

Е.В. Деренг, И.М. Гвоздева, В.Ф. Миргород  
**КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД “ТАТ” ОБРАБОТКИ  
МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

*Аннотация. В работе предлагается подход к совместному трендовому контролю и анализу временных рядов, образованных параметрами регистрации состояния силовых и энергетических установок в их длительной эксплуатации. Предлагаемый подход основан на формировании диагностической модели в виде полиномиальной аппроксимации взаимозависимостей измеряемых выходных переменных в установившихся режимах и выделении отклонений от указанной модели. Для полученных многомерных массивов отклонений последовательно используются известные методы сингулярного спектрального анализа и трендового контроля. Решена прикладная задача оценки технического состояния силовой установки летательного аппарата в его длительной эксплуатации.*

*Ключевые слова: диагностика, временные ряды, трендовый контроль и анализ*

**Введение.** Проблемным вопросом совершенствования систем технической диагностики (СТД) является повышение надежности статистических выводов о техническом состоянии диагностируемых объектов на основе использования и развития методов трендового контроля и анализа временных рядов, образуемых регистрируемыми параметрами (измеряемыми переменными состояния и выходными переменными).

Задача выделения трендов в указанных временных рядах, установления их закономерностей и уровня значимости имеет важное научно-прикладное значение, в частности, применительно к СТД силовых и энергетических установок на основе газотурбинных двигателей (ГТД), как общепромышленного, так и авиационного назначения.

**Основная часть.** Исходные данные в СТД формируются в виде временных рядов: временных срезов многомерной совокупности измеряемых переменных на заданном промежутке времени наблюдения.

Объектом исследования являются процессы изменения технического состояния силовых и энергетических установок.

Предметом настоящего исследования являются статистические модели (СМ) порождения данных, методы трендового контроля и анализа, позволяющие установить факт наличия тренда и закономерности его развития [2,4,6].

В СТД находят широкое применение различные трендовые статистики (Хальда-Аббе, кумулятивных сумм, F-критерий и др.) [4]. Однако известные методы трендового контроля позволяют установить лишь факт отсутствия тренда на заданном уровне значимости, поскольку именно так формулируется опорная гипотеза [8]. Опыт их применения свидетельствует о недопустимо высоком уровне ошибок первого (пропуск тренда) и второго (ложная тревога) рода. Указанных системных недостатков лишены методы трендового анализа, позволяющие выделить трендовую компоненту временного ряда. Однако остается нерешенным вопрос об уровне значимости выделенной трендовой компоненты, поскольку наличие тренда является естественным фактором ввиду выработки ресурса.

Целью настоящего исследования является обоснование подхода к комплексному применению методов трендового анализа и контроля технического состояния сложных энергетических объектов в их длительной эксплуатации путем последовательной реализации этапов оптимальной аппроксимации трендовой компоненты временного ряда, образованного совокупностью отклонений параметров регистрации объектов диагностирования от его СМ, и применения статистик тренда к полученной трендовой компоненте для установления уровня ее статистической значимости.

Центральной идеей (гипотезой) исследования является предположение, что в процессе эксплуатации сложных энергетических объектов неизбежно присутствует долговременный тренд параметров, однако этот тренд является следствием постепенной и естественной деградации их характеристик (взаимозависимостей переменных состояния) ввиду выработки ресурса. Поэтому только отклонение от таких взаимозависимостей дает информацию о техническом состоянии объекта. Подчиненная идея (гипотеза) состоит в том, что снижение уровня дисперсии остаточных отклонений (следовательно, снижение ошибок трендового

контроля) достигается путем предварительного выделения трендовой компоненты.

Предлагаемый подход может быть определен как последовательное применение методов выделения наиболее существенной (по дисперсии) компоненты временного ряда отклонений от СМ и методов трендового контроля для выделенной компоненты, а именно, как метод “trend and trend” – ТАТ.

**Основные результаты.** При регистрации состояния исследуемых объектов в процессе наблюдения добавляются новые данные (временные срезы), которые образуют расширяющуюся совокупность:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n], \\ \bar{x}_{21} &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \ x_{n+1}], \\ &\dots \\ \bar{x}_{kn} &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \ x_{n+k}].\end{aligned}$$

Следовательно, полная информация об изменении временного ряда содержится в траекторной матрице размером  $n \times k$  [3]:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \\ \bar{x}_2 &= [x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{n+1}] \\ &\dots \\ \bar{x}_k &= [x_k \ x_{k+1} \ \dots \ x_{n+k-1}]\end{aligned}\tag{1}$$

В качестве СМ порождения данных предлагается следующая модель совокупности трендовой, циклической и помеховой (шумовой) компонент:

$$\bar{x}_k = [x_k \ x_{k+1} \ x_{k+2} \ \dots \ x_{k+n-1}] = \bar{x}_{tr} + \bar{x}_{cicle} + \bar{x}_{noise}.\tag{2}$$

Задача анализа выборки данных (1) состоит в разделении ее строк в виде (2) на заданном уровне значимости.

В рамках предлагаемого подхода в отличие от известного метода [3,7] с целью уменьшения алгоритмической сложности траекторная матрица (2) формируется не в виде матрицы Ганкеля, а в виде матрицы Теплица. Выполнено решение следующей задачи на собственные значения

$$X_t X_t^T \bar{u}_i = \lambda_i^2 \bar{u}_i,\tag{3}$$

где неизвестные столбцы  $\bar{u}_i$  образуют матрицу  $U$  из ортогональных векторов матрицы автокорреляций  $X_t X_t^T$ . Из (3) следует [1,5], что матрица главных компонент временного ряда имеет вид

$$F = U^T X_t, \quad (4)$$

причем ее строки упорядочены по убыванию собственных чисел матрицы автокорреляций  $X_t X_t^T$ . Решение задачи разложения строки матрицы (1) по главным компонентам (4) имеет вид:

$$\bar{x}_s = \sum_{i=1}^k b_{si} \bar{f}_i, \quad (5)$$

где  $s = \overline{1, k}$ ,  $b_{si}$  – неизвестные коэффициенты влияния, определяемые решением переопределенной ( $n > k$ ) системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$F^T \bar{b}_s = \bar{x}_s. \quad (6)$$

Решение СЛАУ (6) найдено с использованием псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза [5]:

$$\bar{b}_s^T = (FF^T)^{-1} F \bar{x}_s^T. \quad (7)$$

Такое решение одновременно минимизирует норму ошибки аппроксимации  $\|F^T \bar{b}_s - \bar{x}_s\|$  для любой заданной строки (1) и длину искомого вектора  $\bar{b}_s$ , поэтому является оптимальным по критерию наименьших квадратов [5]. Так как  $(FF^T) = \text{diag}\{\lambda_i\}$ ,  $i = \overline{1, k}$ , то из (7) следует следующее соотношение для определения оптимальных коэффициентов влияния

$$b_{sj} = \bar{x}_s \bar{f}_j^T / (\bar{f}_j \bar{f}_j^T) = \lambda_j^{-1} \bar{x}_s \bar{f}_j^T, \quad (8)$$

где  $\bar{f}_j$  – строки матрицы главных компонент,  $\lambda_j$  – сингулярные числа траекторной матрицы. Если собственное число  $\lambda_1 = \lambda_{\max}$  соответствует компоненте с максимальной дисперсией, которая в исходной выборке является трендовой, то согласно (8), получаем

$$\bar{x}_{tr,s} = b_{s1} \bar{f}_1, \quad (9)$$

где  $b_{s1} = \lambda_{\max}^{-1} \bar{x}_s \bar{f}_1^T$ . После выделения трендовой компоненты (9) необходимо установление статистических свойства остатка  $\bar{x}_{\text{noise}}$ . Если ос-

таточный временной ряд удовлетворяет критерию  $\chi^2$  выборки из генеральной совокупности нормально распределенных случайных величин, то разделение ряда (2) выполнено корректно. Если при этом СКО остаточной выборки не превышает погрешностей измерений, то разделение ряда (2) соответствует физическим особенностям наблюдаемых процессов.

Для иллюстрации эффективности предлагаемого подхода выполнен анализ баз данных регистрации технического состояния маршевой двигательной установки самолета Ил-76 с двигателем ПС-90А в длительной эксплуатации. Данные представлены ЦИАМ (И.В.Егоров). В соответствии с изложенным в [6] подходом, анализу подвергались ряды из отклонений параметров регистрации от полиномиальных регрессионных моделей взаимозависимостей переменных в установившихся режимах (статических характеристик). Программно-алгоритмическое обеспечение трендового анализа для указанных примеров выполнено в среде MATLAB и позволило установить закономерности изменения технического состояния объекта. Результаты применения предлагаемого подхода для маршевой двигательной установки иллюстрируют рис. 1, на котором представлены трендовая статистика Аббе ( в форме  $r$ -критерия) для временного ряда отклонений от полиномиальной статической модели (СМ) приведенных параметров давления за компрессором, а также для трендовой компоненты таких отклонений, и рис. 2, характеризующий те же параметры по оборотам турбины низкого давления.

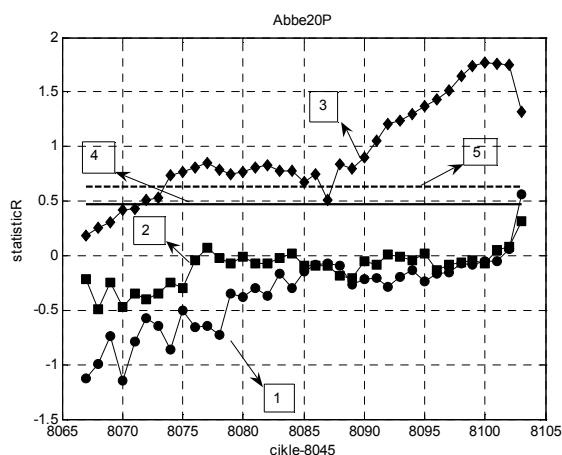


Рисунок 1 – параметры давления:

1 –  $r$ -статистика для приведенных параметров, 2 – для отклонения от СМ, 3 – для тренда, 4 – уровень 90%, 5 – уровень 95%

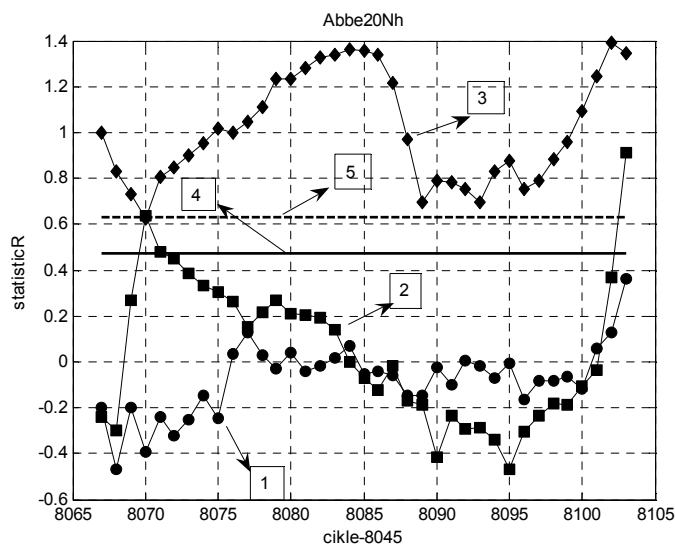


Рисунок 2 – параметры оборотов:

1 –  $r$ -статистика для приведенных параметров, 2 – для отклонения от СМ, 3 – для тренда, 4 – уровень 90%, 5 – уровень 95%

Анализ выполнен по траекторным матрицам шести параметров двигателя, которые регистрировались в течение 218 полетных циклов (более года). Окна трендового анализа и трендового контроля выбраны одинаковыми и составили 20 полетных циклов.

Как это следует из результатов обработки данных регистрации и видно на иллюстрациях, непосредственное применение трендовой статистики к временным рядам не выявляет наличие тренда. Имеет место ошибка первого рода: пропуск тренда. Только на этапе его излома, в последнем аварийном полетном цикле, фиксируется превышение порогового уровня. Применение трендовой статистики к выделенной трендовой компоненте, напротив, дает основание установить наличие тренда в выборке отклонений от СМ на уровне доверительной вероятности, равном 0,95, уже на первых десятках полетных циклов, задолго до излома тренда.

Последовательное применение методов трендового анализа и трендового контроля позволили установить деградацию компрессора высокого давления, что проявилось в изменении характеристик двигателя по давлению за компрессором и оборотам турбины низкого давления при поддержании постоянными оборотов турбины высокого давления. Такая деградация привела к излому тренда и последующему развитию аварийной ситуации.

**Заключение.** Последовательное сочетание методов трендового анализа и трендового контроля позволяет расширить признаковое пространство принятия решений и, тем самым, повысить надежность диагностических выводов. Такой переход возможен на основе формирования многомерных массивов из данных регистрации технического состояния и их оптимальной аппроксимации методом главных компонент. Применение статистик тренда к выделенным главным компонентам позволяет установить закономерности развития трендов и снизить вероятность ложных решений. Перспективы дальнейших исследований заключаются в разработке методов прогноза развития трендов на основе анализа многомерных временных рядов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности [Текст] / В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
2. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных [Текст] / Дж. Бендат, А. Пирсон – М.: Мир, 1989.–540 с.
3. Главные компоненты временных рядов: метод “Гусеница” [Текст] / Под ред. Д.Л. Данилова, А.А. Жиглявского. – С.-П. ун-т. – 1997.
4. Епифанов С.В. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей [Текст] / С.В. Епифанов, В.И. Кузнецов, И.И. Богаенко и др. // – К.: Техника, 1998. – 312 с.
5. Марпл мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения [Текст] / С.Л. Марпл мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
6. Миргород В.Ф. Применение диагностических моделей и методов трендового анализа для оценки технического состояния газотурбинных двигателей [Текст] / В.Ф. Миргород, Г.С. Ранченко, В.М. Кравченко // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – 9(56) – 2008. – С. 192-197.
7. Elsner I.B. Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis [Text] / I.B. Elsner, A.A. Tsonis. – New York, London: Plenum Press, 1996. – 164 p.
8. Perron P. Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Furter Evidence from a New Approach [Text] / P. Perron. – *Journal of Economic Dynamic and Control*. – No. 12. – P. 297-332.