УДК 536.2

В.Б. Веселовський, Р.О. Самунь

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФРИКЦІЙНОГО ТЕПЛОВИДІЛЕННЯ ТА ВІДНОВЛЕННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ ТЕПЛООБМІНУ ДЛЯ НЕОБМЕЖЕНОЇ ПЛАСТИНИ ТА ТЕРМІЧНО ТОНКОЇ ОБОЛОНКИ

Анотація. Представлена математична модель в узагальнених змінних в задачах нестаціонарної теплопровідності для складеної системи з неідеальним тепловим контактом на стиках. Метою данного дослідження є визначення параметрів фрикційного тепловиділення та вивчення шляхів зміни функції тепловиділення у бажаному напрямку. Отриманні результати дозволяють оцінювати різноманітні сполучення параметрів багатошарової системи пластин, функції тепловиділення і при заданих функціонально-технічних обмеженнях керувати тепловим станом системи. Наведені результати обчислювальних експериментів.

Ключові слова. Тепловиділення, вузли тертя, теплоємність, коефіцієнт температуропровідності, неідеальний тепловий контакт.

Основними критеріями сучасного розвитку техніки є: економічність, довговічність та конкурентоздатність. На ремонтні роботи, що пов’язані із зношуванням витрачаються величезні кошти та матеріальні ресурси. Тому проблема підвищення зносостійкості і довговічності деталей машин є надзвичайно актуальною і її вирішення можливе лише при поєднанні науки про тертя та зношування з розробкою нових технологій поверхневої обробки. Розробка і створення простих і ефективних нових технологій підвищення зносостійкості є актуальною науковою і практичною задачею. Розвиток методів розв'язування задач параметричної ідентифікації теплових процесів в деформованих твердих тілах є складною і водночас поширеною проблемою [1]. Додаткові труднощі розв'язування таких задач зумовлюються дискретністю вимірів за часом температури і неминучістю їх похибок. Як відомо, обернені задачі теплопровідності, до яких належать задачі параметричної ідентифікації, є чутливими до похибок вимірювань, що в математичному плані проявляється у їх нестійкості щодо вхідних даних [2, 3]. Намагання покращити ситуацію збільшенням об'єму вхідної інформації за допомогою подрібнення часових інтервалів часто спричинює зворотній ефект – посилює нестійкість розв'язків [2, 3, 4]. Для розв'язування обернених задач запропоновано різні методи [2-6 7-9], значну частину яких складають чисельні задачі. Однак має свою перевагу поєднання аналітичних і чисельних методів [2, 4, 9, 10]. Метою даного дослідження є визначення параметрів фрикційного тепловиділення та вивчення шляхів зміни функції тепловиділення у бажаному напрямку. Математична модель в узагальнених змінних в задачах нестаціонарної теплопровідності для складеної системи з неідеальним тепловим контактом на стиках має вигляд:

$$\begin{cases} \alpha_2 \left.\dfrac{\partial T_\nu(x, Fo)}{\partial x}\right|_{x=1} = R^*_{\nu,\nu+1}\left[T_{\nu+1}(0, Fo) - T_\nu(1, Fo)\right]; \\ \left.\dfrac{\partial T_\nu(x, Fo)}{\partial x}\right|_{x=1} - \mu_{\nu+1,\nu} \left.\dfrac{\partial T_{\nu+1}(x, Fo)}{\partial x}\right|_{x=0} = f_2(Fo), \end{cases} \tag{1}$$

де

$$\beta_\nu = \frac{a_\nu}{a_0}\cdot\frac{R_0^2}{R_\nu^2};\quad \beta^*_\nu = \beta_\nu\frac{R_\nu^2}{\lambda_\nu};\quad \mu_{\nu+1,\nu} = \frac{\lambda_{\nu+1}}{\lambda_\nu}\cdot\frac{R_\nu}{R_{\nu+1}};\quad R^*_{\nu,\nu+1} = \frac{R_\nu}{R_{\nu,\nu+1}\cdot\lambda_\nu},$$

з урахуванням безрозмірних параметрів

$$Fo = \frac{a_0}{R_0^2}\tau;\quad x = \frac{x_\nu}{R_\nu};\quad Bi_0 = \frac{\alpha_0^*}{\lambda_1}R_1;\quad Bi_1 = \frac{\alpha_1^*}{\lambda_m}R_m, \tag{2}$$

де a_0, R_0 – деякі довільні параметри: коефіцієнт температуропровідності і лінійний розмір. Потужність внутрішніх джерел тепла являє собою суперпозицію потужності джерел тепла, які є наслідком дії на конструкцію полів різної фізичної природи [9, 11, 12]:

$$w_{\nu,j}(x, Fo) = \sum_{j=1}^{N}\Theta_{\nu,j}(x, Fo), \tag{3}$$

де N – кількість взаємодій.

Для розв'язку нелінійних задач теплопровідності пропонують зведення цих задач до комбінації лінійних [13]. Розв'язок визначає розподіл температури у нестаціонарному тепловому режимі:

$$T_\nu(x,Fo)=\sum_{r=1}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_n\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),\varphi_n\right]g_r^{(n)}(Fo)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_r(p_k)}{\Psi^{'}(\varphi_n,p_k)}Q\left[p_k,\mu_{n,r}^{\nu}(x)\right]\exp(-\gamma^2 Fo)\right\}+z_\nu^*(x,Fo), \tag{4}$$

де

$$z_\nu^*(x,Fo)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta_\nu^n\frac{Fo^n}{n!}\varphi_\nu^{(2n)}(x)+\beta_\nu^*\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta_\nu^n}{n!}\int_0^{Fo}(Fo-\Theta)^n\frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}}w_\nu(x,\Theta)d\Theta. \tag{5}$$

Регулярний режим нагріву:

$$T_\nu(x,Fo)=\sum_{r=1}^{2m}\left\{\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_n\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),\varphi_n\right]g_r^{(n)}(Fo)+\\&+\frac{\bar{g}_1(P_1)}{\Psi^{'}(\varphi_n,P_1)}Q\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),P_1\right]\exp(-\gamma^2 Fo)\end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

$g_r(Fo)$ – компоненти впливу, які формуються за рахунок граничних умов та умов неідеального теплового контакту на стиках шарів [11]. Розв’язок (4) можливо використовувати для визначення температурних полів багатошарових тіл та для розв’язку обернених задач теплопровідності (ОЗТ) [6, 9]. Обробку теплофізичного експерименту з метою визначення функції тепловиділення можна проводити різноманітними методами: методом аналітичного продовження із застосуванням згладжування регуляризованними сплайнами, ітераційними методами з мінімізацією нев’язки між розрахунковою та експериментальною температурами, градієнтними методами з мінімізацією квадратичного функціонала [2-4]. У основу кожного метода покладено використання розв’язків (4), (6). Вважається, що розв’язок прямих задач теплопровідності для багатошарових пластин можна використовувати і для визначення функції тепловиділення. При розв’язку ОЗТ, необхідних для розв’язку задачі по визначенню функції тепловиділення на стику v-ої та v+1 пластин, будемо вважати, що процес переносу тепла у v-х шарах системи здійснюється чисто кондуктивним методом. Додаткові умови необхідні для визначення функції тепловиділення, задамо у вигляді зміни температури у двох точках системи по перерізам k-ої та n-ої пластин, тобто:

$$T_k(x,\tau)\Big|_{x={x^*}_k}=f_k^*(\tau),0\le {x^*}_k\le R_k; \tag{7}$$

$$T_v(x,\tau)\Big|_{x={x^*}_v}=f_v^*(\tau),0\le {x^*}_v\le R_v; \tag{8}$$

$$T_n(x,\tau)\Big|_{x=x^*_n} = f_n^*(\tau), 0 \le x^*_n \le R_n. \tag{9}$$

де $f_v^*(\tau)$, $f_k^*(\tau)$ - функції часу, відомі із експерименту із заданою похибкою δ(τ). Якщо додаткові умови задані у одній точці, то вважаються заданими граничні умови на одній із зовнішніх поверхонь. В залежності від розподілу датчиків температур по перерізу системи плоских тіл використовється для розв'язку граничних ОЗТ метод екстраполяції чи метод найменших квадратів. Розв'язок цієї задачі методом екстраполяції буде полягати у наступному: нехай будуть задані умови теплообміну на одній із поверхонь і умови неідеального теплового контакту на стику шарів у різноманітній фізичній реалізації. Тоді треба знайти умови теплообміну (температуру, тепловий потік) на іншій зовнішній поверхні.

Однією з актуальних задач є вивчення шляхів зміни функції тепловиділення у бажаному напрямку. У зв'язку з цим були виконані роботи [11 - 14], у яких досліджувалися контакти з покриттям і прокладками з м'яких металів, які дозволяли керувати функцією тепловиділення. Треба знайти невідому функцію $R_{1,2}(\tau)$ на розв'язках СОДУ при умові, що обрана деяким чином $R_{1,2}(\tau)$ доставляє мінімум функціоналу

$$J(R_{1,2}) = \int_0^{\tau_k} \left[T_1(R_{1,2}, x_{1,0}, \tau) - f_э(\tau)\right]^2 d\tau \to \min. \tag{10}$$

Ітераційний процес складається наступним чином. Задається початкове наближення для параметрів невідомої функції $R_{1,2}(\tau)$і розв'язується пряма задача теплопровідності. По розрахованому полю температур після розв'язку спряженої задачі обчислюється градієнт цільового функціоналу. Далі знаходиться нове наближення, після чого процес повторюється. Вихід із ітераційного процесу доцільно виконати по нев'язці.

Дані експерименту по відновленню зовнішніх граничних умов на необмеженій пластині оброблені з використанням згладжування. Значення відновлених зовнішніх граничних умов наведені на рис. 1 - 8: температури поверхні рис. 1 – 4 та відповідних її теплових потоків рис. 5 - 8. Аналіз показу, що відновлена температура та температура, яку заміряли на внутрішній поверхні пластини – співпадають, що підтверджує можливість апроксимації тонкої оболонки тепловою ємністю.

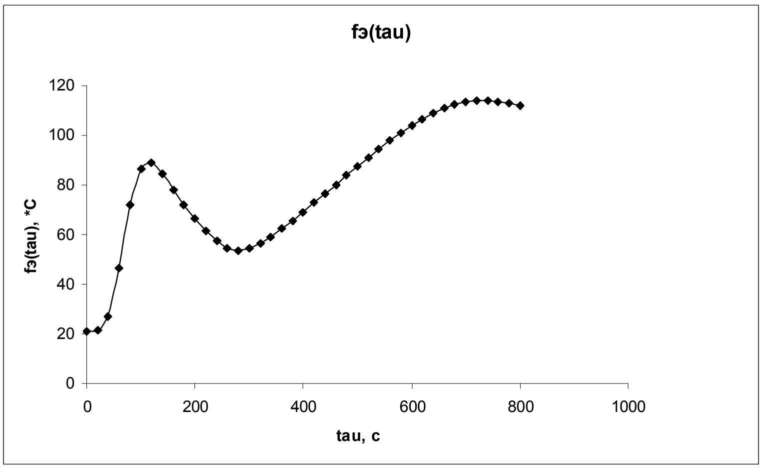

Рисунок 1 - Відновлена $f_э(\tau)$ - експериментальна температура

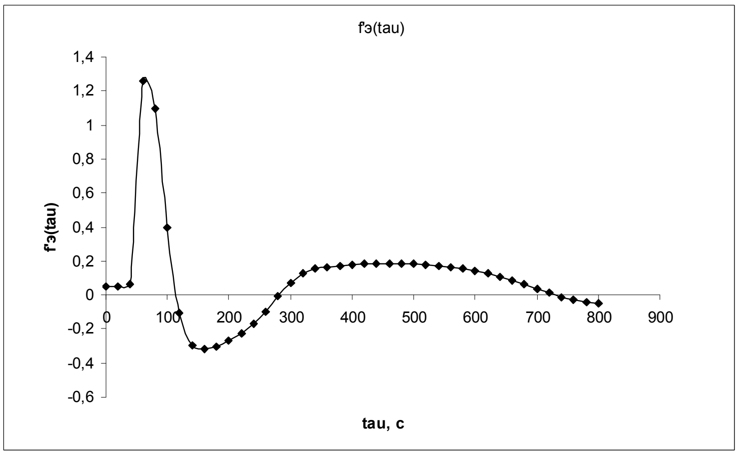

Рисунок 2 - Відновлена $f_э^{'}(\tau)$ - перша похідна від експериментальної температури

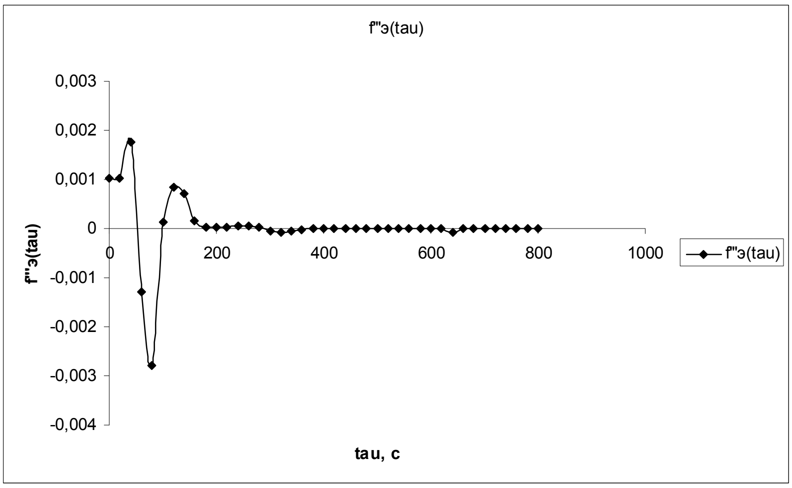

Рисунок 3 - Відновлена $f_э^{''}(\tau)$ - друга похідна від експериментальної температури

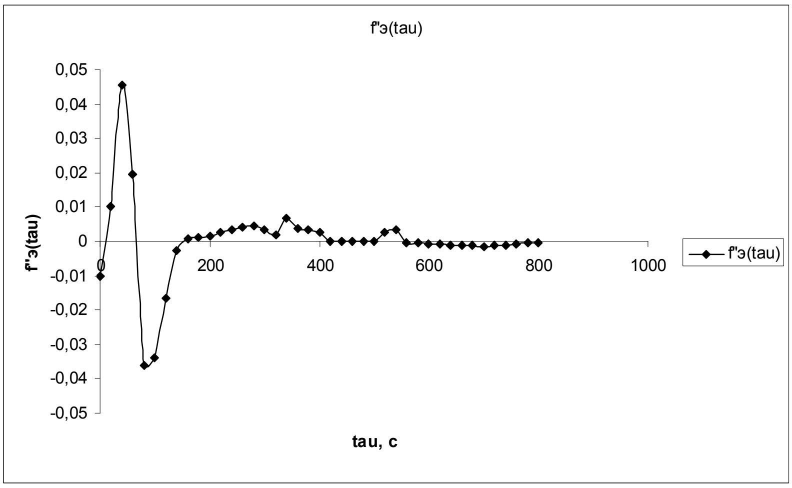

Рисунок 4 - Відновлена $f_{э}^{'''}(\tau)$ - третя похідна від експериментальної температури

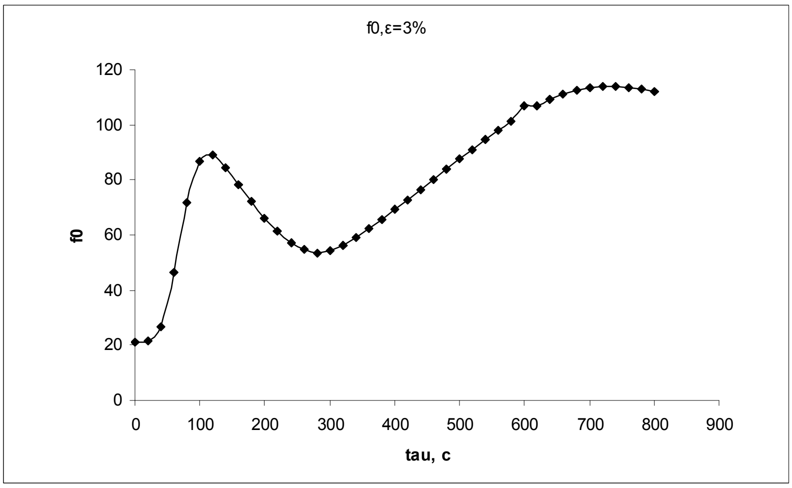

Рисунок 5 - Відновлена згладжена експериментальна температура

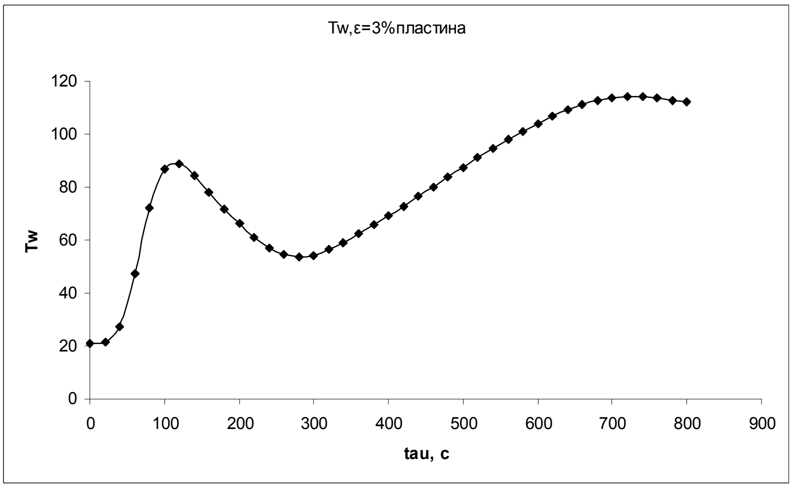

Рисунок 6 - Відновлена температура поверхні пластини

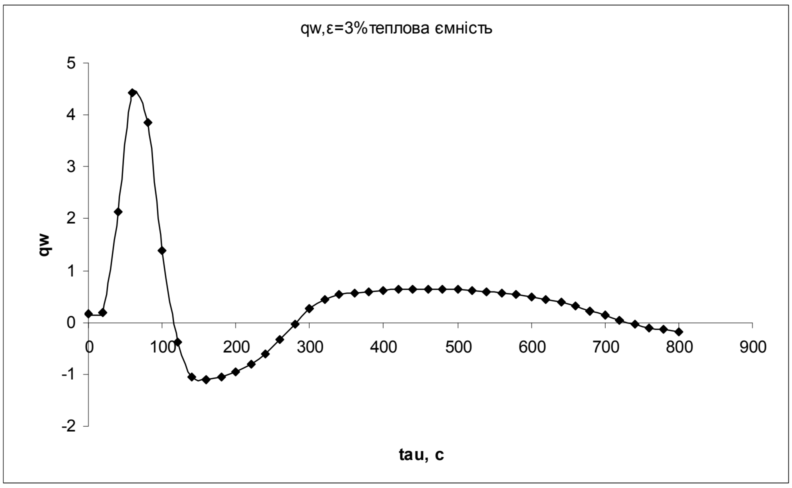

Рисунок 7 - Відновлений тепловий потік
на поверхні теплової ємності

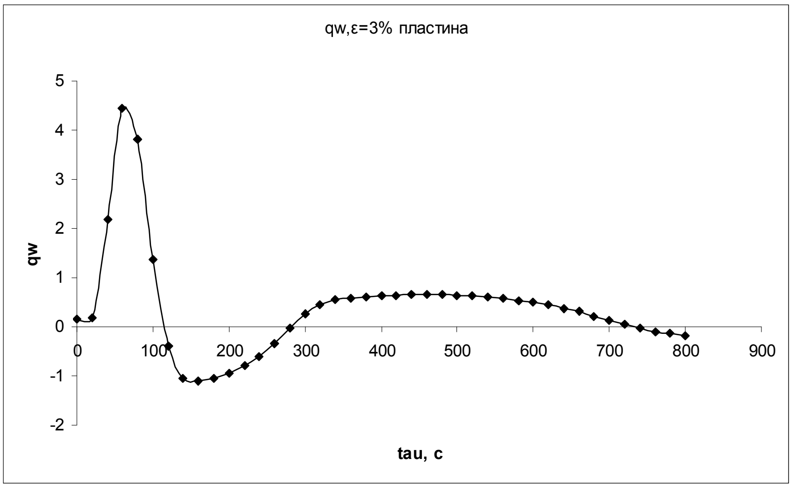

Рисунок 8 - Відновлений тепловий потік на
поверхні пластини

Отримані результати можна використовувати при дослідженні температурних режимів тонкостінних елементів конструкцій, а також при обробці експериментальних даних з метою визначення функції тепловиділення при терті.

ЛІТЕРАТУРА

1. Підстригач Я.С. Вибрані праці/Я.С. Підстригач. – К.: Наукова думка, 1995. – 460 с.

2. Алифанов О.М. Обратные задачи как методологическая основа идентификации тепловых механических моделей: 4-й Минский международный форум по тепло- и массообмену, Минс 22 – 26 мая/О.М. Алифанов. – Минск, 2000. – т.3. – с. 3 – 13.

3. Бек Дж., Блакуэл Б., Сент-Клер Ч., мл. Неккоректные задачи теплопроводности/Дж. Бек, Б. Блакуэл, Ч. Сент-Клер, мл. – М.:Мир, 1989. – 312 с.

4. Мацевитый Ю. М. Обратные задачи теплопроводности: в 2-х томах/Ю.М. Мацевитый. – К.: Наук. думка, 2003. – т.1. – 460 с., т.2. – 392 с.
5. Веселовский В.Б Решение прямих задач теплопроводности для многослойных пластин и построение алгоритмов восстановления граничних условий: Тезисы докладов 2 Республиканского симпозиума по дифференциальным и интегральным уравнениям/ В.Б. Веселовский. – О.: Одесский гос. ун-т, 1978. – с. 43 – 44.
6. Веселовский В.Б. Решение задач теплопроводности для многослойных сред при неидеальном тепловом контакте: Тезисы докладов 2 Республиканской конференции/ В.Б. Веселовский. – К.: Наук. думка, 1978. – с. 51.
7. Кушнір Р.М., Ясинський А.В. Ідентифікація температурних поля і напружень термочутливого циліндра за поверхневими деформаціями: Фіз.-хім. механ. матеріалів/Р.М. Кушнір, А.В. Ясинський. – 2004. – с. 55 – 61.
8. Чекурін В.Ф., Процюк Б.В. До ідентифікації параметрів багатошарових покривів за термопружними переміщеннями поверхні нагрівання: Фіз.-хім. механ. матеріалів/ В.Ф. Чекурін, Б.В. Процюк. – 2004. - №1. – с. 7 – 15.
9. Веселовский В.Б., Берлов А.В., Никульникова В.В. Расчет температурних полей и восстановление граничних русловий для составных элементов конструкцій: Металлургическая теплотехника. Сборник научных трудов НМА Украины/В.Б. Веселовский, А.В. Берлов, В.В. Никульникова. – Днепропетровск: Пороги, 2004. – с. 238 – 249.
10. Яцків О.І., Швець Р.М., Бобик В.Я. Деякі підходи до розв'язання задачі нагріву суцільного пружного циліндра за нестаціонарної граничної умови: Прикл. Проблеми механ. і матем./О.І. Яцків, Р.М. Швець, В.Я. Бобик. – 2007. – Вип. 5. – с. 186 – 194.
11. Веселовский В.Б. Решение задач нестационарной теплопроводности для многослойных плоских тел с неидеальным тепловым контактом: Прикладные вопросы аэродинамики летат. апаратов/ В.Б. Веселовский. – К.: Наук. Думка, 1984. – с. 140 – 144.
12. Веселовский В.Б. Математическое моделирование влияния полей различной физической природы на тепловые режимы элементов конструкций: Теплотех. механ./ В.Б. Веселовский. – 1993. – Вып.1. – с. 114 – 117.
13. Веселовский В.Б. Метод последовательных интервалов в исследовании теплофизических процессов: Металлургическая теплотехника. Сборник научных трудов НМА Украины/В.Б. Веселовский. – Днепропетровск: Пороги, 2004. – с. 225 – 265.
14. Веселовский В.Б. Контактное термическое сопротивление в многослойных элементах конструкцій: Гидродин. и процессы тепломассообмена/В.Б. Веселовский. - К.: Наук. думка, 1986. – с. 120 – 125.