УДК 519.8

О.Д. Станіна

ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ СИНТЕЗУ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ТА МЕТОДУ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗБИТТЯ МНОЖИН В ЗАДАЧАХ РОЗМІЩЕННЯ-РОЗПОДІЛУ

Анотація. У статті розглянуто багатоетапну задачу розміщення виробництва. Представлено підхід до розв'язування багатоетапної задачі розміщення-розподілу, заснований на використанні генетичного алгоритму та методу оптимального розбиття континуальних множин (ОРМ). Обґрунтовано використання генетичних алгоритмів для такого роду задач. Представлений алгоритм апробовано на модельній задачі.

Ключові слова: оптимальне розміщення підприємств, багатоетапні задачі розміщення, оптимальне розбиття множин, генетичний алгоритм, оптимізація.

Вступ. Оптимізація процесів руху сировини та готової продукції має важливе значення для великої кількості промислових, комерційних та адміністративних заходів. Мета послуг полягає в максимізації доходів завдяки ефективному обслуговуванню клієнтів. Для досягнення цієї мети часто використовують моделі розміщення-розподілу, що дозволяють визначити які саме логістичні комплекси будуть відкриті, де вони мають бути відкриті, і які для них повинні бути зони обслуговування.

Актуальність. Задачі оптимального розміщення виробництва на заданій території часто виникають при розв'язування широкого кола питань в самих різних областях практичної діяльності. Їх використовують для розташування баз швидкої медичної допомоги, пожежних станцій, шкіл, лікарень, вузлів аеропортів, місць поховання відходів, місць розташування складів – і це лише невелика кількість з численних областей, в яких виникає проблема оптимального розміщення об'єктів. Моделі розміщення також знайшли застосування в нетрадиційних сферах, у тому числі медичній діагностиці, маршрутизації транспортних засобів, узгодженні кандидатів та партій і аналізі

 ISSN 1562-9945

археологічних пам'яток. Приклади математичних моделей задач розміщення, методів і алгоритмів їх розв'язування можна знайти в [1,2,3].

Багатоетапна задача розміщення на змістовному рівні формулюється таким чином. Задано множини підприємств і споживачів, яким необхідна їх продукція. Для кожного підприємства задана вартість його відкриття, а для кожного споживача відомо виробничо-транспортні витрати на задоволення його попиту. Потрібно знайти такий набір підприємств, який з мінімальними сумарними витратами дозволив би задовольнити попит усіх споживачів. У випадку існування фіксованих технологічних ланок подібна двохетапна задача розглядалася в роботі [4]. Відмінною особливістю розглянутої нижче задачі є відсутність визначених технологічних ланцюгів і, як наслідок, можливість доставки сировини і продукції з декількох пунктів одночасно.

Основна частина. В даній роботі розглянуто багатоетапну задачу розміщення виробництва, яка формулюється наступним чином: необхідно розмістити виробництво, що включає в себе підприємства I етапу і підприємства II етапу в області, таким чином, щоб сумарні витрати на доставку сировини і продукції були мінімальні. Передбачається, що місця можливого розташування підприємств II етапу, а також місця розташування споживачів заздалегідь відомі, причому будь-яке підприємство I етапу може бути пов'язано з будь-яким підприємством II етапу.

Для побудови математичної моделі введемо такі позначення: Ω – область, в якій розміщуються підприємства; N – кількість можливих місць розміщення підприємств I етапу; M – кількість можливих місць розміщення підприємств II етапу; M_1 – кількість місць розміщення підприємств II етапу; K – множина споживачів; c_{ij}^{I} – вартість доставки одиниці сировини від i-го підприємства I етапу до j-го підприємства II етапу; c_{jk}^{II} – вартість доставки від j-го підприємства II етапу до k-го споживача; b_k – попит k-го споживача; v_{ij}^{I} – обсяг продукції, що доставляється від i-го підприємства I етапу до j-го підприємства II етапу; v_{jk}^{II} – обсяг продукції, що доставляється від j-го підприємства II етапу k-му споживачеві.

Тоді математична модель може бути записана у вигляді: Мінімізувати

$$F(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},\{\tau_1^I,...,\tau_N^I\},\{v_{11}^{II},...,v_{NM}^{II}\},\{v_{11}^{III},...,v_{MK}^{III}\}) =$$
$$= \sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega_i} c_i^I(x,\tau_i^I)\rho(x)dx + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_1} c_{ij}^{II}(\tau_i^I,\tau_j^{II})v_{ij}^{II} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{M_1} c_{jk}^{III}v_{jk}^{III}$$

При обмеженнях

$$\int_{\Omega_i}\rho(x)dx \ge b_i^I,\ i=1,2,...,N; \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_{j=1}^{M} v_{ij}^{II} = \int_{\Omega_i}\rho(x)dx \qquad \textbf{(2)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} v_{ij}^{II} \ge b_j^{II}\lambda_j,\ \sum_{j=1}^{M_1}\lambda_j = M,\ \lambda_{\mathrm{j}} \in \{0;1\},\ j=1,2,...,M_1; \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{M_1} v_{jk}^{III} \ge b_k,\ k=1,2,...,K; \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{K} v_{jk}^{III} \le b_j^{II}\lambda_j,\ j=1,2,...,M_1; \qquad (5)$$

$$v_{ij}^{II} \ge 0,\ v_{jk}^{III} \ge 0,\ i=1,2,...,N,\ j=1,2,...,M_1,\ k=1,2,...,K; \qquad (6)$$

$$\tau^I = (\tau_1^I,\tau_2^I,...,\tau_N^I),\ \tau^I \in \Omega^N,\ \bigcup_{i=1}^{N}\Omega_i = \Omega,\ \Omega_i \cap \Omega_i = 0,\ i \ne j. \qquad (7)$$

Тут обмеження (1) означає, що сумарні запаси ресурсу в зоні обслуговування i-го підприємства І етапу не менше виробничої потужності цього підприємства; (2) – кількість продукту, вивезеного з i-го підприємства І етапу не більше виробничої потужності цього підприємства; (3) – кількість продукту, доставленого j-му підприємству ІІ етапу не менше виробничої потужності цього підприємства; (4) – попит всіх споживачів повинен бути задоволений; (5) – кількість продукту, доставленого *к*-му споживачеві не менше виробничої потужності підприємства ІІ етапу; (6) – обмеження на об'єм поставки. Крім того зони обслуговування підприємств І етапу покривають всю область Ω, а кожна точка області обслуговується лише одним підприємством І етапу (7).

Відмінною рисою такої задачі є те, що підприємства І етапу можуть бути розташовані в будь-якій точці області та, одночасно з тим, для кожного з них визначається зона обслуговування. Зрозуміло, що при її розв'язуванні виникають певні складнощі. По-перше, наявність зв'язків між етапами не дозволяє повністю розділити задачу на дві окремі, більш прості підзадачі. По-друге, незважаючи на визначеність можливих місць розташування для підприємств II етапу, зрозуміло, що будь-яка дискретизація задачі, хоч і полегшує подальше її розв’язування з одного боку, з іншого – погіршує отриманий розв’язок за рахунок втрати частини даних. Тому, для розв’язування багатоетапної задачі розміщення було запропоновано алгоритм, відмінною рисою якого є використання синтезу генетичного алгоритму та методу ОРМ [2], який в свою чергу включає r-алгоритм Н.З.Шора. Таким чином, для розташування підприємств I етапу використовується метод ОРМ, який вже зарекомендував себе. А для розташування підприємств II етапу в свою чергу, використовується генетичний алгоритм, що з одного боку дає досить задовільний розв’язок для задачі невеликої розмірності, а з іншого боку дає можливість розширювати розміри задачі до значних розмірів. Крім того генетичний алгоритм, на відміну від більшості класичних методів оптимізації, не має якихось значних вимог щодо виду цільового функціоналу, випуклості тощо, що значно спрощує задачу. Більш того, даний алгоритм, дозволяє працювати навіть на неперервних множинах, що, безсумнівно, дуже важливо для задач такого роду.

У загальному вигляді застосовуваний алгоритм можна описати наступним чином: спочатку, за допомогою генетичного алгоритму визначаються місця розміщення підприємств II етапу. В якості внутрішньої задачі при цьому виступає задача ОРМ з додатковими зв'язками [5], з припущенням, що розміщення підприємств II етапу відомо. Після цього розраховується значення цільового функціонала. Дані дії повторюються до тих пір, поки не буде досягнутий критерій закінчення процесу, в якості якого можуть бути прийняті, наприклад, час роботи алгоритму або збіжність популяції.

Запропонований алгоритм був чисельно реалізований і апробований, крім того, було проведено дослідження налаштувань параметрів генетичного алгоритму. В результаті чого, можна зробити висновок, що для розв’язування двохетапної задачі розміщення виробництва при виборі параметрів генетичного алгоритму, згідно з нашими дослідженнями найбільш раціональними будуть наступні параметри: розмір популяції – від 600 особин, ймовірність мутації – 10%, рівень мутації – $40\text{-}50\%$.

Розглянемо роботу алгоритму на прикладі такої модельної задачі: нехай споживач деякої продукції знаходиться в області. Координати розташування споживачів відомі. Виробництво продукції здійснюється в два етапи. Експертами визначено можливі місця розміщення підприємств II етапу. Відомі також потужності підприємств кожного етапу і попит споживачів. Необхідно розмістити 6 підприємств I етапу та 3 підприємства II етапу з урахуванням розташування 6 споживачів і визначити обсяги перевезень продукції на кожному з етапів таким чином, щоб мінімізувати функціонал сумарних витрат на виробництво продукції та доставку її споживачам.

Результати роботи алгоритму представлено на рис. 1, 2 та табл. 1. На рис. 1 показано отримані в результаті розв'язування задачі місця розташування підприємств I етапу та зони обслуговування для кожного них.   Рис. 2 ілюструє отримані ланцюги перевезень і розміщення підприємств II етапу. Тут зірочками позначено місця розміщення підприємств I етапу, колами – місця розміщення підприємств II етапу, квадратами – місця розташування споживачів.

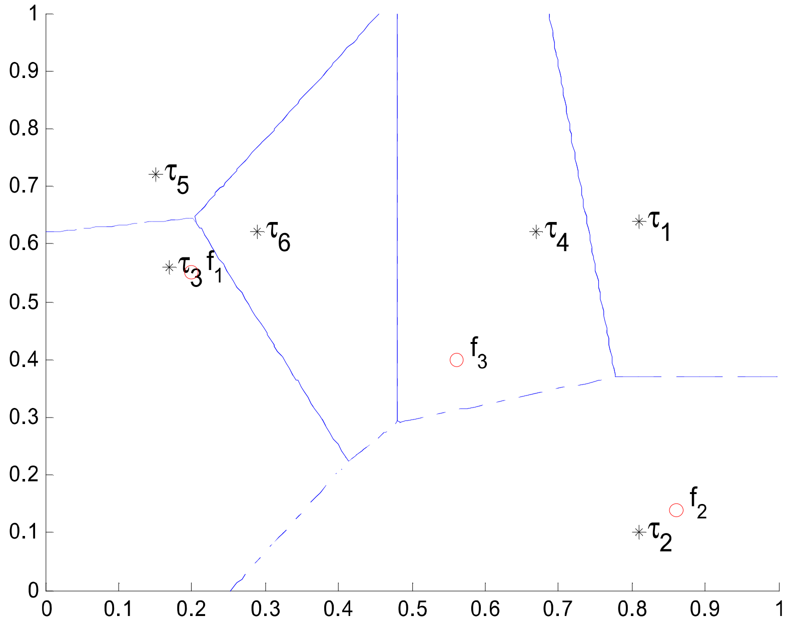

Рисунок 1 – Визначення зон обслуговування

 ISSN 1562-9945

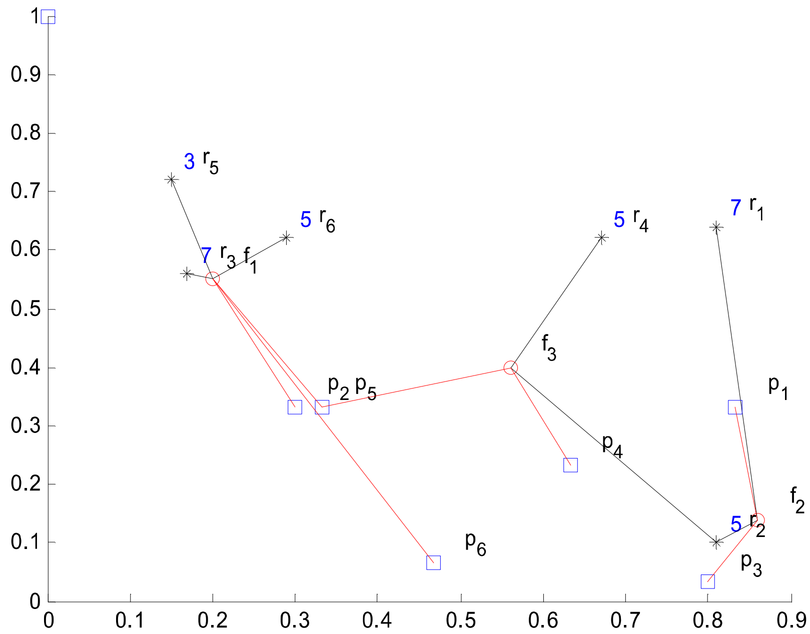

Рисунок 2 – Визначення ланцюгів поставок

У таблиці 1 представлено об’єми перевезень для кожного з підприємств на кожному з етапів.

Таблиця 1

Об’єми перевозок

<table>
<tr><td colspan="6">Обсяг перевезень I етапу</td><td></td><td colspan="6">Обсяг перевезень II етапу</td></tr>
<tr><td colspan="6">Підприємства I етапу</td><td rowspan="4">Підприємства II етапу</td><td colspan="6">Споживачі</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,01</td><td>0,08</td><td>0</td><td>0,14</td><td>0,17</td><td>0</td><td>0,25</td><td>0</td><td>0</td><td>0,05</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>0,18</td><td>0,12</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,15</td><td>0</td><td>0,15</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,01</td><td>0</td><td>0,29</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,15</td><td>0,15</td><td>0</td></tr>
</table>

Висновки. Багатоетапні задачі розміщення-розподілу є актуальними, оскільки відкривають можливість для розвитку нових методів моделювання, інноваційних алгоритмів і цікавих додатків. В даній роботі представлено математичну модель багатоетапної задачі розміщення-розподілу та описано алгоритм її розв’язування, заснований на генетичному алгоритмі та методі оптимального розбиття множин. Проведені чисельні експерименти дозволяють говорити про можливість застосування запропонованого алгоритму.

ЛІТЕРАТУРА

1. Farahani R. Z. Facility location. Concepts, models, algorithms and case studies. Springer – Verlag / R.Z. Farahani, M. Hekmatfar (eds.). – Berlin : Heidelberg, 2009. – 530 p
2. Киселева Е. М. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения: монография / Е. М. Киселева, Н. З. Шор. – К. : Наук. думка, 2005. – 564 с.
3. Drezner, Z., Facility Location: Application and Theory. Berlin: Springer / Z. Drezner, H. W. Hamacher (eds.). – Berlin : Springer, 2001. – 460 p.
4. Гимади Э. Х, Эффективный алгоритм для решения многоэтапных задачи размещения на цепи // Дискретный анализ и исследование операций. ИМ СО РАН, Новосибирск. 1995. Том 2, с. 13-31
5. Ус С.А., Станина О.Д. Задача оптимального разбиения множеств с дополнительными связями // X міжнародна науково-практична конференція «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2014)» 19–21 листопада 2014 р. Тези доповідей. Дніпропетровськ, Україна, с. 236-237

 ISSN 1562-9945