УДК 62-50:519.49

В.М. Григорьев

ДЕТЕКТИРУЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. Показано, что необходимым и достаточным условием существования устройства, обеспечивающего экспоненциальную оценку неизвестных выходов линейного нестационарного многосвязного объекта управления, является экспоненциальная устойчивость системы однородных линейных нестационарных дифференциальных уравнений, соответствующей правому наибольшему общему делителю операторных матриц объекта управления.

Ключевые слова: линейные нестационарные дифференциальные матричные операторные уравнения, экспоненциальная устойчивость, детектируемость.

Актуальность темы. Широкий класс объектов управления адекватно представляются в виде системы линейных нестационарных дифференциальных уравнений с производными в правой части. Как правило, не все выходы объекта доступны непосредственному наблюдению. Синтез динамических систем, обеспечивающих экспоненциальную оценку неизвестных выходов объекта управления, является классической задачей теории автоматического управления.

Анализ последних исследований. В рамках концепции пространства состояний динамический регулятор системы в основном строится в два этапа [1]. Вначале конструируется динамический асимптотический наблюдатель состояния, дающий экспоненциальную оценку состояния, а затем по этим оценкам известными методами строится управление по принципу полной обратной связи. Естественно, поэтому, внимание специалистов к теории наблюдателей.

Если у системы существует наблюдатель состояния, то она называется детектируемой. Благодаря принципу дуальности [2], можно получить необходимое условие детектируемости нестационарного объекта: ненаблюдаемая часть системы должна быть экспоненциально

устойчива [3] и строить наблюдатель теми же методами, что и регуляторы по состоянию.

В рамках полиномиального подхода задача синтеза наблюдателя состояния переходит в проблему построения устройства, которое на основании измерения входов и части выходов объекта управления формирует такую оценку неизмеряемых выходов, что ошибки оценки будут экспоненциально устойчивы [4]. Получены условия существования таких устройств, основанные на анализе правых наибольших общих делителей линейных нестационарных матричных дифференциальных операторов, описывающих объект. Процедура синтеза основывается на приведении операторной матрицы объекта к канонической форме и выполнении матричного алгоритма деления. Остаётся открытым вопрос об условиях существования наблюдателя, обеспечивающего для ошибки оценки показатели Ляпунова не больше заданного отрицательного числа.

Постановка задачи. Для объекта управления, представленного в виде системы линейных нестационарных дифференциальных уравнений с производными в правой части, получить необходимые и достаточные условия существования наблюдателя неизвестного выхода, обеспечивающего для ошибки оценки показатели Ляпунова не больше заданного отрицательного числа

Обоснование полученных результатов. В пространстве сигналов X, состоящем из бесконечно дифференцируемых, за исключением конечного числа точек, функций, выделим подпространство функций M_{α}, имеющих вместе со всеми своими производными характеристический показатель Ляпунова [5] меньший отрицательного числа α .

Предположим, что объект автоматического управления вместе с исполнительными органами и измерительными приборами описывается системой линейных нестационарных дифференциальных уравнений

$$Az = Bu, \tag{1}$$

где $A \in R^{k\times k}$, $rank\ A=k$, $B \in R^{k\times m}$, $z \in X^k$, $u \in X^m$, R – кольцо линейных нестационарных дифференциальных операторов с коэффициентами из поля функций со строгим нулевым показателем Ляпунова, замкнутого относительно дифференцирования.

В уравнении (1) вектор u включает входы исполнительных устройств и регуляторов. Выходные сигналы z представимы в виде

ISSN 1562-9945

$z^T = | \; y^T \;\; x^T \; |$. Здесь $y \in X^l$ – внутренние выходы объекта, регуляторов и исполнительных органов, недоступные непосредственному измерению, $x \in X^n$ – выходы измерительных приборов, на основании которых формируются управляющие воздействия.

Перепишем систему (1) в виде

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u, \qquad (2)$$

где $A_1 \in R^{l \times l}$, $A_2 \in R^{l \times n}$, $A_3 \in R^{n \times l}$, $A_4 \in R^{n \times n}$, $B_1 \in R^{l \times m}$, $B_2 \in R^{n \times m}$ и пусть rank $A_1 = l$.

Рассмотрим задачу оценки неизвестного выхода y системы (2) на основании известных сигналов x и u.

Определение. Система (1) называется α - детектируемой, если существует такой устройство

$$Ky_e = Lx + Eu, \qquad (3)$$

где $K \in R^{l \times 1}$, $rank\ K = l$, $L \in R^{l \times n}$, $E \in R^{l \times m}$, называемое α - наблюдателем, что ошибка оценки $e = y_e - y$ лежит в M^l_α при любых входах u и всех возможных выходах x и y.

Определим множество S^l_α состоящее из матриц полного ранга из $R^{l \times l}$, таких, что все решения однородной системы линейных нестационарных дифференциальных уравнений $sx = 0$, $s \in S^l_\alpha$ лежат в пространстве функций M_α, имеющих вместе со всеми своими производными характеристический показатель Ляпунова меньший отрицательного числа α .

Теорема. Для α - детектируемости системы (2) необходимо и достаточно, чтобы правый наибольший общий делитель (ПНОД) матриц A_1 и A_4 лежал в S^l_α.

Достаточность. Матрицы в (3) представим в виде $L = -NA_2 - PA_4$, $E = NB_1 + PB_2$ и

$$K = NA_1 + PA_3, \qquad (4)$$

для некоторых матриц $N \in R^{l \times l}$, $P \in R^{l \times n}$, которые необходимо найти, решая последнее уравнение. Подставим L и E в (3):

$$Ky_e = N(B_1 u - A_2 x) + P(B_2 u - A_4 x).$$

Из уравнения объекта (2) следует, что $B_1 u - A_2 x = A_1 y$ и $B_2 u - A_4 x = A_3 y$. Учитывая (4), получим $Ky_e = Ky$ или

$$Ke = 0^l. \tag{5}$$

Рассмотрим (4) как уравнение относительно неизвестных матриц N и P. Положим в нём матрицу K равной ПНОД матриц A_1 и A_3. Тогда это уравнение разрешимо. По условию ПНОД лежит в S_{α}^{l}. Следовательно, в (5) e лежит в M_{α}^{l}.

Необходимость. Согласно работе [6] существует обратимая над R матрица U, такая, что

$$U\begin{bmatrix} A_1 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_r \\ 0 \end{bmatrix},$$

где U, $U^{-1} \in R^{l+n \times l+n}$ и $C_r \in R^{l \times l}$ – ПНОД матриц A_1 и A_3. Умножим систему (2) слева на матрицу U. Решения системы в силу обратимости матрицы не изменятся.

$$\begin{bmatrix} C_r & F \\ 0 & A_l \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ B_l \end{bmatrix} u, \tag{6}$$

где, с учетом обозначений

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{bmatrix},$$

имеем $F=U_1A_2+U_2A_4$, $G=U_1B_1+U_2B_2$, $A_l=U_3A_2+U_4A_4$, $B_l=U_3B_1+U_4B_2$. Заметим, что тем самым мы привели уравнение (2) к наблюдаемым выходам $A_l\, x = B_l\, u$.

Запишем уравнение системы (2), представленное в форме (6), совместно с подключенным к нему α -наблюдателем

$C_r\, y + Fx = Gu,\ A_l x = B_l u,\ \ Ky_e = Lx + Eu.$

Положим, что векторные функции u, x и y_e нулевые. Тогда ошибка оценки $e=y_e-y$ равна $-y$ и является решением уравнения $C_r y=0$. По условию $e \in M_{\alpha}^{l}$. Следовательно $C_r \in S_{\alpha}^{l}$. Ч.Т.Д.

Выводы. Показано, что необходимым и достаточным условием существования наблюдателя, обеспечивающего экспоненциальную оценку неизмеряемых выходов линейной нестационарной многосвязной системы, является экспоненциальная устойчивость системы однородных линейных нестационарных дифференциальных уравнений, соответствующей правому наибольшему общему делителю операторных матриц объекта управления. Задача синтеза наблюдателя сведена к решению матричного операторного уравнения.

ISSN 1562-9945

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука. – 1976. – 424 с.
2. Квакернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир. – 1977. – 656 с.
3. Смирнов Е.Я. Некоторые задачи математической теории управления. Л.: ЛГУ. – 1982. – 200 с.
4. Ylinen R. An algebraic theory for analysis and syntesis of time-varying linear differentials systems // Acta Politechnica Scandinavica: Math. and Comput. Ser. N 32. Helsinki, 1980. 62 p.
5. Теория показателей Ляпунова и её приложение к вопросам устойчивости. / Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В. М.: Наука. – 1966. – 576 с.
6. Григорьев В.М. Совместность и эквивалентность линейных нестационарных систем управления // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов: Днепропетровск, 2004. – Выпуск 6 (35). – С. 24-32.