

Н.И. Твердоступ

## ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ИНДУКТИВНОГО ИМПЕДАНСА НА НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

*Аннотация.* Исследованы возможности метода трех вольтметров для измерения индуктивности, активного сопротивления, а также их частотных характеристик. Установлено, что в диапазоне частот до 100 кГц погрешность измерения индуктивности составляет не более 0,3%, активного сопротивления – 8,65%.

*Ключевые слова:* индуктивность, сопротивление, импеданс, метод трёх вольтметров, измерение, частотная характеристика, добротность, погрешность, образцовая мера.

**Введение.** Среди методов измерения индуктивного импеданса [1] выделяется метод трех вольтметров [2], который используют на промышленных частотах (50, 400 Гц) для определения мощности, потребляемой приемником электрической энергии, его активного сопротивления, реактанса и полного сопротивления. Сравнение методов Q-метра и мостового [3], используемых для измерения составляющих импеданса в широком диапазоне частот, с методом трех вольтметров показывает, что последний обладает несомненным достоинством – эксплуатационная простота и удобство, заключающееся в том, что для измерения параметров приёмника достаточно всего лишь определить напряжения на трёх участках электрической цепи, состоящей из приёмника электрической энергии с последовательно включенным образцом. ~~Поэтому~~ ~~возможности~~ ~~метода~~ ~~трёх~~ ~~вольтметров~~ ~~для~~ ~~измерения~~ ~~составляющих~~ ~~индуктивного~~ ~~импеданса,~~ ~~а~~ ~~также~~ ~~определения~~ ~~их~~ ~~частотных~~ ~~характеристик~~ ~~в~~ ~~диапазоне~~ ~~выше~~ ~~промышленных~~ ~~частот.~~

**Основная часть.** На рис.1 представлена эквивалентная схема измерительной цепи (а) для определения составляющих индуктивного импеданса методом трёх вольтметров и её векторная диаграмма (б), где  $E$  – напряжение генератора гармонических колебаний,  $R_0$  – образцовое сопротивление,  $L$ ,  $r$  – индуктивность и активное сопротивление

© Твердоступ Н.И., 2016

измеряемого импеданса  $Z_x$ ,  $U_o$ ,  $U_x$  – падения напряжения на образцовом сопротивлении и измеряемом импедансе,  $U_L$ ,  $U_r$  – реактивная и активная составляющие напряжения  $U_x$ ,  $I$  – ток в измерительной цепи. Импедансы измеряемой индуктивности  $Z_x$  и измерительной цепи  $Z$  имеют вид

$$z_x = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}, \quad (1)$$

$$z = \sqrt{((R_o + r))^2 + \omega^2 L^2}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота колебаний гармонического генератора  $E$ . Для последовательной цепи значения импедансов можно представить, как

$$z_x = \frac{R_o U_x}{U_o}, \quad z = \frac{R_o E}{U_o}. \quad (3)$$

Из (1) – (3) следует система уравнений

$$\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R_o U_x}{U_o}, \quad (4)$$

$$\sqrt{((R_o + r))^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R_o E}{U_o}, \quad (5)$$

решение которой позволяет получить выражения для активной составляющей индуктивного импеданса

$$r = \frac{R_o}{z} \left( \frac{E^2 - U_x^2}{U_o^2} - 1 \right) \quad (6)$$

и его индуктивности

$$L = \frac{R_o}{\omega} \sqrt{\frac{U_x^2}{U_o^2} - \frac{1}{4} \left( \frac{E^2 - U_x^2}{U_o^2} - 1 \right)^2}. \quad (7)$$

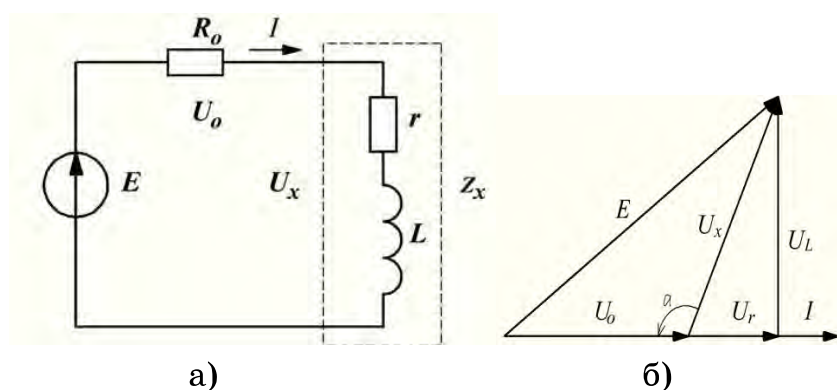


Рисунок 1 – Измерительная цепь (а) и её векторная диаграмма напряжений и тока (б)

Из двух последних выражений следует, что величины  $r$  и  $L$  можно найти измерением напряжений  $E$ ,  $U_x$  и  $U_o$  с последующим вычислением по (6) и (7). Следует отметить, что найденные составляю-

щие индуктивного импеданса  $r$  и  $L$  будут действительными и положительными при выполнении условия

$$U_x^2 + U_0^2 \leq E^2 \leq (U_x + U_0)^2, \quad (8)$$

на векторной диаграмме (рис. 1б) это означает, что угол  $\alpha$  может принимать значения в ограниченном диапазоне  $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$ .

Для определения возможности измерения составляющих индуктивного импеданса была собрана измерительная схема согласно рис. 1а. В качестве измеряемого импеданса использованы катушки из набора образцовых мер индуктивности типа L-0170 III разряда класса 0,2. Измерения проводились на частоте 1 кГц вольтметром В7-27А/1 с использованием генератора гармонических колебаний ГЗ-118. Образцовым сопротивлением  $R_0$  был выбран резистор типа МЛТ-2 с активным сопротивлением 1475 Ом (на частоте 1 кГц).

В таблице 1 представлены результаты измерений, где  $L_0$  – номинальные значения образцовых мер индуктивности;  $L_\partial$ ,  $r_\partial$  – действительные значения индуктивностей и активного сопротивления мер, полученные мостовым измерителем Е7-8;  $L$ ,  $r$  – индуктивность и активное сопротивление образцовых мер, определенные методом трех вольтметров.

Таблица 1

Результаты измерения образцовых мер индуктивности

$L_0$ , мГн	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100	200
$L_\partial$ , мГн	0,201	0,501	1	1,999	4,997	10	20,01	49,99	100	199,9
$r_\partial$ , Ом	1,612	1,944	2,97	4,73	9,98	20,6	75,2	125,5	294	241
$L$ , мГн	0,225	0,518	0,997	1,984	4,907	9,99	19,9	49,98	99,97	200,5
$r$ , Ом	1,499	1,995	2,987	4,948	11,67	20,7	76,92	125,6	292,7	217,6

Используя метод наименьших квадратов получены уравнения линейной регрессии для индуктивности  $L = f(L_\partial)$

$$L = -0,0641 + 1,0026L_\partial \quad (9)$$

и активного сопротивления  $r = \varphi(r_\partial)$

$$r = 1,0182 + 0,9601r_\partial; \quad (10)$$

при уровне значимости 0,001 коэффициенты корреляции составили для индуктивности  $r_L \approx 1$ , для активного сопротивления  $r_r \approx 0,9983$ ; среднеквадратическое отклонение отдельного измерения индуктивности  $\sigma_L = 0,1168$  мГн, активного сопротивления  $\sigma_r = 6,5419$  Ом, средняя относительная погрешность измерения индуктивности составила 0,3%, активного сопротивления – 8,7%.

Результаты исследования частотных характеристик показаны на рис. 2. Экспериментальные частотные зависимости индуктивности  $L$ , активного сопротивления  $r$  и добротности  $Q$  определены в диапазоне 0,1 – 100 кГц. В качестве исследуемого индуктивного импеданса использовалась образцовая мера с индуктивностью  $L_0 = 5$  мГн, омическим сопротивлением 8,8 Ом и добротностью 140. Из полученных зависимостей видно, что в диапазоне частот от 0.1 до 30 кГц активное сопротивление  $r$  и индуктивность  $L$  остаются практически неизменными с отклонениями в пределах погрешности эксперимента. После 30 кГц активное сопротивление  $r$  начинает увеличивать свое значение, что можно объяснить возрастающим влиянием эффекта близости и скин-эффекта. Также наблюдается увеличение индуктивности  $L$  из-за шунтирующего влияния распределённой ёмкости катушки и измерительной цепи в целом, которые образуют с индуктивностью параллельный контур с некоторой частотой собственного резонанса  $f_0$ . С ростом частоты  $f$  при  $f < f_0$  импеданс параллельного контура увеличивается, что приводит к кажущемуся увеличению индуктивности  $L$ . Это явление вносит погрешность в определение индуктивности на частотах, приближающихся к частоте собственного резонанса катушки. Погрешность можно уменьшить при условии учета величины распределенной емкости, для этого потребуется рассмотрение несколько другой эквивалентной схемы измерительной цепи, в которой учитывается межвитковая емкость измеряемой катушки, входные емкости измерительных приборов и соединительных проводников.

Частотная зависимость добротности  $Q = 2\pi f L / r$  исследуемой образцовой меры индуктивности имеет максимум  $Q = 133$  на частоте  $f = 30$  кГц, величина которого отличается на 5% от добротности, указанной в паспорте образцовой меры.

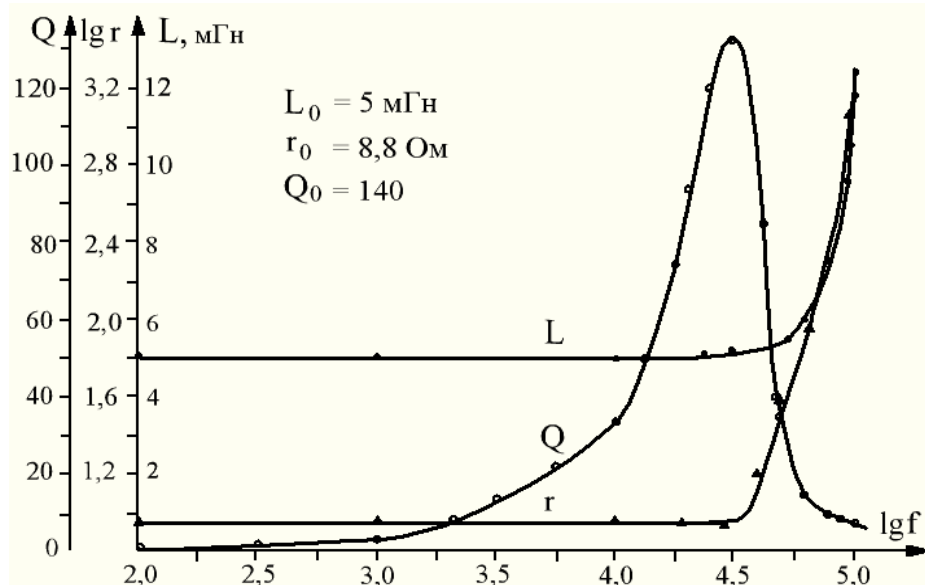


Рисунок 2 – Частотные характеристики индуктивности  $L$ , активного сопротивления  $r$  и добротности  $Q$  образцовой меры индуктивности ( $L_0 = 5 \text{ мГн}$ )

**Выводы.** Анализ результатов исследования позволяет сделать следующие выводы о возможностях метода трех вольтметров для измерения составляющих индуктивного импеданса:

- методом трех вольтметров довольно просто измерять составляющие индуктивного импеданса на фиксированных частотах выше промышленных; в диапазоне до 100 кГц относительная погрешность определения индуктивности составляет не более 0,3%, активного сопротивления – 8,7%, что соответствует классу точности использованных измерительных приборов;

- метод позволяет получать информативную характеристику в виде частотных зависимостей активного сопротивления и индуктивности; это дает возможность выбрать диапазон частот, в котором мешающее влияние распределенной емкости незначительное, а также найти оптимальную частоту, при которой добротность индуктивности максимальна;

- дальнейшее повышение точности определения действительных значений составляющих индуктивного импеданса возможно при условии проведения анализа эквивалентной схемы измерительной цепи, учитывающей шунтирующее влияние распределенной емкости.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Измерения в электронике: Справочник [Текст] / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Колесник и др. / Под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
2. Круг К. А. Основы электротехники. Теория переменных токов [Текст] / К.А. Круг. – М.-Л.: Государственное энергетическое изд-во, 1946. – 635с.
3. Спектор С.А. Электрические измерения физических величин. Методы измерений [Текст] / С.А. Спектор. - Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 320с.