

А.О. Журба, Д.І. Журба

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ФРАКТАЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ЇХ РОЗМІРНІСТЬ

*Анотація.* В статті розглядається побудова фрактальних об'єктів з різними параметрами з використанням рекурсивних алгоритмів, L-систем, систем ітерованих функцій та дослідження їх фрактальної розмірності.

*Ключові слова:* фрактальні об'єкти, рекурсивні методи, L-системи, системи ітерованих функцій, фрактальна розмірність.

**Вступ.** Фрактали являють собою геометричні об'єкти в з властивістю самоподібності, коли будь-яка частина фрактала містить його зменшене зображення. Фрактали, по своїй сутності, є рекурсивними структурами і достатньо популярними методами їх побудови є рекурсивні методи, L-системи та системи ітерованих функцій [1].

Рекурсія дозволяє частково визначити об'єкт через себе. Та використовується, як правило, для побудови таких фрактальних об'єктів, в яких можна виділити самоподібність в організації. Рекурсивні методи генерації фракталів можна застосувати для побудови серветки та килима Серпинського, кривої Коха, трикутника Серпинського та ін.

Використання L-систем істотно полегшує графічні побудови, особливо у разі фракталів, що нагадують за формою рослини.

Система ітерованих функцій (СІФ) - ітеративний алгоритм, що полягає в дії на початкову множину стискаючими відображеннями, які на великій кількості ітерацій зводять початкове зображення до зображення фрактала. СІФ - це засіб отримання фрактальних структур.

**Метою цієї роботи** є дослідження фрактальної розмірності фрактальних об'єктів, побудованих з використанням різних методів, в залежності від їх параметрів.

**Матеріали та методики дослідження.** Для дослідження було згенеровано близько 300 фрактальних об'єктів різними методами та з різними параметрами.

В роботі запропонована розробка програмного модулю RekursFractals для генерації фрактальних об'єктів з використанням рекурсивних алгоритмів. При розробці програмного модулю RekursFractals було передбачено можливість побудови фрактальних об'єктів з використанням рекурсивних алгоритмів з різними параметрами.

При побудові простих фрактальних об'єктів передбачено завдання такого параметру як порядок фрактала. При цьому можна побудувати такі прості об'єкти як трикутник та килим Серпинського, криву Коха (рис. 1).

При побудові фрактальних множин передбачено завдання таких параметрів як порядок фрактального об'єкту, кількість точок по кожній з осей координат, кількість ітерацій при обчисленні фрактала. При цьому можна побудувати такі фрактальні об'єкти як: множину Мандельброта, множину Жюліа, множину Ньютона та ін. (рис. 2).

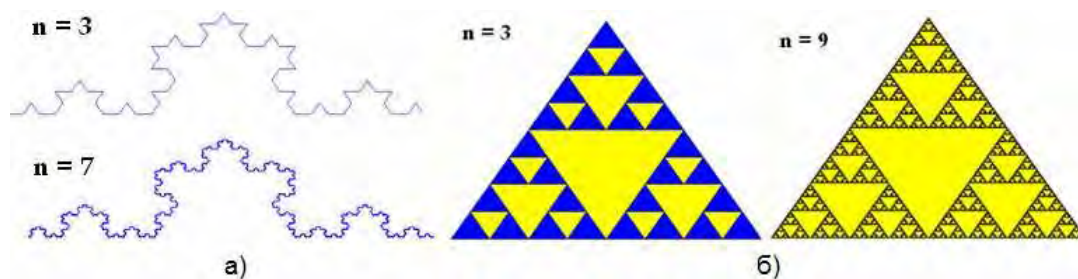


Рисунок 1 - Приклади побудови простих фрактальних об'єктів з різними параметрами: а) крива Коха; б) трикутник Серпинського

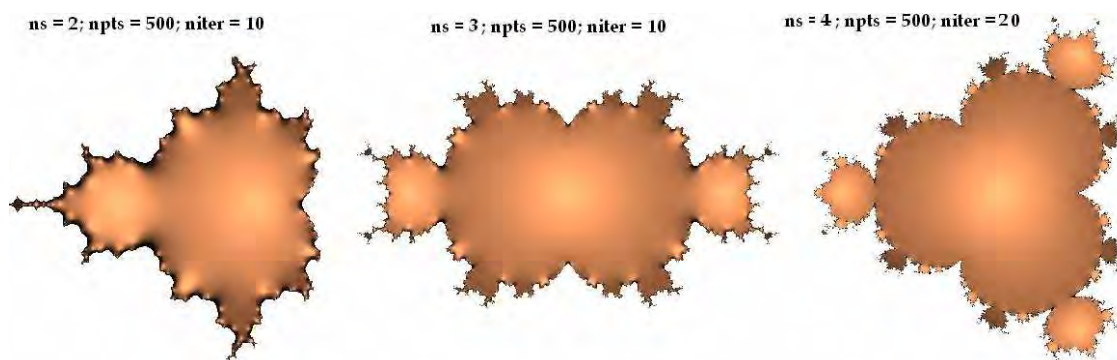


Рисунок 2 - Приклад побудови множини Мандельброта з різними параметрами

За допомогою розробленого програмного модулю `RekursFractals` було згенеровано більше 100 фрактальних об'єктів. Кожний фрактальний об'єкт було побудовано з різними параметрами та досліджено його можливі параметри.

В роботі запропонована розробка програмного модулю `L-systems` для генерації фрактальних об'єктів з використанням `L-систем` з різними параметрами.

Для представлення фракталів в `L-системах` генеруються слова, що є послідовностями букв і символів. `L-системи` використовують процеси із зворотним зв'язком, в яких результат однієї ітерації є початковим значенням для наступної. На кожному кроці нове слово виходить шляхом заміщення букв вхідного слова заздалегідь заданими рядками. Процес повторюється ітеративно встановлену кількість разів, що визначає порядок `L-системи`.

При побудові фрактальних об'єктів з використанням програмного модулю `L-systems` передбачено завдання таких параметрів як порядок фрактального об'єкту, кут тета та кут альфа. При цьому можна побудувати такі фрактальні об'єкти як: крива Коха, сніжинка Коха, криві Дракона, Госпера, Гільберта, Серпинського та ін. (рис. 3).

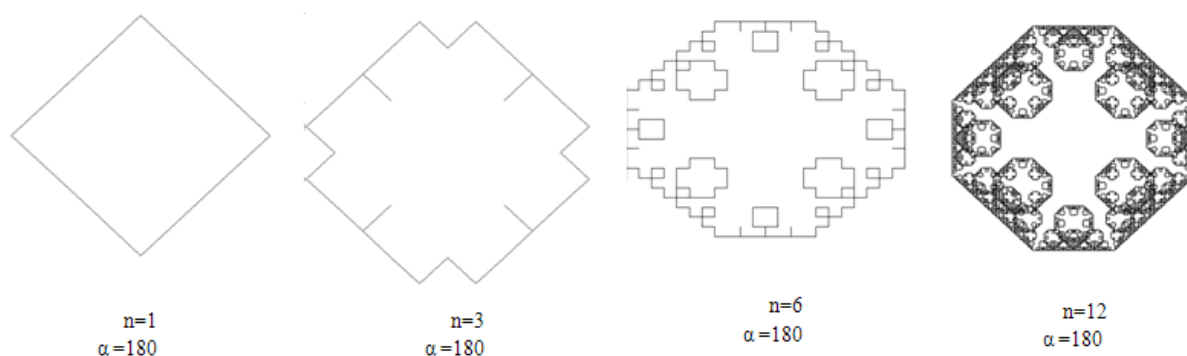


Рисунок 3 - Приклад побудови кривої Леві з використанням `L-систем` з різними параметрами

В роботі запропонована розробка програмного модулю `SIF` для генерації фрактальних об'єктів з використанням систем ітерованих функцій з різними параметрами (рис. 4).

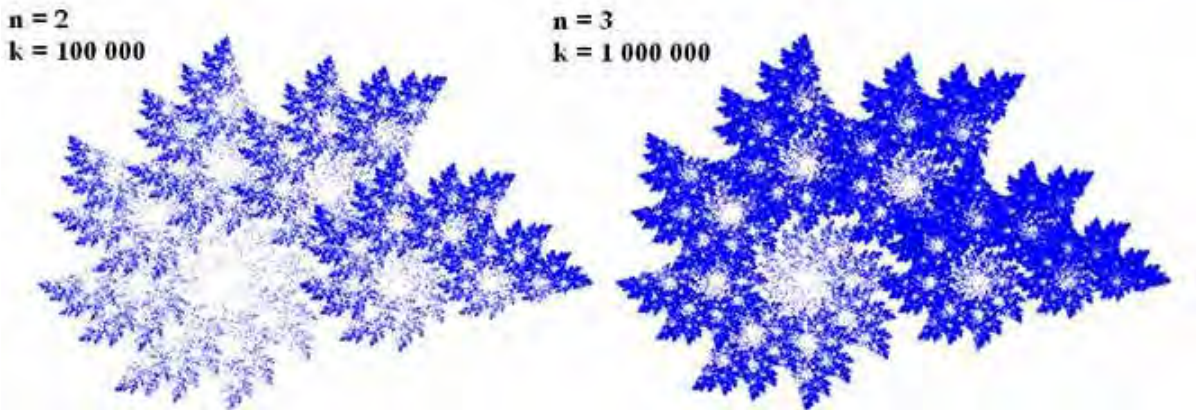


Рисунок 4 - Приклад побудови фрактального об'єкту з використанням СІФ з різними параметрами

При побудові фрактальних об'єктів з використанням програмного модулю SIF передбачено завдання таких параметрів як порядок фрактального об'єкту та кількість точок, які будуть задіяні при побудові фрактального об'єкту. При цьому можна побудувати такі фрактальні об'єкти як: листя папороті, трикутник Серпинського, дендрити, дерева та ін.

Фрактальна розмірність визначалася методом BOX COUNTING, який може бути застосований до зображень об'єктів різної структури і дозволяє визначати фрактальну розмірність не суворо самоподібних об'єктів [1].

**Результати досліджень та їх огляд.** За допомогою розроблених програмних модулів RekursFractals, L-systems та SIF було згенеровано більше 300 фрактальних об'єктів. Кожний фрактальний об'єкт було побудовано з різними параметрами та досліджено його можливі параметри.

Для всіх побудованих фрактальних об'єктів було досліджено фрактальну розмірність, яка являє собою кількісну характеристику, що описує фрактал. Для обчислення фрактальної розмірності було використано метод Box Counting [1].

Фрактальна розмірність деяких фрактальних об'єктів, побудованих зі застосуванням рекурсивних алгоритмів

Назва фрактального об'єкта	Параметри				Фрактальна розмірність
	Порядок фрактала	Порядок фрактальної множини	Кількість точок по кожній із осей координат	Кількість ітерацій для розрахунку фракталів	
Килим Серпинського	1	*	*	*	1.9346
	2	*	*	*	1.9123
	3	*	*	*	1.9006
	4	*	*	*	1.8917
	5	*	*	*	1.8676
Множина Мандельброта	*	1	500	10	1.9341
	*	3	500	10	1,696
	*	3	500	20	1,6873
	*	3	500	30	1,6694
	*	4	500	10	1,5924
	*	4	500	15	1,6034
	*	4	500	20	1,5967

В табл. 1 представлена фрактальна розмірність деяких фрактальних об'єктів, побудованих з використанням рекурсивних алгоритмів. Дослідження показали, що фрактальна розмірність зменшується при збільшенні порядку фрактала. При цьому кількість точок не впливає на фрактальну розмірність. Кількість ітерацій не дає чіткої залежності зміни фрактальної розмірності.

В табл. 2 представлені значення фрактальної розмірності деяких об'єктів, побудованих з використанням L-систем. З результатів, що наведені у табл. 2 можна зробити висновок, що фрактальна розмірність збільшується при збільшенні порядку фрактала. При цьому кут альфа та тета суттєво не впливають на фрактальну розмірність.

В табл. 3 представлені значення фрактальної розмірності деяких об'єктів, побудованих з використанням систем ітерованих функцій. З результатів, що наведені у табл. 3 можна зробити висновок, що фрактальна розмірність збільшується при збільшенні кількості точок, що використовувалися для побудови фрактального об'єкту та при збільшенні порядку фрактала.

Фрактальна розмірність деяких фрактальних об'єктів,  
побудованих зі застосуванням L-систем

Назва фрактального об'єкта	Параметри			Фрактальна розмірність
	Кут Альфа	Порядок	Кут Те-та	
Трикутник Серпинського	180	1	60	1.4289
	180	2	60	1.3982
	180	3	60	1.4356
	180	4	60	1.4646
	180	5	60	1.4924
	0	1	60	1.3654
	0	2	60	1.3896
	0	3	60	1.4239
Крива Леві	180	1	45	1.3588
	180	2	45	1.3626
	180	3	45	1.373
	180	4	45	1.384
	180	5	45	1.4031
	180	6	45	1.4114
	180	7	45	1.4528
	180	8	45	1.4652
	180	9	45	1.5173

Таблиця 3

Фрактальна розмірність деяких фрактальних об'єктів,  
побудованих зі застосуванням систем ітерованих функцій

Назва фрактального об'єкта	Параметри фрактального об'єкту		Фрактальна розмірність
	Порядок фрактала	Кількість точок для побудови	
Кристал	1	10 000	1.6456
	2	100 000	1.7861
	3	1 000 000	1.6725
Дендрит	1	10 000	1.6857
	2	100 000	1.7343
	3	1 000 000	1.7444
	4	10 000 000	1.7165

**Висновки.** В рамках роботи було згенеровано близько 300 фрактальних об'єктів і розраховано їх фрактальні розмірності.

Проаналізувавши фрактальну розмірність об'єктів, побудованих з використанням систем ітерованих функцій, можна зробити висновок, що фрактальна розмірність збільшується при збільшенні кі-

лькості точок, що використовувалися для побудови фрактального об'єкту та при збільшенні порядку фрактала.

Проаналізувавши фрактальну розмірність об'єктів, побудованих з використанням L-систем, можна зробити висновок, що фрактальна розмірність збільшується при збільшенні порядку фрактала. При цьому кут альфа та тета суттєво не впливає на фрактальні розмірності.

Проаналізувавши фрактальну розмірність об'єктів, побудованих з використанням рекурсивних алгоритмів, можна зробити висновок, що фрактальна розмірність зменшується при збільшенні порядку фрактала (для трикутника та килима Серпинського, кривої Коха). При цьому кількість точок не впливає на фрактальну розмірність. Кількість ітерацій не дає чіткої залежності зміни фрактальної розмірності.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Журба А.О. Особливості визначення фрактальної розмірності методом BOX COUNTING у задачах металознавства / А.О. Журба, О.І. Михайлов // Інформатика та системні науки (ІСН-2012): матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава, 1-3 березня 2012р. – С.109-111.