

УДК 621.376(045)

І.П. Омельчук,

кандидат технічних наук, доцент,

К.М. Сігнаєвський

АДАПТИВНИЙ КЕЙ-ОЦІНЮВАЧ ЧАСТОТИ НЕБЕЗПЕЧНОГО ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ

Розглянута задача незміщеного оцінювання частоти комплексного монохромного сигналу на тлі гаусівського шуму. Означені фактори появи зміщення у Кей-оцінювача. З метою усунення зміщення запропонована двоетапна процедура оцінювання, де спочатку емпіричний розподіл різниць фаз приводиться до квазісиметричного вигляду.

Ключові слова: комплексний сигнал, оцінка частоти, зміщення.

Рассмотрена задача несмещенного оценивания частоты комплексного монохромного сигнала на фоне гауссовского шума. Определены факторы появления смещения в Кей-оценщике. С целью устранения смещения предложена двухэтапная процедура оценивания, где сначала эмпирическое распределение разностей фаз приводится к квазисимметричному виду.

Ключевые слова: комплексный сигнал, оценка частоты, смещение.

The problem of unbiased estimation of the frequency of an integrated monochrome signal on the background of gaussian noise is considered. The factors of the bias in K-evaluator are defined. With the aim of eliminating the bias a two-step estimation procedure is suggested, where the empirical distribution of differences of phases is reduced to quasisymmetrically mind.

Keywords: complex signal, frequency estimation, bias.

Вступ

Питання оцінювання частоти сигналу з апіорно невідомими параметрами є ключовим для підвищення ефективності обробки вхідних процесів у багатьох радіотехнічних системах. Особливо це стосується задач радіомоніторингу та радіопеленгації в умовах постановки інтенсивних штучних гармонічних завад, що стають небезпечними, оскільки порушують стійкість роботи приймачів, зокрема, систем фазового автоматичного підлаштування частоти. Знання миттєвої частоти небезпечного сигналу дозволить оперативно здійснити автоматичне його виявлення та придушення.

На попередніх етапах обробки вхідний процес після частотного перетворення, зазвичай, отримується у вигляді двох квадратурних (інакше – комплексних) складових. Це дозволяє повністю перенести з високочастотної несучої інформацію про амплітуду, фазу та частоту сигналу. Частковим випадком, що розглядається в цій роботі, є комплексний монохромний гармонічний сигнал (далі – сигнал).

Протягом останніх десяти років цьому питанню було присвячено багато наукових праць, але воно залишається відкритим для вдосконалення. Одному з аспектів зменшення похибки оцінювання частоти сигналу й присвячена ця стаття.

Постановка задачі

Фундаментальний підхід для оцінювання частоти ω комплексного сигналу на тлі гаусового шуму запропонував Треттер [2], який розглядав задачу в рамках статистичної теорії лінійної регресії повної фази ϕ_n вхідного процесу, дискретизованого з постійним інтервалом τ :

$$\phi_n = \omega(n-1)\tau + \phi_1 + v_n, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

де N – кількість відліків, ϕ_1 – початкова фаза сигналу, v_n – фазовий шум. Останній за великого співвідношення потужностей сигнал / шум (скорочено SNR), як доведено в статті [2], може вважатися некорельованим гаусівським.

Ускладнення методу Треттера обумовлюється необхідністю відновлення [3] у пряму лінію повних фаз (1) відліків з множини вимірних циклічно обмежених за модулем 2π миттєвих фаз $\phi_n = |\phi_n|_{\text{mod } 2\pi}$. Невдовзі ця проблема була усунута Кеєм [4], який запропонував використовувати тільки зважені різниці фаз (РФ) між суміжними відліками

$$\Delta_n = \angle(x_{n-1}^* x_n) \approx \omega\tau + v_n - v_{n-1}, \quad n = 2, 3, \dots, N,$$

де \angle – операція взяття аргументу комплексного числа, x_{n-1}^* – комплексно спряжена величина. При цьому параболічна функція вагових коефіцієнтів вікна була визначена на підставі кореляційного зв'язку на один крок між парами РФ, а оцінка частоти подана як

$$\omega_0 = \angle \frac{6}{N(N^2-1)} \sum_{n=2}^N (n-1)(N-n+1) x_{n-1}^* x_n. \quad (2)$$

Кей довів, що його оцінювач (2) повністю адекватний до методу Треттера та зводить до мінімуму дисперсію оцінки.

Але потім декілька авторів [5] зазначили суттєву зміщеність Кей-оцінювача із зменшенням SNR та вказали причину цього. Циклічні дані як оцінки частоти або фази можуть бути представлені точками на колі, тоді як лінійні дані подаються за допомогою точок на лінії. Різні алгебраїчні структури кола та лінії приводять до статистик та операцій з істотно різною поведінкою. Тому дослідники, які працюють з циклічними даними, зрозуміли, що основна складність пов'язана з

некоректним застосуванням математичних операцій, призначених для обробки лінійних даних. Наприклад, середнє арифметичне є невідповідним для циклічних даних, оскільки отриманий результат дуже сильно залежить від довільного вибору початку координат циклічної області. Також циклічна дисперсія, на відміну від лінійної, яка може бути нескінченною, має обмежений діапазон; тобто циклічні та лінійні дисперсії оцінок частоти не можуть порівнюватися.

Метою роботи є обґрунтування нового адаптивного методу, що дозволяє усунути зміщення Кей-оцінки за малих SNR.

Метод адаптації Кей-оцінювача

Некоректність у застосуванні Кеєм методу найменших квадратів полягає в тому, що оптимальність останнього забезпечується лише за умов нормального розподілу похибок РФ. У дійсності внаслідок циклічності емпіричний розподіл (ЕР) РФ може набувати суттєво асиметричної форми, як це далі показано пунктирною кривою на рис. 1.

З метою усунення зазначеного зміщення частоти Кей-оцінювача в цій роботі пропонується та досліджується вдосконалений двоетапний алгоритм оцінювання частоти. При цьому на першому етапі ЕР виміряних РФ $\{\Delta_n\}$ приводиться до квазісиметричного виду, після чого застосовується звичайна Кей-оцінка та здійснюється її обернене корегування відповідно до зсуву першого етапу. Розглянемо процедуру далі більш детально.

Причиною появи зміщення Кей-оцінки є випадкові перескоки РФ, що виміряні з великими похибками, через граничні межі їхнього існування $(-\pi, \pi)$. І якщо перескоки через ліву та праву межі статистично є нерівнозначні, то будь-яка процедура подальшого усереднення РФ буде приводити до зміщення в оцінці частоти.

Вартий уваги такий факт: зміщення Кей-оцінки поступово зникає з наближенням істинної РФ сигналу

$$\gamma = \omega t \quad (3)$$

до нуля, що обумовлено симетричністю ЕР РФ в межах існування оцінки. Саме це наводить на думку про доцільність корегування ЕР навколо нульового значення перед початком оцінювання частоти. Але необхідно знати істинну частоту ω , тобто коло замкнулося. Вихід – використати на першому етапі деяку грубу, але незміщену статистичну оцінку $\hat{\gamma}_r$. Надалі через пропорційність (3) за відомого t замість частоти оцінюватимемо саме РФ $\hat{\gamma}$.

Одразу зазначимо, що частину емпіричного розподілу РФ біля меж існування не можна розглядати як аномальні викиди та просто відкидати, оскільки всі оцінки утворюють одну генеральну сукупність, а модель Тьюкі тут недоречна. Їхнє розділення обумовлене тим фактом, що циклічна змінна з полярної переноситься в лінійну систему координат.

Як один з можливих варіантів у цій роботі пропонується та далі досліджується груба оцінка частоти за координатою моди ЕР РФ. При цьому необхідно мати на увазі, що у випадку незначної вибірки ЕР може мати декілька мод. Для запобігання суттєвому впливу такого явища доцільно додатково апроксимувати ЕР достатньо

гладкою функцією, наприклад, сплайном або поліномом невисокого порядку.

Оскільки вхідний процес за постановкою задачі є квадратурним, тобто кожен з відліків подається як деякий вектор комплексним числом, то це надає можливість у процесі обробки аналітично довертати вектор на певний кут шляхом множення на відповідний комплексний коефіцієнт. Наприклад, розглянемо два суміжні відліки комплексного гармонічного сигналу без шуму, РФ між котрими становить деяке відоме значення $\hat{\gamma}_r = \gamma$. Якщо другий відлік помножити на коефіцієнт $\exp(-j \cdot \hat{\gamma}_r)$, то РФ з першим відліком буде становити точно нуль. Для забезпечення такої ж РФ між третім та другим відліками третій необхідно помножити на коефіцієнт $\exp(-j \cdot 2 \cdot \hat{\gamma}_r)$ і так далі з іншими відліками, внаслідок чого з вхідного процесу $\{z_n\}$ можна утворити модифікований процес у вигляді:

$$\dot{z}_n^{(sh)} = z_n \cdot \exp(-j \cdot \hat{\gamma}_r \cdot n), \quad n = \overline{1, N},$$

РФ між суміжними відліками якого буде коливатися при дії шуму навколо нуля. У цьому й полягає сутність “адаптації” оцінювача, що пропонується.

Статистичні дослідження адаптивного Кей-оцінювача частоти

На рис. 1 показані результати першого етапу обробки у вигляді гістограм РФ вхідного процесу (пунктир) та модифікованого (суцільна лінія). Цей приклад був отриманий за таких значень параметрів моделювання: кількість відліків $N = 100000$, відношення потужностей сигнал / шум $\text{SNR} = 2$, початкова фаза сигналу (що є несуттєвою для результатів) $\varphi_1 = 0,9$ рад, відношення частоти дискретизації до частоти сигналу $(1/\tau)/f = 3$. З останнього маємо номінальну різницю фаз між суміжними віліками $\gamma = 2\pi/3$.

Вочевидь суттєво несиметрична перша гістограма після зсуву стає практично симетричною в модифікованого процесу. Далі за модифікованими відліками $\{\dot{z}_n^{(sh)}\}$ методом Кей розраховується оцінка частоти $\hat{\gamma}^{(sh)}$, яка є зсунутою на величину грубої оцінки $\hat{\gamma}_r$. Після чого вона корегується, та остаточно отримується незміщена оцінка частоти сигналу.

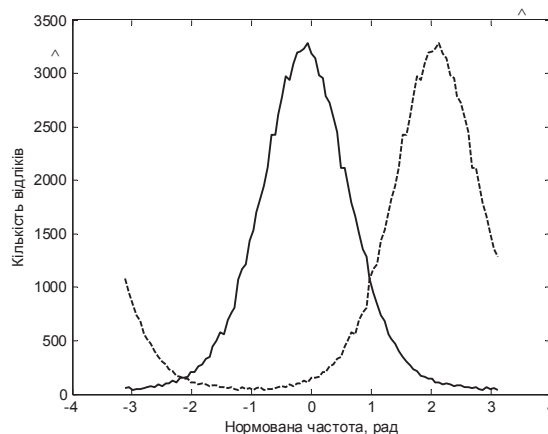


Рис. 1. ЕР РФ вхідного (--) та модифікованого (-) процесів.

Наведемо розрахункову структуру запропонованого алгоритму як:

- 1 етап: – незміщена оцінка довільним методом $\hat{\gamma}_r = M(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{N-1});$
 – фазовий зсув вхідних відліків $\dot{z}_n^{(sh)} = \dot{z}_n \cdot \exp(-j \cdot \hat{\gamma}_r \cdot n);$
- 2 етап – оцінювання частоти методом Кея $\hat{\gamma}^{(sh)} = K(\dot{z}_n^{(sh)});$
 – корегування зсуву оцінки $\hat{\gamma} = \hat{\gamma}^{(sh)} - \hat{\gamma}_r.$

Достатньо відкритим залишається питання обрання алгоритму першого етапу. Не відкидаючи інші статистичні підходи, можна визначати значення зсуву ЕР РФ за його максимумом. Був випробуваний алгоритм апроксимації розподілу поліномом четвертого ступеня, який достатньо добре описує двомодову структуру. У такому випадку пошук максимуму зводиться до розв'язку кубічного рівняння, що може бути здійснено в явній формі на підставі класичної формули Кордано.

Хоча дослідження й показали деяке покращення оцінки зсуву з використанням поліномів 6-го та більших парних ступенів, але це призводить до підвищення складності пошуку максимуму із застосуванням ітераційних процедур. Поліноми непарних ступенів виявилися недоречними, оскільки при їх використанні може спотерігатися погіршення точності визначення моди.

Результати статистичних досліджень свідчать про переваги застосування первинної адаптації, що демонструють графіки на рис. 2. Суцільною лінію показані результати для запропонованого адаптованого Кей-оцінювача, пунктиром – для оригінального, неадаптованого.

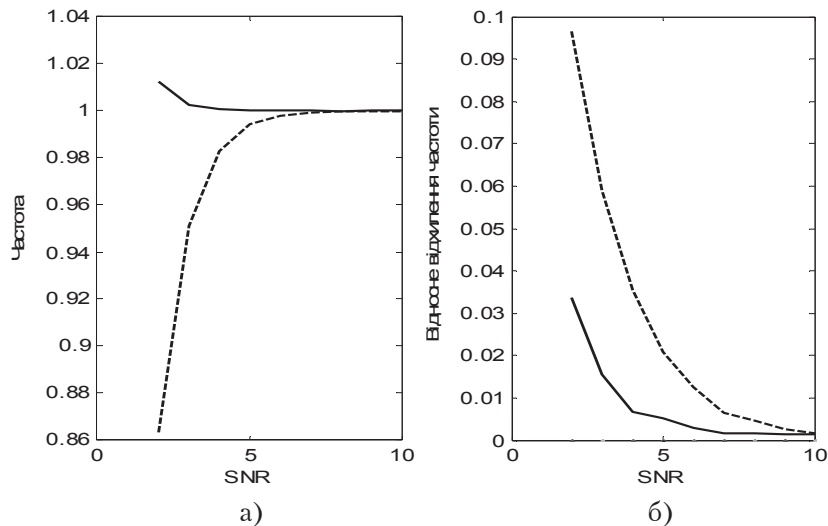


Рис. 2. Статистичні характеристики адаптованого (–) та типового (--) оцінювачів а) зміщення оцінок від істинного; б) середнє квадратичне відхилення оцінок.

Розрахунки цього прикладу були здійснені за таких основних параметрів моделювання: номінальна частота $f = 1$ Гц, кількість спроб для статистичної обробки $K = 5000$ за одним SNR, кількість періодів сигналу $p=16$, тобто кількість відліків у одній реалізації становить $N = 64$, відношення частот дискретизація / сигнал $(1/\tau)/f = 4$, тобто номінальна РФ становить $\gamma = \pi/2$.

Вочевидь застосування адаптації не тільки практично усуває зміщення оцінки частоти, а й суттєво зменшує її середнє квадратичне відхилення.

Висновки

1. Застосування попередньої адаптації ЕР РФ дозволяє модифікувати його до симетричного вигляду, чим забезпечується коректність використання Кей-оцінювача на другому етапі.
2. Адаптація ЕР РФ здійснюється шляхом визначення його моди та подальшого зсуву, щоб координата моди дорівнювала нулю.
3. Статистичні дослідження запропонованого методу адаптації Кей-оцінювача довели усунення зміщення оцінки частоти комплексного сигналу в порівнянні з оригінальним методом.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Fu H.* Phase-based, time-domain estimation of the frequency and phase of a single sinusoid in AWGN – the role and applications of the additive observation phase noise model / H. Fu, P. Kam // IEEE: Transactions on information theory. – 2013. – № 5 (v. 59). – pp. 3175–3188.
2. *Tretter S. A.* Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression / S. A. Tretter // IEEE: Transactions on information theory. – 1985. – № 6 (v. IT-31). – pp. 832–835.
3. *Steiglitz K.* Phase unwrapping by factorization / K. Steiglitz, B. Dickinson // IEEE: Trans. acoust. speech, and SQML processrng. – 1982. – № 6, (v. ASSP-30). – pp. 984–991.
4. *Kay S.* A fast and accurate single frequency estimator / S. Kay // IEEE: Transactions on acoustics. Speech and signal processing. – 1989. – № 12 (v. 37). – pp. 1987–1990.
5. *Clarkson V.* Analysis of the variance threshold of Kay's weighted linear predictor frequency estimator / V. Clarkson, P. J. Kootsookos, B. G. Quinn // IEEE: Transactions on signal processing. – 1994, sept. – № 9 (v. 42). – pp. 2370–2379.

Отримано 02.02.2015.

Рецензент Рибальський О.В., доктор технічних наук, професор