

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ДВУХЭТАПНОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА С ПРЕДПОЧТЕНИЯМИ

Аннотация. В статье рассмотрена двухэтапная задача размещения производства с предпочтениями. Сформулирована математическая модель. Предложен алгоритм решения, основанный на генетическом алгоритме и методе потенциалов. Представленный алгоритм апробирован на модельной задаче.

Ключевые слова: задачи размещения-распределения, многоэтапные задачи размещения, генетический алгоритм, оптимизация, задачи размещения с предпочтениями.

Введение

Задачи оптимального размещения предприятий на заданной территории исследуются уже более ста лет, оставаясь в центре внимания многих исследователей, что подтверждается большим количеством публикаций, посвященных этой проблеме [1]. Такие задачи возникают при стратегическом планировании развития региона, представляют интерес для коммерческих (размещение складов, магазинов, точек обслуживания и пр.) и государственных (школы, больницы, пожарные станции и пр.) компаний и потому представляют практический интерес. В общем случае задачу размещения можно описать следующим образом: необходимо определить оптимальное, согласно некоторому критерию качества, расположение объектов, удовлетворяющих требования клиентов, и обеспечить выполнение заданных ограничений. Соответствующие математические модели могут быть описаны как в дискретной так и в непрерывной постановке [1, 2].

В данной работе рассмотрена двухэтапная задача размещения предприятий. Следует заметить, что существует целый ряд областей, где возникают задачи такого вида, поскольку они отображают последовательные процессы выпуска одного вида продукции, доставки его в промежуточные пункты и, затем, доставки ее конечным потребителям. В самых простых постановках таких задач рассматриваются два

продукта – “сырье” и “готовый продукт”, но возможно и большее число наименований: “сырье”, “полуфабрикат”, “готовый продукт”. Одним из примеров двухуровневого производственного процесса является добыча и обработка природного сырья – нефти, руды и т. п. Многоэтапные задачи размещения производства рассматривались в [1,3,4,5].

Формулировка задачи

Содержательную постановку многоэтапной задачи размещения производства можно сформулировать следующим образом: необходимо разместить производство, включающее в себя предприятия I этапа и предприятия II этапа в области, таким образом, чтобы суммарные затраты на доставку сырья и продукции были минимальны. Предполагается, что места возможного расположения предприятий I и II этапов, а также места расположения потребителей заранее известны.

Для построения математической модели введем следующие обозначения: Ω – область, в которой размещаются предприятия; N – необходимое количество предприятий I этапа; M_1, M_2 – множество возможных мест размещения предприятий I этапа и II этапа соответственно; K – множество потребителей; c_{ij}^I – стоимость доставки единицы сырья от i -го предприятия I этапа к j -му предприятию II этапа; c_{jk}^{II} – стоимость доставки от j -го предприятия II этапа к k -му потребителю; b_k – спрос k -го потребителя; A^r – затраты на установку i -го предприятия r -го этапа; v_{ij}^I – объём продукции доставляемой от i -го предприятия I этапа к j -му предприятию II этапа; v_{jk}^{II} – объём продукции доставляемой от j -го предприятия II этапа к k -му потребителю.

Положим

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{если в пункте } i \text{ размещается предприятие I-го этапа,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

$$\lambda_j = \begin{cases} 1, & \text{если в пункте } j \text{ размещается предприятие II-го этапа,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда математическая модель может быть записана в виде:

Минимизировать

$$\sum_{i \in M_1} A_i^I x_i + \sum_{j \in M_2} A_j^II \lambda_j + \sum_{i \in M_1} \sum_{j \in M_2} c_{ij}^I v_{ij}^I + \sum_{j \in M_2} \sum_{k \in N} c_{jk}^II v_{jk}^II \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^M v_{ij}^I \lambda_j = b_i^I, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N v_{ij}^I = b_j^II, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^M v_{jk}^II \lambda_j = b_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (4)$$

$$v_{ij}^I \geq 0, \quad v_{jk}^II \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (5)$$

$$x_i \in \{0; 1\}; \lambda_j \in \{0; 1\}, \quad (6)$$

Здесь ограничения (2) означают, что количество продукта, вывезенного из i -го предприятия I этапа должно соответствовать производственной мощности этого предприятия, ограничения (3), (4) – обеспечивают удовлетворение спроса предприятий II этапа и потребителей.

Подобная задача в дискретной постановке при наличии двух этапов на цепи рассматривалась в [4], методы решения сходных по постановкам задач были также рассмотрены в [1]. В работе [3], был предложен подход для решения задачи оптимального размещения, основанный на последовательном решении задачи ОРМ [2] и задачи в (1) – (6). Однако, при этом было выявлено, что для размещения предприятий I этапа выбираются ближайшие по расстоянию (стоимости) возможные места расположения по отношению к предприятиям II этапа без учета «качества» этих мест (рис. 1). Этот результат оправдан, если все возможные пункты размещения равноценны, однако если их «качество» различно, то полученный результат нельзя считать приемлемым. Таким образом, возникает необходимость учитывать различия между возможными местами размещения. Один из подходов к решению этой задачи, основанный на использовании теории игр, был предложен Бересневым В.Л. в работе [6].

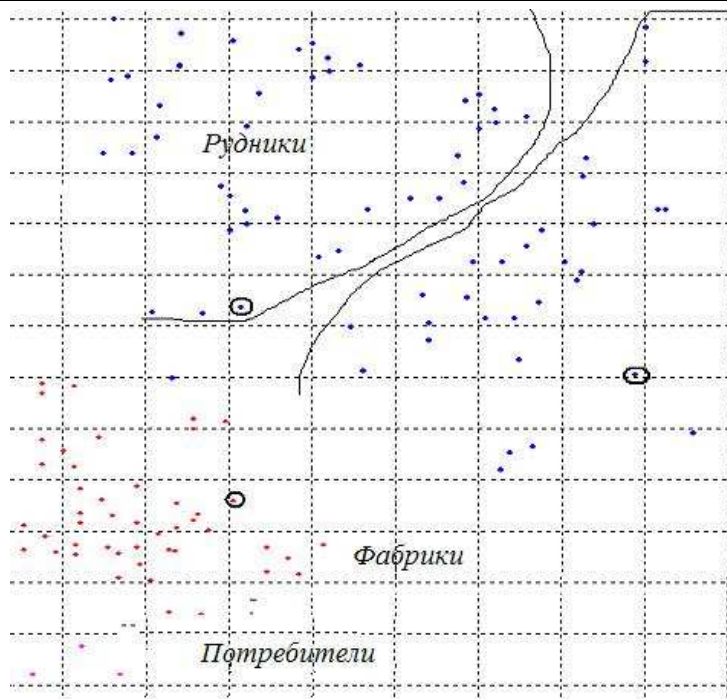


Рисунок 1 – Размещение обогащительного производства

Основная часть

В данной работе предлагается ввести коэффициенты «качества» β_i возможных мест размещения для учета предпочтений мест размещения предприятий. И решать задачу вида:

Минимизировать

$$\sum_{i \in M_1} A_i^I x_i + \sum_{j \in M_2} A_j^{II} \lambda_j + \sum_{i \in M_1} \sum_{j \in M_2} \beta_i c_{ij}^I v_{ij}^I + \sum_{j \in M_2} \sum_{k \in N} c_{jk}^{II} v_{jk}^{II}, \quad (7)$$

при ограничениях (2) – (6).

Для решения этой задачи предлагается алгоритм, основанный на генетическом алгоритме и методе потенциалов.

Алгоритм

1. Выбор начальной популяции состоящей из массивов с возможным начальным размещением предприятий I и II этапов.
2. Расчет расстояний от предприятий I этапа до предприятий II этапа и от предприятий II этапа до потребителей.
3. Решение транспортной задачи методом потенциалов для выбранных мест размещения предприятий I и II этапов.
4. Расчет значения целевой функции по формуле (7).

5. Сохранение в массив памяти лучшего значение целевого функционала и соответствующих номеров предприятий.

6. Выбор «родителей», кроссовер, а также мутация новых возможных вариантов размещения.

7. Повторение пунктов 2 – 4 для нового решения.

8. Добавление в массив памяти нового решения и удаление – худшего.

9. Проверка критерия окончания: если «да» – переход к следующему пункту, в противном случае возврат к пункту 6.

10. Вывод лучшего результата и графика.

Алгоритм описан.

Предложенный алгоритм был численно реализован и апробирован на следующей модельной задаче:

Пусть потребитель некоторой продукции находится в области $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 30, 10 \leq y \leq 30\}$. Координаты расположения потребителей известны. Производство продукции осуществляется в два этапа. Экспертами определены возможные места размещения предприятий I и II этапов: $M_1 = \{\tau_1^I, \tau_2^I, \dots, \tau_{20}^I\}$, $M_2 = \{\tau_1^{II}, \tau_2^{II}, \dots, \tau_{20}^{II}\}$ и оценено качество возможных мест размещения предприятий I этапа по 10-бальной шкале: $\alpha = \{4, 8, 1, 8, 3, 3, 8, 1, 7, 9, 3, 8, 6, 2, 3, 3, 8, 10, 4, 9\}$, где 1 – наименее предпочтительное место размещения, 10 – наиболее предпочтительное. Известны также мощности предприятий каждого этапа: $b^I = \{50, 150, 150, 100, 50, 100\}$ и $b^{II} = \{100, 200, 250, 50\}$ и спрос потребителей $b = \{100; 100; 100; 150; 50; 100\}$. Необходимо разместить 6 предприятий I этапа и 4 предприятия II этапа с учетом расположения 6 потребителей и определить объемы перевозок продукции на каждом из этапов таким образом, чтобы минимизировать функционал суммарных затрат на производство продукции и доставку ее потребителям:

$$F = \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} \beta_i c^I_{ij} v^I_{ij} x_i + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{M_2} c^{II}_{jk} v^{II}_{jk} \lambda_j$$

при условиях (6) – (8).

Для решения сформулированной задачи был применен алгоритм, описанный выше. В качестве критерия остановки было выбрано время работы программы $T = 30$ сек.

В табл. 1 и на рис. 2 представлены результаты работы алгоритма. Звездочками обозначены возможные места размещения предприятий I этапа (r_i) и соответствующие им оценки α_i , кругами – возможные места размещения предприятий II этапа (f_j), квадратами – места расположения потребителей (p_k). Выбранные места размещения предприятий выделены.

Полученные результаты показали, что решение двухэтапной задачи размещения дает достаточно качественное решение и такой метод решения в дальнейшем может быть применен.

Таблица 1

Численные результаты вычислений с помощью алгоритма 1 при наличии коэффициента «качества»

Предприятия I этапа			Предприятия II этапа			Потребители	
Координаты точки размещения	Объем перевозок I этапа	Мощность	Координаты точки размещения	Объем перевозок II этапа	Мощность	Координаты точки размещения	Спрос
(6, 23)	50	50	(9, 13)	100	100	(9, 10)	100
(26, 20)	100	150	(23, 11)	50	250	(25, 10)	100
(26, 20)	50	150	(26, 11)	50	50	(25, 10)	100
(21, 25)	150	150	(17, 12)	150	200	(19, 17)	150
(27, 23)	50	100	(17, 12)	50	200	(16, 10)	50
(27, 23)	50	100	(23, 11)	100	250	(24, 1)	100
(13, 25)	50	50	(9, 13)	100	100	(9, 10)	100
(29, 21)	100	100	(23, 11)	100	250	(14, 2)	100
Целевая функция					10815,2		

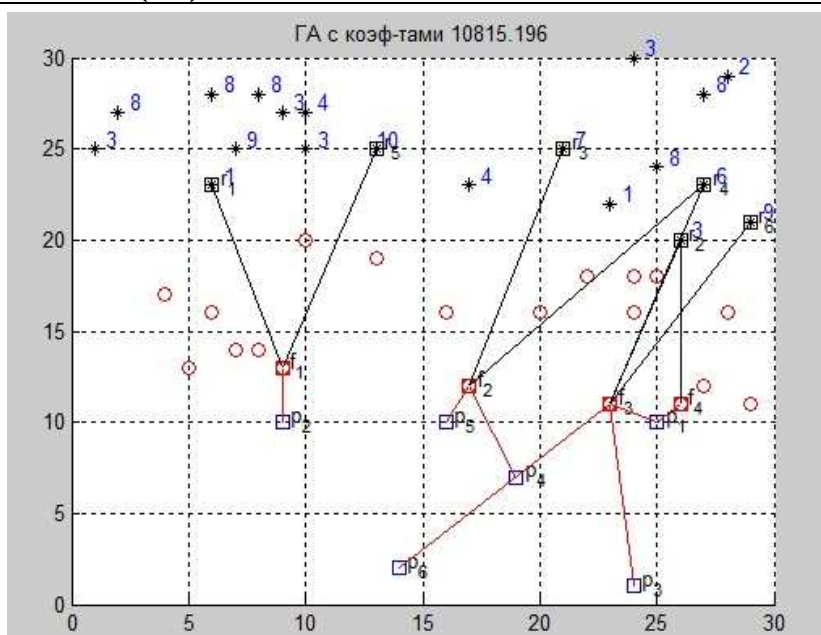


Рисунок 2 – Результат решения модельной задачи при наличии коэффициента «качества»

Для сравнения, эта задача была решена без учета качества возможных мест размещения предприятий I этапа. В табл. 2 и на рис. 3 представлены результаты работы алгоритма при условии равнозначности возможных мест размещения предприятий первого этапа.

Таблица 2

Численные результаты вычислений с помощью алгоритма 1 при отсутствии коэффициента «качества»

Предприятия I этапа			Предприятия II этапа			Потребители	
Координаты точки размещения	Объем перевозок I этапа	Мощность	Координаты Точки размещения	Объем перевозок II этапа	Мощность	Координаты точки размещения	Спрос
(10, 25)	50	50	(9, 13)	100	200	(9, 10)	100
(6, 23)	150	150	(9, 13)	100	200	(14, 2)	100
(26, 20)	150	150	(24, 16)	100	250	(25, 10)	100
(29, 21)	50	100	(24, 16)	50	250	(24, 1)	100
(29, 21)	50	100	(28, 16)	50	50	(24, 1)	100
(23, 22)	50	50	(24, 16)	100	250	(19, 7)	150
(17, 23)	100	100	(17, 12)	50	100	(19, 7)	150
(17, 23)	100	100	(17, 12)	50	100	(16, 10)	50
Целевая функция			9905				

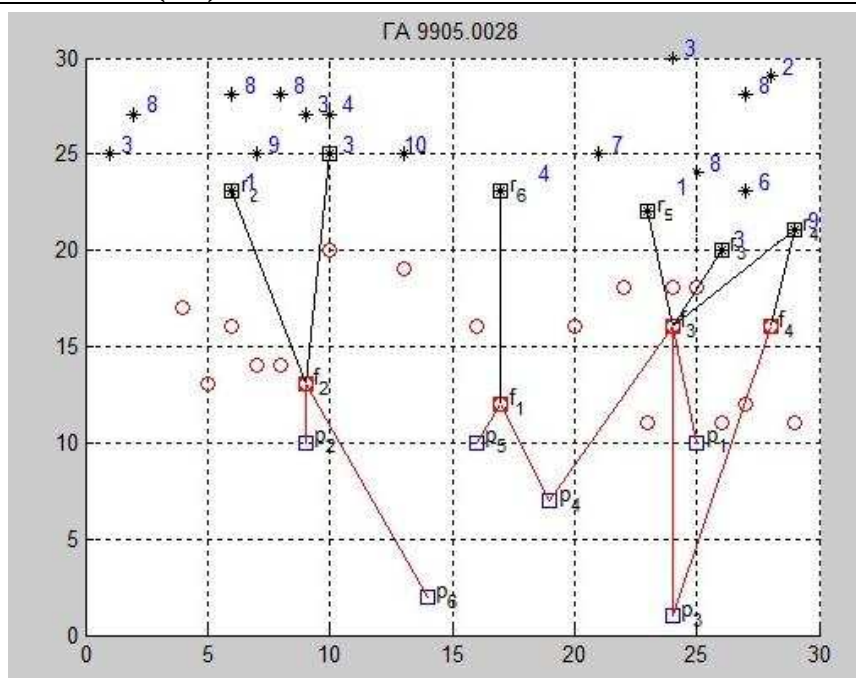


Рисунок 3 - Результаты вычислений
с помощью без учета «качества» мест размещения

Как видно из результатов численных экспериментов, использование коэффициентов качества, позволяет учитывать предпочтения при размещении предприятий.

Выводы

Двухэтапные задачи размещения предприятий является актуальными, поскольку открывают возможность для развития новых методов моделирования, инновационных алгоритмов решений и интересных приложений. В данной работе сформулирована математическая модель двухэтапной задачи размещения-распределения с предпочтениями и предложен алгоритм ее решения, основанный на генетическом алгоритме и методе потенциалов. Проведенные численные эксперименты позволяют говорить о возможности применения предложенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.Z. Farahani, «Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies» / R.Z. Farahani, M. Hekmatfar // Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 2009, p 549
2. Киселева Е.М. Шор Н.З. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения: Монография – К.: Наукова Думка 2005 – 564 с.
3. Ус С.А. Про один підхід до розв'язання задачі оптимального розміщення збагачувального виробництва / С.А. Ус // «Інформаційні технології та інформаційна безпека в науці, техніці та навчанні «Інфотех-2011». Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Севастополь, 05–10 вересня 2011р). С. 118 – 119.
4. Гимади Э.Х, Эффективные алгоритмы для решения многоэтапной задачи размещения на цепи / Э.Х Гимади // Дискретный анализ и исследование операций, Октябрь—декабрь 1995. Том 2, № 4, с 13-3
5. Us S., Multi-stage problem of concentration plant location / S.Us, O.Stanina // Computer Science & Engineering: Proceedings of the 6th International Conference of Young Scientists CSE-2013. – Lviv: Lviv Polytechnic Publishing House, 2013., pp 130 – 131.
6. Береснев В.Л., Верхние оценки для целевых функций дискретных задач конкурентного размещения предприятий, / В.Л Береснев // Дискретный анализ и исследование операций, Июль-август 2008. Том 15, № 4. с 3 – 24