цифровое изображение.*

**Ключевые слова:** *стеганографический алгоритм, атака сжатием, цифровое изображение, сингулярное число, матрица.*

*У статті розглянуто достатні умови для формального представлення стеганоперетворення як сукупності збурень сингулярних чисел матриць, що відповідають контейнеру, які забезпечують нечутливість (малу чутливість) сформованого стеганоповідомлення до стиснення. Основним математичним інструментом є матричний аналіз. Як контейнер розглядається цифрове зображення.*

**Ключові слова:** *стеганографічний алгоритм, атака стисненням, цифрове зображення, сингулярне число, матриця.*

*Sufficient conditions for a formal presentation of the steganographic transformation as a set of perturbations of the singular values of the matrices (corresponding to the container), ensuring the insensitivity (or low sensitivity) of a formed steganographic message to compression attacks are analyzed. Main mathematical tool is a matrix analysis. As the container a digital image is considered.*

**Keywords:** *steganographic algorithm, compression attacks, digital image, singular values, matrix.*

Стеганография сегодня – это одно из наиболее перспективных направлений информационной безопасности [1–4]. В процессе стеганографирования секретное сообщение, или дополнительная информация (ДИ), встраивается в не привлекающий внимание объект, или контейнер, результатом чего является стеганосообщение (СС), которое передается по открытому каналу связи или хранится в таком виде. Процесс погружения ДИ в контейнер, или основное сообщение (ОС), будем называть стеганообразованием (СП).

К любому стеганографическому методу (СМ), алгоритму (СА) предъявляется ряд требований, среди которых, наряду с обеспечением надежности восприятия СС и значительной скрытой пропускной способностью организуемого канала связи [1, 4], важную роль играет требование устойчивости к предна-

меренным (непреднамеренным) атакам [1, 5, 6]. Согласно [7], под устойчивостью (неустойчивостью) СА (СМ) будем понимать нечувствительность (чувствительность) к возмущающим воздействиям сформированного им СС. При этом СС будем называть чувствительным, если даже незначительные возмущающие воздействия, которым оно подвергается, способны разрушить значительную часть погруженной ДИ и привести к значительному росту количества ошибок при декодировании, и нечувствительным в противном случае.

Проблеме создания устойчивых алгоритмов в современной печати уделено много внимания, однако вопрос создания СА, устойчивых к атаке сжатием, которая является чрезвычайно распространенной благодаря популярности использования форматов с потерями для хранения и передачи цифровых сигналов (в частности цифровых изображений (ЦИ), которые далее рассматриваются в качестве ОС), остается актуальным и на сегодня. Как правило, все существующие СА такого плана осуществляют погружение ДИ в частотной области контейнера и, при условии обеспечения надежности восприятия СС, выдерживают лишь незначительное сжатие [1, 2, 8, 9]. До настоящего момента не формализованы в целом и не унифицированы требования к СА, гарантированно обеспечивающие его устойчивость к атаке сжатием, не сформулированы достаточные (необходимые) условия наличия такой устойчивости.

Таким образом, *актуальным* остается поиск новых путей и подходов к принципиальному решению проблемы обеспечения для разрабатываемых СА устойчивости к сжатию.

В качестве ОС для простоты изложения рассматривается ЦИ в градациях серого, прямоугольную (или квадратную) матрицу которого обозначим  $F$ . В соответствии с общим подходом к анализу состояния и технологии функционирования произвольной информационной системы, основанном на теории возмущений и матричном анализе [10], процесс СП, независимо от способа и области погружения ДИ, можно представить как возмущение  $\Delta F$  исходной матрицы  $F$ :  $\bar{F} = F + \Delta F$ , где  $\bar{F}$  – матрица СС, а  $\Delta F = f(F)$ , т.е.  $\Delta F$  является некоторой функцией от матрицы контейнера  $F$ , а любое преобразование ОС (СС), в частности СП, результат активных атакующих действий и т.д., формально может быть представлен как совокупность возмущений сингулярных чисел (СНЧ) и/или сингулярных векторов (СНВ) соответствующей матрицы (матриц).

*Основной целью* авторов является разработка теоретических основ нового подхода к созданию СМ (СА), устойчивых к атаке сжатием (включая сжатие с малым коэффициентом качества), с одновременным обеспечением надежности восприятия формируемого СС, основанного на теории возмущений и матричном анализе, что позволит повысить эффективность работы организуемого секретного канала связи в рамках открытого канала в условиях активных атакующих действий.

*Цель* статьи заключается в получении достаточных условий для формального представления СП как совокупности возмущений СНЧ матриц, отвечающих контейнеру, обеспечивающих нечувствительность (малую чувствительность) формируемого СС к сжатию.

Для достижения поставленной цели необходимо решить такие *задачи*:

1) анализ поведения СНЧ матриц, отвечающих ЦИ, в процессе его сжатия с различными коэффициентами качества;

2) на основаниі результатів рішення задачі 1 виділити із сукупності СНЧ матриці (матриць) ЦІ те, возмущенія котрих, рассматриваемые как результат процесса СП, принципиально могут привести к СС, нечувствительному к сжатию.

Пусть матрица  $F$  ЦІ имеет размеры  $n \times n$ . Общая схема сжатия (с потерями) состоит из трех основных шагов: отображение в частотную область после предварительного разбиения матрицы изображения на  $8 \times 8$ -блоки, квантование полученных коэффициентов, энтропийное кодирование [11]. Обозначим  $B$  матрицу отдельного блока. Для каждого блока возможно построение единственного нормального сингулярного разложения [10]:

$$B = U \Sigma V^T, \quad (1)$$

где  $U, V$  – ортогональные матрицы размера  $8 \times 8$ , столбцы  $u_1, \dots, u_8$  матрицы  $U$ , называемые левыми СНВ, лексикографически положительны [10] (столбцы  $v_1, \dots, v_8$  матрицы  $V$  называют правыми СНВ матрицы  $B$ );  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_8)$ ,  $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_8 \geq 0$  – СНЧ.

Одним из самых популярных в настоящее время форматов хранения ЦІ с потерями является формат JPEG, который может быть основан на вейвлет-преобразовании или на дискретном косинусном преобразовании (ДКП), которое и будет рассматриваться ниже для определенности.

Рассмотрим связь между СНЧ блоков ЦІ в пространственной и частотной областях.

Пусть  $B_{DCT}$  – соответствующая матрица коэффициентов ДКП. Тогда:

$$B_{DCT} = P B P^T, \quad (2)$$

где матрица  $P$  – ортогональная с элементами  $p_{ij}$ , определяемыми в соответствии с соотношением [12]:

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{8}}, & i = 1, 1 \leq j \leq 8, \\ \frac{1}{2} \cos \frac{\pi(2j-1)(i-1)}{16}, & 2 \leq i \leq 8, 1 \leq j \leq 8 \end{cases}$$

Учитывая (1), формула (2) приобретает вид:

$$B_{DCT} = P U \Sigma V^T P^T = (P U) \Sigma (P V)^T. \quad (3)$$

При этом с учетом ортогональности матриц  $P, U, V$ , имеем:

$$(P U)(P U)^T = P U U^T P^T = I, \quad (P V)(P V)^T = P V V^T P^T = I,$$

где  $I$  – единичная  $8 \times 8$ -матрица, т.е. матрицы  $P U, P V$  – ортогональны,  $\Sigma$  – диагональная, а потому (3) является сингулярным разложением матрицы  $B_{DCT}$ ,

для которой, очевидно, множество СНЧ совпадает с множеством СНЧ матрицы  $B$ .

Таким образом, любые возмущения СНЧ проявятся абсолютно одинаково для матриц блоков ЦИ как в пространственной, так и в частотной области, а формализация процесса СП в виде совокупности возмущений СНЧ блоков не зависит от анализируемой области изображения (пространственной, частотной).

СНЧ являются хорошо обусловленными в соответствии с соотношением [13]:

$$\max_{1 \leq j \leq 8} |\sigma_j(B) - \sigma_j(B + \Delta B)| \leq \|\Delta B\|_2, \quad (4)$$

где  $\Delta B$  – матрица возмущающего воздействия (в частности, матрица возмущения блока  $B$  при сжатии),  $\|\bullet\|_2$  – спектральная матричная норма [13],  $\sigma_j(B), \sigma_j(B + \Delta B)$ ,  $j = 1, 8$  – СНЧ матриц  $B$  и  $B + \Delta B$  соответственно. Наиболее ярко особенности возмущений при сжатии проявляются для наименьших СНЧ [14]. Значения наименьших СНЧ блоков изображения, хранимого в формате с потерями, сравнимы с погрешностью округления и друг с другом, что не характерно для блоков ЦИ, хранимого без потерь [15, 16]. Кроме того, характер поведения наименьших СНЧ блоков изображений с потерями качественно отличается от характера СНЧ с теми же номерами для блоков TIF (BMP)-изображений (иллюстрация приведена на рис. 1 – для наглядности представлены только  $\sigma_6, \sigma_7, \sigma_8$ ): скорость их изменения, оцениваемая угловым коэффициентом линейной аппроксимации графика зависимости значения СНЧ от его номера (на рис. 1 – штриховая линия), значительно меньше аналогичного параметра для TIF-блока.

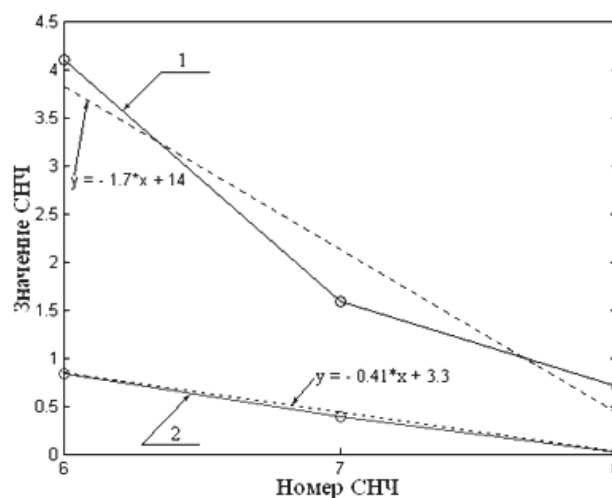


Рис. 1. Графики зависимости значения сингулярного числа блока от его номера и их линейные аппроксимации: 1 – для блока изображения, хранимого в формате без потерь; 2 – для блока изображения, хранимого с потерями

Из формул (4), (2) и [14] вытекает ряд выводов, значимых для решения поставленных задач.

1. Возмущения различных СНЧ в ходе сжатия, анализ которых можно проводить как в частотной, так и в пространственной области изображения, сравнимы друг с другом и с величиной возмущающего воздействия (если учитывать оценку сверху), поэтому при формальном представлении результата процесса СП в виде совокупности возмущений СНЧ для принципиальной возможности декодирования секретной информации совокупный результат возмущений при погружении ДИ должен превосходить возмущение, которое будет претерпевать блок СС в процессе сжатия.

2. Наименьшие СНЧ не имеет смысла задействовать при организации процесса СП, т.к. после сжатия, независимо от того, как возмущались эти СНЧ при погружении ДИ, они станут сравнимы друг с другом и с нулем, а погруженная в них информация с большой вероятностью будет утеряна.

3. СНЧ нечувствительны к малым возмущениям (сжатию с высоким качеством). Однако если сжатие будет происходить с низким качеством, что приведет к увеличению  $\| \Delta B \|_2$ , возмущения в процессе сжатия СНЧ также увеличатся, а это значит, что при СП потребуются увеличение возмущения СНЧ, которые являются формальным представлением этого СП, чтобы “перекрыть” “разрушающее действие” сжатия. Однако в результате такого “перекрытия” возможно возникновение двух отрицательных последствий: во-первых, нарушение надежности восприятия СС; во-вторых, нарушение первоначального порядка СНЧ.

Рассмотрим второе. Характер значений СНЧ блока матрицы изображения таков, что наименьшие из них менее отличаются друг от друга, чем наибольшие. Если определить отделенность  $svdgap(i, B)$  СНЧ  $\sigma_i$  матрицы  $B$  как

$$svdgap(i, B) = \min_{i \neq j} |\sigma_j - \sigma_i|, \quad (5)$$

то отделенности  $\sigma_4, \dots, \sigma_8$  (где  $\sigma_4 \geq \dots \geq \sigma_8$ ) значительно меньше, чем аналогичные параметры для  $\sigma_1, \sigma_2$  (табл. 1, 2). При значительном возмущающем воздействии возмущенные значения наименьших СНЧ  $\sigma_4, \dots, \sigma_8$  могут не удовлетворять соотношению  $\sigma_4 \geq \dots \geq \sigma_8$ , т.е. порядок значений  $\sigma_4, \dots, \sigma_8$  не будет соответствовать порядку значений  $\sigma_4, \dots, \sigma_8$ . Данная ситуация может значительно затруднить (или даже сделать невозможным) процесс декодирования ДИ в случае, когда процесс СП формализован в виде совокупности возмущений СНЧ. Чтобы избежать нарушения первоначального порядка СНЧ, процесс СП (с учетом возможности сжатия СС с малыми коэффициентами качества) достаточно проводить таким образом, чтобы требуемые для “перекрытия сжатия” значительные возмущения претерпевали только максимальные СНЧ блоков  $\sigma_1$  (и возможно  $\sigma_2$ ): за счет величин их значений и значений их отделенностей (табл. 1, 2). Изменение их взаимного порядка после СП можно легко избежать: для  $\sigma_1$  никаких ограничений вообще не выдвигается, а возмущение  $\sigma_2$  желательно проводить в сторону увеличения его значения. Допустимая величина возмущений максимальных СНЧ, происходящих в результате погружения ДИ, должна быть установлена с учетом требования соблюдения надежности восприятия формируемого СС.

Таблиця 1

## Примеры сингулярных спектров блоков различных тестируемых ЦИ

№ ЦИ	СНЧ (отделенность СНЧ) блока, выбранного случайно в ЦИ				
1	897.4475 (876.4896) 2.6622 (0.4916)	20.9579 (13.4401) 2.1706 (0.4916)	7.5177 (2.8520) 1.5935 (0.5771)	4.6657 (2.0035) 0.3780 (1.2155)	
2	1665.4 (1656.3) 2.1 (1.2)	9.1 (3.2) 0.9 (0.6)	5.9 (2.5) 0.3 (0.1)	3.4 (1.3) 0.2 (0.1)	
3	792.7893 (782.5159) 2.8365 (1.2347)	10.2734 (1.5829) 1.6018 (0.8846)	8.6905 (1.5829) 0.7172 (0.4724)	5.0933 (2.2568) 0.2448 (0.4724)	
4	50.4218 (21.7530) 4.3586 (0.7882)	28.6688 (8.3946) 3.5704 (0.7882)	20.2742 (8.3946) 0.7105 (0.3558)	7.7672 (3.4086) 0.3547 (0.3558)	

Проверим принципиальную возможность проведения возмущения максимальных СНЧ блоков так, чтобы “перекрыть сжатие” и не нарушить надежность восприятия результирующего ЦИ. Для этого оценим возмущения блока ЦИ при сжатии. Для получения оценки среднего возмущения, которое претерпевает блок матрицы ЦИ, хранимого без потерь, при сжатии с различным качеством, в среде Matlab был проведен вычислительный эксперимент, в котором участвовало более 200 ЦИ размера  $2000 \times 2000$  пикселей формата TIF. В ходе эксперимента эти изображения пересохранялись в среде Photoshop с коэффициентом качества  $Q \in \{7,8,\dots,12\}$  (для меньших значений  $Q$  надежность восприятия ЦИ, устанавливаемая путем субъективного ранжирования, может нарушаться, что неприемлемо в рамках рассматриваемой проблемы [17]). Затем матрица каждого из пары соответствующих ЦИ (одно – в формате без потерь, другое – в формате с потерями) разбивалась стандартным образом на блоки. Определялось возмущение каждого блока при сжатии с разными коэффициентами  $Q$ . Для матрицы возмущения каждого блока находилась спектральная норма.

Таблиця 2

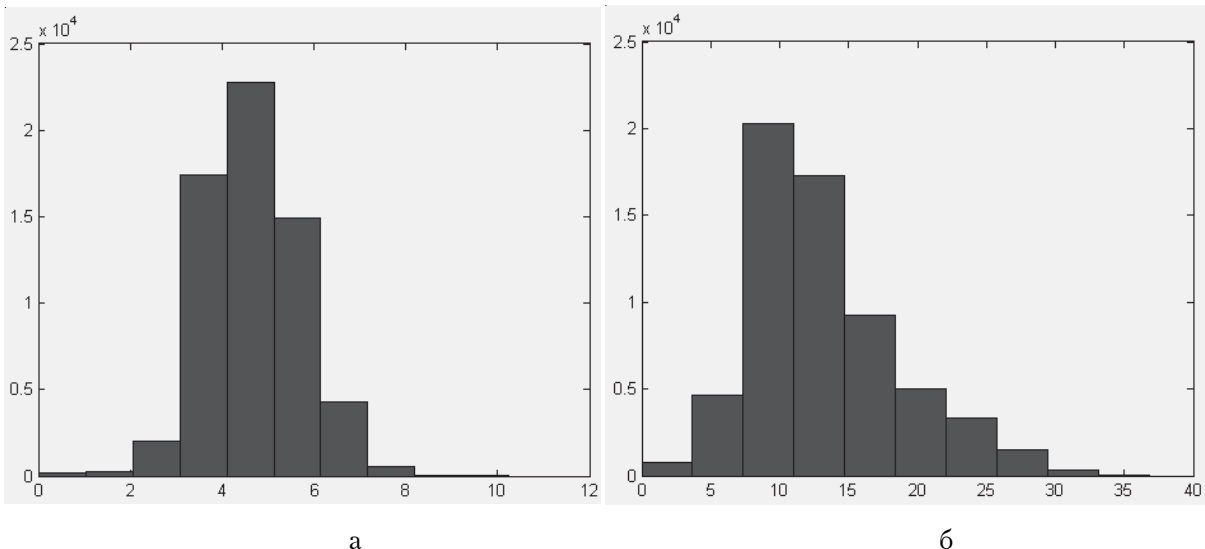
## Средние по изображению отделенности СНЧ блоков

№ ЦИ	Среднее значение $svdgap(i, B)$							
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$	$i = 8$
1	836.1147	4.1115	2.1272	1.5128	1.1007	0.7625	0.5039	0.6462
2	1480.0	15.4986	5.4764	2.5691	1.4726	0.8849	0.5374	0.6754
3	1035.3	46.3636	15.4570	4.6921	2.0874	1.0268	0.5674	0.7066
4	177.1812	12.1960	5.2092	3.1785	2.1130	1.4012	0.9200	1.1715
5	1242.2	4.9557	2.1623	1.3388	0.9123	0.6095	0.4069	0.5248
6	932.6808	27.5471	9.4975	4.0642	2.3447	1.4271	0.8553	1.0718
7	862.2346	9.5197	3.5331	1.7054	1.0748	0.6994	0.4562	0.5807
8	652.3158	13.6881	4.7518	2.0309	0.7021	0.3430	0.2327	0.2963
9	994.0746	29.1950	9.6495	3.6282	1.2288	0.5787	0.3919	0.5262
10	570.8987	27.0453	9.2725	3.6927	1.2556	0.6158	0.4123	0.5445
Ср. знач. (200 ЦИ)	712.4564	23.1111	7.9843	3.0004	1.4232	0.7125	0.4667	0.5781

На рис. 2 представлені типові гистограми для значень норм матриць возмущения блоків для конкретних ЦІ. Понятно, що при зниженні коефіцієнта якості величина возмущаючого впливу при сжатті ЦІ буде зростати. Так, наприклад, при сжатті з  $Q = 10$  частіше всего блок  $B$  ЦІ претерпеває возмущение  $\Delta B$ , спектральна норма матриць которого  $\|\Delta B\|_2$  порядку 10, при цьому максимальне возмущение  $\|\Delta B\|_2 \approx 40$ , що спостерігається для подавляючого більшості протестированих ЦІ (в кількості 200). Якщо ж коефіцієнт якості сжаття зображення  $Q = 7$ , то максимальне возмущение блоку матриць ЦІ досягає  $\|\Delta B\|_2 \approx 75$ .

Як показує вичислювальний експеримент, відокремленість (5) максимального СНЧ  $\sigma_1$  блоку вихідного ЦІ, збереженого без втрат, в подавляючій більшості випадків буде *значительно* більше максимального значення норми матриць возмущения блоку при сжатті (табл. 1, 2, рис. 2). Виходячи з результатів можливих возмущений при сжатті (рис. 2), процес СП для існування принципіальної можливості здійснення декодування ДІ може бути формалізовано як сукупність возмущений максимальних СНЧ блоків  $\sigma_1$ , переважаючих найбільше значення  $\|\Delta B\|_2$ , якщо це не приведе до порушенню надійності сприйняття СС, що перевірялось шляхом проведення вичислювального експерименту з 200 ЦІ в середі Matlab. В результаті цього, при возмущенні максимального СНЧ  $\sigma_1$  кожного блоку ЦІ в градациях сірого на  $\Delta\sigma_1 = \sigma_1(B) - \sigma_1(B + \Delta B)$ , де  $|\Delta\sigma_1| = 75$ , порушення надійності сприйняття отриманого зображення, встановлюється шляхом суб'єктивного ранжування, могло як мати (рис. 3(б)) (десь возмущения СНЧ в блоках виробились з чередуванням знака:  $\Delta\sigma_1 = \pm 75$ ), так і не мати місця (рис. 3(в)) (десь значення максимального СНЧ кожного блоку було збільшено на 75, що привело до освітленню зображення, але без наявності вихідного ЦІ (рис. 3(а)) даний факт вряті не міг би бути виявлено експертом). Крім того, якщо піддавати возмущенню максимальні СНЧ тільки однієї з трьох матриць кольорів кольорового ЦІ, то десь навіть варіант  $|\Delta\sigma_1| > 75$  візуально може бути не виявлено (рис. 4,  $|\Delta\sigma_1| = 90$ ).

Таким чином, значительні возмущения максимальних СНЧ блоків *возможно* проводити так, щоб це не викликало порушення надійності сприйняття результуючого ЦІ.



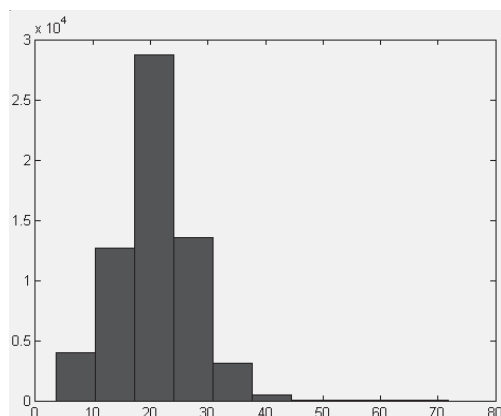


Рис. 2. Гистограммы значений спектральной нормы матрицы возмущения блока для ЦИ при пересохранении их из формата TIF в JPEG (в среде Photoshop):  
а –  $Q=12$ ; б –  $Q=10$ ; в –  $Q=7$

Из приведенных результатов делаем выводы, что существует принципиальная возможность организации процесса СП таким образом, чтобы его формальным представлением были значительные возмущения максимальных СНЧ  $\sigma_1$  блоков матрицы ЦИ.

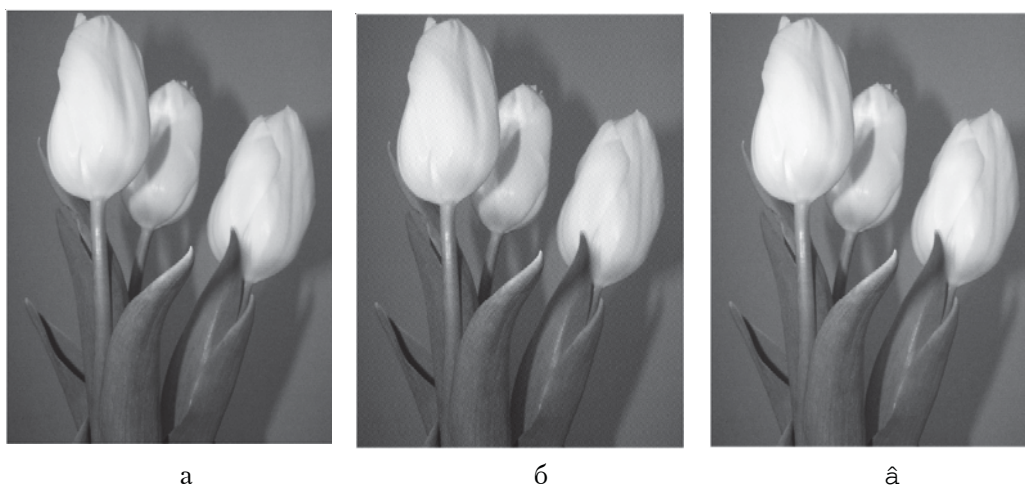


Рис. 3. Результат возмущения максимальных СНЧ блоков ЦИ в градациях серого:  
а – исходное ЦИ; б – возмущенное ЦИ

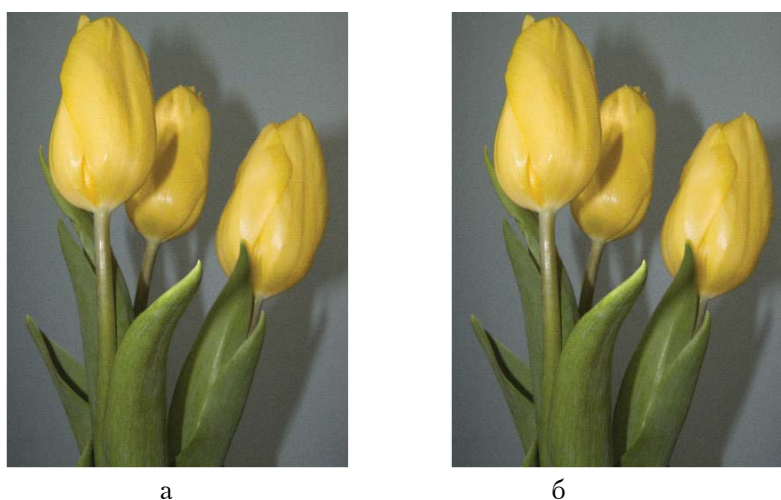


Рис. 4. Результат возмущения максимальных СНЧ блоков матрицы  $R$  цветного ЦИ:  
а – исходное ЦИ; б – возмущенное ЦИ



**Вывод**

Для обеспечения устойчивости СМ (СА) к сжатию СП *достаточно* проводить таким образом, чтобы его формальным представлением была совокупность  $S$  возмущений СНЧ блоков, удовлетворяющая следующим условиям:

- если для сжатия СС предполагается использование высоких (возможно, средних) коэффициентов качества, то  $S$  не должна содержать возмущений наименьших СНЧ блоков матрицы контейнера;
- если для СС предполагается использование сжатия с низким коэффициентом качества, то  $S$  должна содержать возмущения только максимальных СНЧ блоков матрицы контейнера.

В работе на основе матричного анализа получены достаточные условия для формального представления стеганообразования как совокупности возмущений сингулярных чисел матриц блоков, отвечающих контейнеру, обеспечивающие нечувствительность (малую чувствительность) формируемого стеганосообщения к сжатию с одновременным обеспечением большой вероятности надежности его восприятия. Полученные достаточные условия не зависят от используемой для погружения секретной информации области контейнера (пространственной или частотной) и конкретики стеганоалгоритма, и определяются лишь локализацией и относительной величиной возмущений сингулярных чисел соответствующих матриц основного сообщения, произошедших в ходе стеганообразования.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. *Грибунин В.Г.* Цифровая стеганография / В.Г. Грибунин, И.Н. Оков, И.В. Туринцев. – М. : Солон-Пресс, 2002. – 272 с.
2. *Конахович Г.Ф.* Компьютерная стеганография. Теория и практика / Г.Ф. Конахович, А.Ю. Пузыренко. – К. : МК-Пресс, 2006.
3. *Advanced Statistical Steganalysis* / R. Bohme, Springer, 2010.
4. *Аграновский А.В.* Стеганография, цифровые водяные знаки и стеганоанализ / А.В. Аграновский, А.В. Балакин, В.Г. Грибунин, С.А. Сапожников. – М. : Вузовская книга, 2009. – 220 с.
5. *Корольов В.Ю.* Планування досліджень методів стеганографії та стеганоаналізу / В.Ю. Корольов, В.В. Поліновський, В.А. Герасименко, М.Л. Горінштейн // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – № 4. – С. 187–196.
6. *Королев В.Ю.* Стеганография по методу наименее значимого бита на базе персонализированных флеш-накопителей / В.Ю. Корольов, В.В. Полиновский, В.А. Герасименко // Управляющие системы и машины. – 2011. – № 1 (231). – С. 79–87.
7. *Кобозева А.А.* Аналіз захищеності інформаційних систем / А.А. Кобозева, І.О. Мачалін, В.О. Хорошко. – К. : Вид. ДУІКТ, 2010. – 316 с.
8. *Прохожев Н.Н.* Влияние внешних воздействий на ДС-коэффициент матрицы дискретно-косинусного преобразования в полутоновых изображениях / Н.Н. Прохожев, О.В. Михайличенко, А.Г. Коробейников // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – 2008. – № 56. – С. 57–62.
9. *Шумейко А.А.* Использование квантования Ллойда-Макса для внедрения цифровых водяных знаков / А.А. Шумейко, А.И. Пасько, Т.Н. Тищенко // Інформаційна безпека. – 2010. – № 2. – С. 101–107.
10. *Кобозева А.А.* Анализ информационной безопасности / А.А. Кобозева, В.А. Хорошко. – К. : Изд. ГУИКТ, 2009. – 251 с.
11. *Гонсалес Р.* Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс ; пер. с англ. под ред. П.А. Чочиа. – М. : Техносфера, 2005. – 1072 с.

12. Кобозева А.А. Учет свойств нормального спектрального разложения матрицы контейнера при обеспечении надежности восприятия стегосообщения / А.А. Кобозева, Е.А. Трифонова // Вестник НТУ "ХПИ". – 2007. – № 18. – С. 81–93.

13. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра / Дж. Деммель ; пер. с англ. Х.Д. Икрамова. – М. : Мир, 2001. – 430 с.

14. Бобок И.И. Метод детектирования стеганосообщения, сформированного посредством модификации наименьшего значащего бита / И.И. Бобок, А.А. Кобозева // Інформаційна безпека. – 2011. – № 1 (5). – С. 56–63.

15. Кобозева А.А. Загальний підхід до оцінки властивостей стеганографічного алгоритму, заснований на теорії збурень / А.А. Кобозева // Информационные технологии и компьютерная инженерия. – 2008. – № 1 (11). – С. 164–171.

16. Кобозева А.А. Оценка чувствительности стегосообщения к возмущающим воздействиям / А.А. Кобозева, Е.В. Нариманова // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2008. – № 3. – С. 52–65.

17. Кобозева А.А. Метод выявления результатов размывания цифрового изображения / А.А. Кобозева, В.В. Зорило // Сучасна спеціальна техніка. – 2010. – № 3 (22). – С. 52–63.

Отримано 23.10.2012