

Р.В. Кирия, Т.Ф. Мищенко, Ю.В. Бабенко

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ
АККУМУЛИРУЮЩЕГО БУНКЕРА В РЕЖИМЕ
ПОДДЕРЖАНИЯ ЗАДАННОГО ОБЪЕМА ГРУЗА
В СЛУЧАЕ ДВУХСКОРОСТНОГО ПИТАТЕЛЯ**

Аннотация. На основании кусочно-марковских процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием разработана математическая модель функционирования аккумулярующего бункера в режиме поддержания заданного объема груза в нем в случае двухскоростного питателя. Получена зависимость среднего объема груза в бункере от производительностей питателя. Результаты аналитических исследований достаточно хорошо совпадают с результатами имитационного моделирования.

Ключевые слова: аккумулярующий бункер, математическая модель, режим функционирования, объем груза, двухскоростной питатель, ленточный конвейер угольной шахты.

Аккумулярующие бункеры получили широкое распространение в системах подземного конвейерного транспорта угольных шахт.

Аккумулярующие бункеры предназначены для обеспечения независимой работы смежных технологических звеньев транспорта в периоды их аварийных отказов в работе или остановок по той или иной причине, а также для уменьшения влияния простоев конвейерных линий на работу очистных и подготовительных забоев. Применение аккумулярующих бункеров в системах подземного конвейерного транспорта позволяет значительно повысить пропускную способность и надежность их работы.

Для эффективной работы аккумулярующих бункеров в системе подземного конвейерного транспорта угольных шахт необходимо поддерживать в бункере объем груза в заданных пределах. Причем величина этих пределов зависит от места расположения бункера в системе конвейерного транспорта.

На угольных шахтах разгрузка бункера осуществляется с помощью питателя (рис. 1). В этом случае производительность разгрузки бункера может регулироваться путем включения и выключения питателя при постоянной его скорости или путем переключения скорости питателя.

В настоящее время для поддержания объема груза в бункерах в заданных пределах включение и выключение питателя или переключение с одной скорости питателя на другую осуществляется вручную.

Для повышения эффективности управления поддержанием в аккумулярующем бункере объема груза в заданных пределах необходимо применение компьютерных технологий на основе контроллеров. Для этого необходимо на основе математической модели процесса функционирования аккумулярующего бункера в режиме поддержания объема груза в заданных пределах разработать алгоритм его оптимального управления.

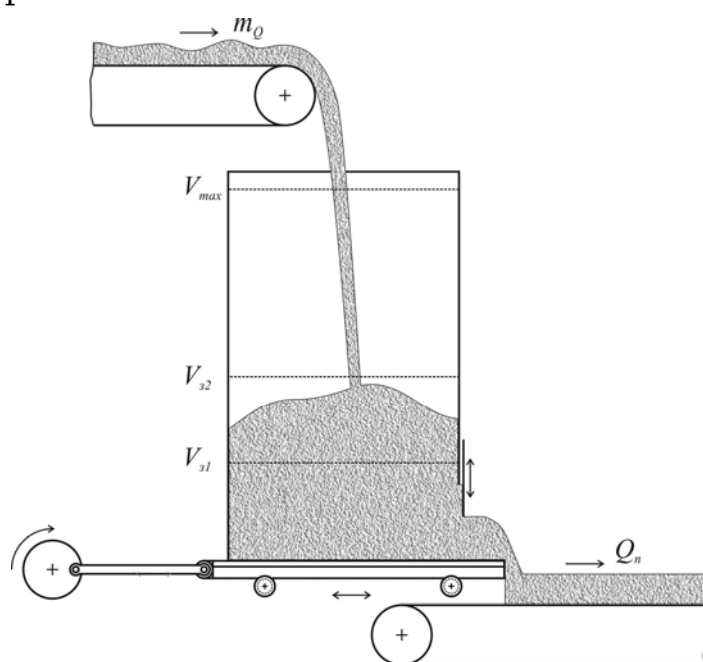


Рисунок 1 - Схема работы аккумулярующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах

В работе [1] разработана математическая модель функционирования аккумулярующего бункера в режиме поддержания заданного объема груза в нем с помощью включения и выключения питателя при неизменной его скорости. Однако математической модели функционирования аккумулярующего бункера, работающего в режиме

поддержания заданного объема груза в нем, при переключении питателя с одной скорости на другую не существует.

Целью статьи является математическое моделирование процесса функционирования аккумулирующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах в случае двухскоростного питателя.

Рассмотрим случай разгрузки аккумулирующего бункера двухскоростным питателем в режиме поддержания заданного объема груза в нем.

В этом случае загрузка бункера осуществляется при меньшей скорости питателя, и при достижении максимального объема груза в бункере V_{32} включается другая, большая скорость питателя, а при достижении минимального объема груза в бункере V_{31} снова включается меньшая скорость питателя ($V_{31} < V_{32}$).

При этом производительность питателя Q_{n1} при его меньшей скорости меньше среднего значения грузопотока, поступающего в бункер m_Q , то есть $Q_{n1} < m_Q$, а при разгрузке бункера производительность питателя Q_{n2} больше m_Q , то есть $Q_{n2} > m_Q$.

В этом случае для определения среднего объема груза в аккумулирующем бункере, так же, как и в случае односкоростного питателя, разобьем время цикла загрузки и разгрузки бункера на время загрузки и время разгрузки [1]. При этом средняя производительность при загрузке бункера будет равна $m_Q - Q_{n1}$, а средняя производительность при разгрузке бункера равняется $Q_{n2} - m_Q$.

Проведя те же выкладки, как и для аккумулирующего бункера с односкоростным питателем, получим средний объем груза в аккумулирующем бункере в режиме поддержания заданного объема груза в нем при двухскоростном питателе в виде [1]:

$$V_c = \frac{V_{31}t'_3 + V_{32}t'_p}{t'_3 + t'_p} + \frac{(\bar{m}_Q - \bar{Q}_{n1}) \cdot t'^2_3 - (\bar{Q}_{n2} - \bar{m}_Q) t'^2_p}{2\rho(t'_3 + t'_p)}, \quad (1)$$

где $\bar{m}_Q = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} m_Q$; $\bar{Q}_{n1} = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} Q_{n1}$; $\bar{Q}_{n2} = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} Q_{n2}$.

Здесь t'_3, t'_p – средние времена цикла загрузки и разгрузки аккумулирующего бункера в случае двухскоростного питателя; λ_1, μ_1 – параметры экспоненциальных распределений времени работы и про-

стоя надбункерной конвейерной линии, 1/мин; λ_2, μ_2 – параметры экспоненциальных распределений времени работы и простоя подбункерной конвейерной линии, 1/мин.

Определим среднее время загрузки t'_3 и среднее время разгрузки t'_p аккумулирующего бункера в случае двухскоростного питателя.

В нашем случае процесс функционирования аккумулирующего бункера, работающего в режиме поддержания заданного объема груза в нем, описывается кусочно-марковским процессом [2]. Поэтому система уравнений относительно средних времен загрузки бункера имеет вид, аналогичный системе уравнений [1].

Следовательно, в случае разгрузки аккумулирующего бункера с помощью двухскоростного питателя система уравнений относительно средних времен загрузки бункера имеет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta'_1}{dm} = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\theta'_1 + \lambda_1\theta'_2 + \lambda_2\theta'_3, \\ q'_2 \frac{d\theta'_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta'_1 - (\lambda_2 + \mu_1)\theta'_2 + \lambda_2\theta'_4, \\ q'_3 \frac{d\theta'_3}{dm} = 1 + \mu_2\theta'_2 - (\lambda_1 + \mu_2)\theta'_3 + \lambda_1\theta'_4, \\ q'_4 \frac{d\theta'_4}{dm} = 1 + \mu_2\theta'_2 + \mu_1\theta'_3 - (\mu_1 + \mu_2)\theta'_4, \end{cases} \quad (2)$$

где $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \theta'_4$ – средние времена заполнения заданного количества груза в бункер, соответствующие в начальный момент времени первому, второму, третьему и четвертому состояниям надбункерной и подбункерной конвейерных линий; m – текущее значение количества груза в бункере.

Здесь q'_1, q'_2, q'_3, q'_4 – значения скоростей изменения количества груза в аккумулирующем бункере, соответствующие первому, второму, третьему и четвертому начальным состояниям надбункерной и подбункерной конвейерных линий, т/мин.

При первом состоянии в начальный момент времени надбункерная и подбункерная конвейерные линии работают; при втором состоянии в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия не работает, а подбункерная работает; при третьем состоянии в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия работает, а подбункерная не работает; при четвертом состоянии в началь-

ный момент времени надбункерная и подбункерная конвейерные линии не работают.

Рассмотрим процесс загрузки бункера, т.е. рассмотрим случай, когда работает питатель с меньшей производительностью ($Q_{n1} < m_Q$).

В этом случае q'_1, q'_2, q'_3, q'_4 принимают значения:

$$q'_1 = m_Q - Q_{n1}; \quad q'_2 = -Q_{n1}; \quad q'_3 = m_Q; \quad q'_4 = 0. \quad (3)$$

При этом начальные условия для системы уравнений (2) принимают вид: при $t = 0$ $\theta'_1 = \theta'_2 = \theta'_3 = \theta'_4 = 0$.

Предположим, что когда количество груза в бункере достигает значения V_{32} , питатель переключается на меньшую производительность Q_{n1} . При этом надбункерная конвейерная линия работает с простоями, а подбункерная – без простоев, т.е. $\lambda_1 \neq 0, \mu_1 \neq 0, \lambda_2 = 0, \mu_2 = 0$. Тогда система уравнений (2) с учетом (3) примет вид:

$$\begin{cases} q_1'' \frac{d\theta_1''}{dm} = 1 - \lambda_1 \theta_1'' + \lambda_1 \theta_2'', \\ q_2'' \frac{d\theta_2''}{dm} = 1 + \mu_1 \theta_1'' - \mu_1 \theta_2'', \end{cases} \quad (4)$$

где $q_1'' = m_Q - Q_{n1}; q_2'' = -Q_{n1}; \theta_1''$ – среднее время, за которое количество груза в бункере впервые достигает значения m при условии, что в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия работает; θ_2'' – среднее время, за которое количество груза в бункере впервые достигает значения m при условии, что в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия не работает.

При этом начальные условия имеют вид: при $t=0$ $\theta_1'' = \theta_2'' = 0$.

Решая систему уравнений (4) при начальных условиях, пренебрегая экспонентой как и в работе [1], получим

$$\theta_1'' = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{Q_{n1} m_Q}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})^2}; \quad (5)$$

$$\theta_2'' = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} - \frac{\mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{m_Q (Q_n - m_Q)}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})^2}. \quad (6)$$

Среднее значение времени загрузки бункера при любом начальном состоянии надбункерной конвейерной линии определяется по формуле [2]

$$\theta_c'' = \theta_1'' \cdot P_1 + \theta_2'' \cdot P_2, \quad (7)$$

где $P_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}$; $P_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}$.

Здесь P_1 – вероятность работы надбункерной конвейерной линии; P_2 – вероятность простоя надбункерной конвейерной линии.

Подставляя (5) и (6) в (7), после преобразования получим среднее время загрузки бункера при постоянно работающей подбункерной конвейерной линии:

$$\theta_c'' = \frac{\rho(V_{32} - V_{31})}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{\bar{m}_Q^2}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})^2}. \quad (8)$$

Время загрузки бункера при условии, что надбункерная и подбункерная конвейерные линии работают с простоями, то есть $\lambda_1 \neq 0$, $\mu_1 \neq 0$, $\lambda_2 \neq 0$, $\mu_2 \neq 0$, определяется так же, как и в [1], по формуле

$$t'_3 = \frac{\rho(V_{32} - V'_{31})}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{\bar{m}_Q^2}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})^2}. \quad (9)$$

В формуле (9) V'_{31} – дополнительный объем груза в бункере в случае, если бы подбункерная конвейерная линия работала без простоев, который определяется по формуле

$$V'_{31} = V_{31} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_{n1}}{\rho} t'_3. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9), получим уравнение относительно t'_3 :

$$t'_3 = \frac{\rho(V_{32} - V_{31})}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_{n1}}{\rho} \frac{t'_3}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{\bar{m}_Q^2}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})^2}.$$

Решая последнее уравнение относительно t'_3 , определим время загрузки бункера при работе питателя с меньшей производительностью Q_{n1} по формуле

$$t'_3 = \frac{\rho(V_{32} - V_{31})}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{\bar{m}_Q^2}{(\bar{m}_Q - Q_{n1})(\bar{m}_Q - \bar{Q}_{n1})}. \quad (11)$$

Рассмотрим процесс разгрузки бункера, т.е. рассмотрим случай, когда работает питатель с большей производительностью ($m_Q < Q_{n2}$).

В этом случае при работе питателя с большей производительностью Q_{n2} время разгрузки бункера, аналогично как для бункера с однокоростным питателем [1], определяется по формуле

$$t'_p = \frac{\rho(V_{32} - V_{31})}{(\bar{Q}_{n2} - \bar{m}_Q)} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{Q_{n2}\bar{m}_Q}{(Q_{n2} - \bar{m}_Q)(\bar{Q}_{n2} - \bar{m}_Q)}. \quad (12)$$

Подставим в равенство (1) вместо \bar{Q}_{n1} , \bar{Q}_{n2} значения Q_{n1} , Q_{n2} , вместо V_{31} значение V'_{31} , определенное по формуле (10), а вместо V_{32} значение V'_{32} , определенное аналогично по формуле

$$V'_{32} = V_{32} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_{n2}}{\rho} t'_p. \quad (13)$$

В результате средний объем груза в аккумулирующем бункере в случае поддержания заданного уровня груза в нем с помощью двухскоростного питателя аналогично предыдущему определяется по формуле

$$V_c = \frac{V'_{31}t'_3 + V'_{32}t'_p}{t'_3 + t'_p} + \frac{(\bar{m}_Q - Q_{n1}) \cdot t_3'^2 - (Q_{n2} - \bar{m}_Q)t_p'^2}{2\rho(t'_3 + t'_p)}. \quad (14)$$

Подставляя в равенство (14) значения V'_{31} , V'_{32} , после преобразования окончательно получим средний объем груза в аккумулирующем бункере в случае двухскоростного питателя в виде:

$$V_c = \frac{V_{31}t'_3 + V_{32}t'_p}{t'_3 + t'_p} + \frac{(\bar{m}_Q - Q_{n1}) \cdot t_3'^2 - (Q_{n2} - \bar{m}_Q)t_p'^2}{2\rho(t'_3 + t'_p)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_{n1}}{\rho} \cdot \frac{t_3'^2}{t'_3 + t'_p} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_{n2}}{\rho} \cdot \frac{t_p'^2}{t'_3 + t'_p}. \quad (15)$$

Здесь время загрузки t'_3 определяется по формуле (11), а время разгрузки t'_p – по формуле (12).

Положим в формулах (11), (12) и (15) $Q_{n1} = 0$. Получим средний объем груза в аккумулирующем бункере, работающем в режиме поддержания заданного объема груза в нем, в случае включения/выключения питателя и с постоянной его производительностью, определяемый по формуле

$$V_c = \frac{V_{31}t_3 + V_{32}t_p}{t_3 + t_p} + \frac{\bar{m}_Q \cdot t_3^2 - (Q_{n2} - \bar{m}_Q)t_p^2}{2\rho(t_3 + t_p)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_{n2}}{\rho} \cdot \frac{t_p^2}{t_3 + t_p}, \quad (16)$$

где

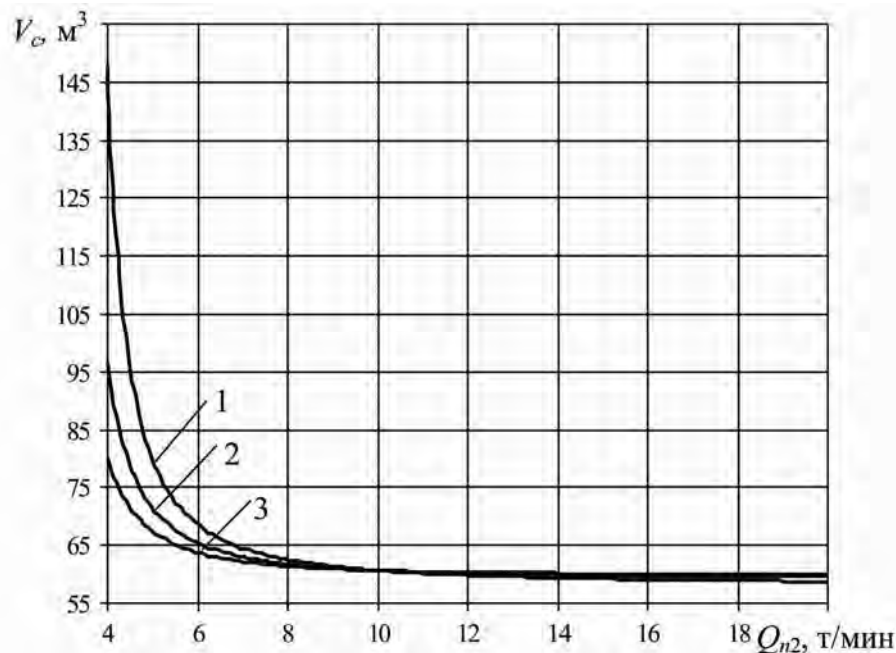
$$t_3 = \frac{\rho(V_{32} - V_{31})}{\bar{m}_Q} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1};$$

$$t_p = \frac{\rho(V_{z_2} - V_{z_1})}{(\bar{Q}_{n2} - \bar{m}_Q)} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{Q_{n2}\bar{m}_Q}{(\bar{Q}_{n2} - \bar{m}_Q)(\bar{Q}_{n2} - \bar{m}_Q)}$$

Формула (16) совпадает с формулой, полученной в работе [1] для случая односкоростного питателя.

На основании полученных математических моделей функционирования аккумулирующего бункера в случае одной и двух скоростей питателя исследованы зависимости среднего объема груза аккумулирующего бункера от производительности питателей и параметров потока отказов надбункерной конвейерной линии.

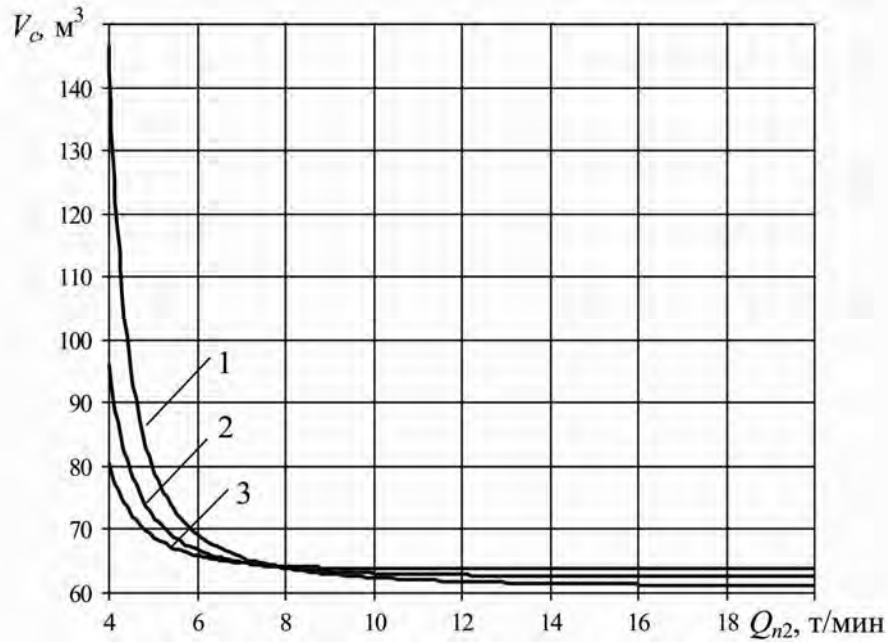
На рисунках 2–4 показаны графики зависимости среднего объема груза в аккумулирующем бункере в случае двухскоростного питателя от производительности большей скорости питателя при различных значениях параметров потока отказов надбункерной конвейерной линии $\lambda_1 = 0,02; 0,03; 0,04 \text{ мин}^{-1}$ при различных меньших скоростях питателя $Q_{n1} = 0,1; 0,5; 1,0 \text{ т/мин}$. При этом исходные данные принимали значения: $m_Q = 3,7 \text{ т/ч}$; $V_{z1} = 4 \text{ м}^3$; $V_{z2} = 100 \text{ м}^3$; $\mu_1 = 0,06139 \text{ мин}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,017 \text{ мин}^{-1}$; $\mu_2 = 0,069 \text{ мин}^{-1}$.



1 – $\lambda_1 = 0,02 \text{ мин}^{-1}$; 2 – $\lambda_1 = 0,03 \text{ мин}^{-1}$; 3 – $\lambda_1 = 0,04 \text{ мин}^{-1}$

Рисунок 2 - Зависимости среднего объема груза в аккумулирующем бункере в случае двухскоростного питателя от производительности большей скорости питателя Q_{n2} при меньшей скорости питателя

$$Q_{n1} = 0,1 \text{ т/мин}$$

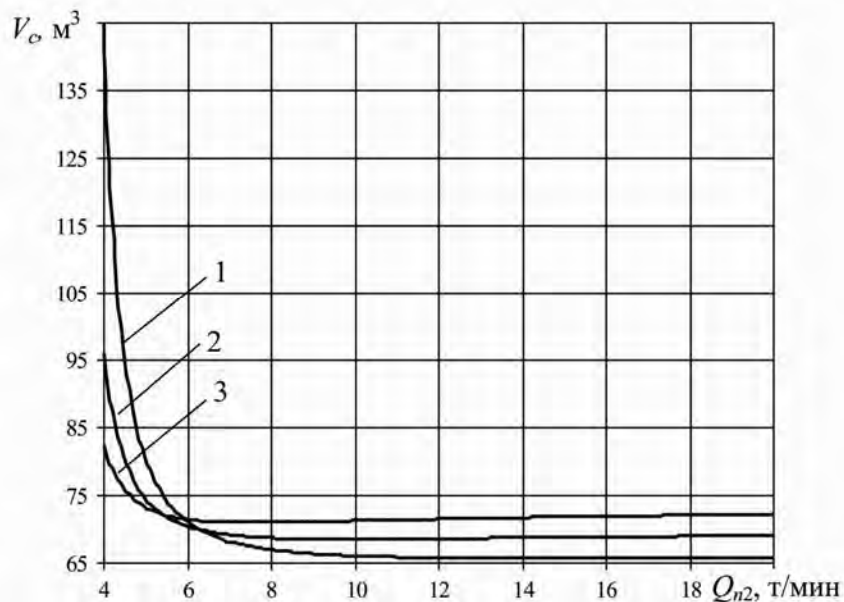


1 – $\lambda_1 = 0,02 \text{ мин}^{-1}$; 2 – $\lambda_1 = 0,03 \text{ мин}^{-1}$; 3 – $\lambda_1 = 0,04 \text{ мин}^{-1}$

Рисунок 3 - Зависимости среднего объема груза в аккумулирующем бункере в случае двухскоростного питателя от производительности

большой скорости питателя Q_{n2} при меньшей скорости питателя

$$Q_{n1} = 0,5 \text{ т/мин}$$



1 – $\lambda_1 = 0,02 \text{ мин}^{-1}$; 2 – $\lambda_1 = 0,03 \text{ мин}^{-1}$; 3 – $\lambda_1 = 0,04 \text{ мин}^{-1}$

Рисунок 4 - Зависимости среднего объема груза в аккумулирующем бункере в случае двухскоростного питателя от производительности

большой скорости питателя Q_{n2} при меньшей скорости питателя

$$Q_{n1} = 1,0 \text{ т/мин}$$

Из рисунков 2–4 видно, что с увеличением большей скорости питателя (производительности) Q_{n2} средний объем груза в аккумуляирующем бункере уменьшается и при увеличении производительности питателя до бесконечности, то есть $Q_{n2} \rightarrow \infty$, принимает постоянное значение. При этом средний объем груза в бункере стремится к величине, близкой к полусумме максимального и минимального объемов груза в бункере.

Кроме того, как и в предыдущем случае, при увеличении параметра потока отказов надбункерной конвейерной линии λ_1 средний объем груза в бункере V_c уменьшается, а с увеличением меньшей скорости (производительности) питателя Q_{n1} средний объем груза в бункере уменьшается.

Следовательно, на основании теории кусочно-марковских процессов разработана математическая модель функционирования аккумуляирующего бункера, работающего в режиме поддержания заданного объема груза в нем, при двухскоростном питателе.

В результате исследований установлено, что при функционировании аккумуляирующего бункера, работающего в системе конвейерного транспорта, в случае двухскоростного питателей с увеличением производительности питателя, имеющего большую скорость Q_{n2} , средний объем груза в бункере V_c уменьшается и при больших значениях Q_{n2} асимптотически стремится к минимальному постоянному значению, зависящему от средней величины грузопотока m_Q , поступающего в бункер, и производительности питателя Q_{n1} , имеющего меньшую скорость.

Кроме того, в этом случае при увеличении параметра потока отказов надбункерной конвейерной линии λ_1 средний объем груза в бункере V_c уменьшается.

Полученные результаты исследований с достаточной точностью совпадают с результатами имитационного моделирования [1, 3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирия Р. В. Математическая модель функционирования аккумуляирующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах / Р. В. Кирия, Т. Ф. Мищенко, Ю. В. Бабенко // Наукові вісті «Сучасні проблеми металургії». – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2012. – № 15. – С. 85–96.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: КНОРУС, 2010. – 480 с.
3. Кирия Р. В. Имитационные модели функционирования усредняющих и аккумуляирующих бункеров конвейерных линий угольных шахт / Р. В. Кирия, Д. Д. Брагинец, Т. Ф. Мищенко // Геотехническая механика.– Днепропетровск: ИГТМ НАНУ. – 2008. – № 77. – С. 100–109.