

Р.В. Кирия, Ю.В. Бабенко, Т.Ф. Мищенко

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ОБЪЕМА ГРУЗА
В АККУМУЛИРУЮЩЕМ БУНКЕРЕ,
РАБОТАЮЩЕМ В СИСТЕМЕ ПОДЗЕМНОГО
КОНВЕЙЕРНОГО ТРАНСПОРТА УГОЛЬНЫХ ШАХТ**

Аннотация. На основании математической модели функционирования аккумулирующего бункера, работающего в неуправляемом режиме, получены аналитические зависимости среднего объема груза в бункере от объема бункера и параметров грузопотоков, поступающего и разгружаемого из бункера. Результаты аналитических исследований достаточно хорошо совпадают с результатами имитационного моделирования.

Ключевые слова: аккумулирующий бункер, математическая модель, система подземного конвейерного транспорта.

Введение

В системе подземного конвейерного транспорта угольных шахт широкое применение получили аккумулирующие бункеры. Они позволяют за счет накопления некоторого количества груза в бункере при остановке конвейерных линий некоторое время не останавливать работу всей системы конвейерного транспорта и, тем самым, увеличить ее пропускную способность.

Однако, несмотря на применение аккумулирующих бункеров эффективность функционирования систем подземного конвейерного транспорта угольных шахт не высокая, это связано с частым переполнением бункеров, а также потерями производительности из-за отсутствия груза в бункере. Поэтому необходимо в бункере поддерживать минимальное количество груза.

Для этого необходимо определить среднее количество груза в бункере в зависимости от величины грузопотока поступающего и разгружаемого из аккумулирующего бункера.

В системах подземного конвейерного транспорта угольных шахт в основном применяются аккумулирующие бункеры, работающие в неуправляемом и управляемом режимах.

В работе [1], на основании математической модели, определен средний объем количества груза в аккумулирующем бункере, работающем в управляемом режиме, то есть в режиме поддержания объема груза в бункере в заданных пределах с помощью включения и выключения питателя. Однако, в случае неуправляемого аккумулирующего бункера, работающего в системе конвейерного транспорта, средний объем груза в бункере не определялся.

Основная часть

В данной статье на основании математической модели функционирования бункера, работающего в неуправляемом режиме, получены аналитические зависимости среднего объема груза в бункере от объема бункера и параметров грузопотоков, поступающего и разгружаемого из бункера.

В неуправляемом режиме работы аккумулирующего бункера, количество груза в бункере не поддерживается в заданных пределах. При этом надбункерный конвейер при достижении предельного допустимого объема груза в бункере V_{max} выключается, а при достижении количества груза в бункере, равного нулю, подбункерный конвейер не выключается, то есть постоянно работает независимо от количества груза в бункере (см. рисунок 1).

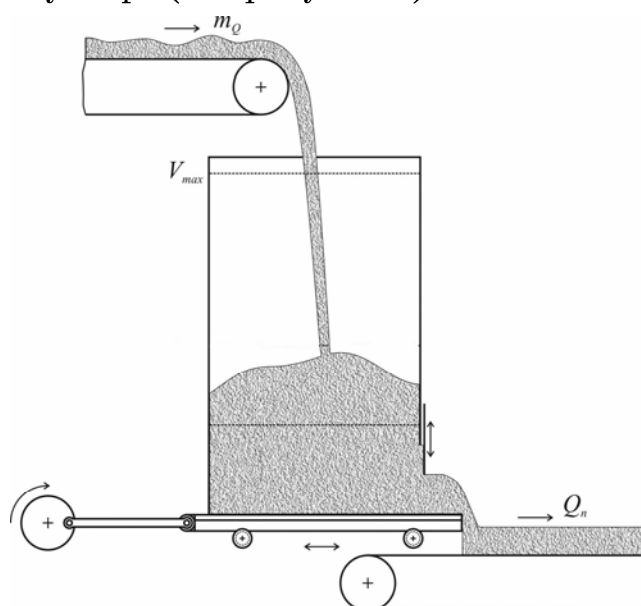


Рисунок 1 – Схема работы аккумулирующего бункера в неуправляемом режиме

Как было показано в работе [2, 3], процесс функционирования аккумулирующего бункера, работающего в неуправляемом режиме, является марковским случайным процессом с непрерывными временем и дискретным состоянием.

При этом грузопотоки, загружаемый в бункер и разгружаемый из него, представляют собой случайные процессы в виде прямоугольных импульсов с высотой, равной средней минутной производительностей загружаемого грузопотока m_Q и разгружаемого грузопотока Q_n , и интервалов поступления груза и его отсутствия (см. рис. 2).

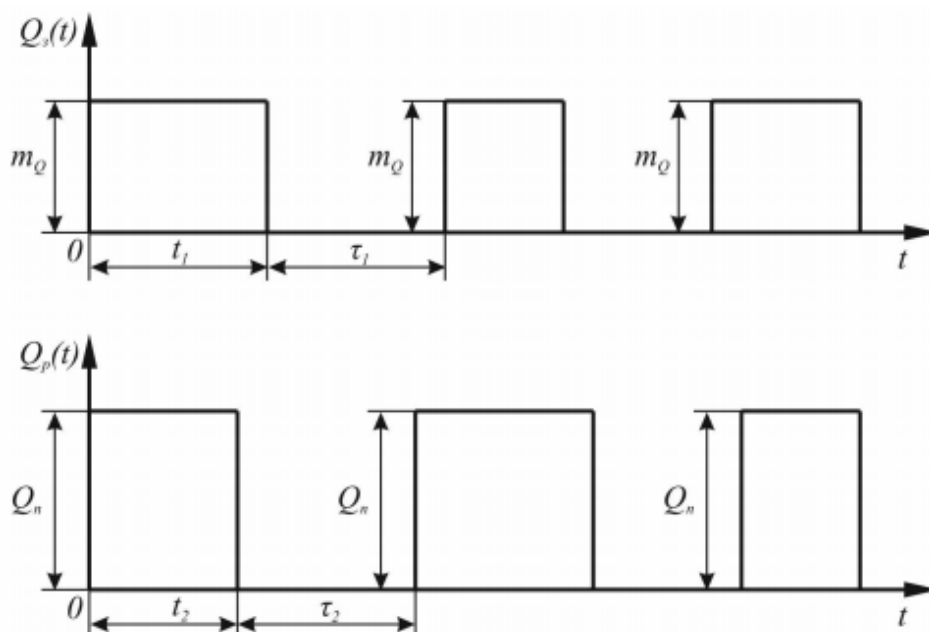


Рисунок 2 – Графики поступающего в аккумулирующий бункер грузопотока (а) и выходящего из аккумулирующего бункера грузопотока (б)

При этом согласно [4] интервалы работы t_1 и простоя τ_1 надбункерного конвейера и интервалы работы t_2 и простоя τ_2 подбункерного конвейера распределены по экспоненциальному закону с параметрами λ_1 и μ_1 надбункерного конвейера и параметрами λ_2 и μ_2 подбункерного конвейера.

При этом параметры λ_1 , μ_1 и λ_2 , μ_2 являются интенсивностями простоев и восстановлений, которые определяются по формулам [5,6]:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1/T_{c_1}; & \mu_1 &= 1/T_{n_1}; \\ \lambda_2 &= 1/T_{c_2}; & \mu_2 &= 1/T_{n_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где T_{c_1} – среднее время работы надбункерного конвейера, мин;

T_{n_1} – среднее время простоя надбункерного конвейера, мин;

T_{c_2} – среднее время работы подбункерного конвейера, мин;

T_{n_2} – среднее время простоя подбункерного конвейера, мин.

Как отмечалось выше, при работе аккумулирующего бункера в неуправляемом режиме, если объем груза в бункере достигает предельного значения V_{\max} , то надбункерный конвейер отключается. При этом питатель и подбункерный конвейер не выключаются, т.е. работают постоянно.

Обозначим через $V(t)$ количество груза, находящегося в данный момент времени t в бункере.

Предположим, что объем бункера V приближенно равен максимальному допустимому объему груза в бункере V_{\max} , т.е. $V \approx V_{\max}$.

Рассмотрим случай, когда средний грузопоток \bar{m}_Q , поступающий в аккумулирующий бункер, больше среднего грузопотока \bar{Q}_n , разгружаемого из бункера, т.е. $\bar{m}_Q > \bar{Q}_n$.

Сначала предположим, что подбункерный конвейер работает без простоев, т.е. $\lambda_2 = \mu_2 = 0$, а производительность питателя равна \bar{Q}_n .

В этом случае средний объем груза в аккумулирующем бункере, работающем в стационарном неуправляемом режиме, т.е. при $t \rightarrow \infty$, определяется как математическое ожидание текущего объема груза в бункере по формуле

$$V_c = M[V(t)] = \rho^{-1} \left[\int_0^{m_0} m P_0(m) dm + \int_0^{m_0} m P_1(m) dm + m_0 P_{30} \right], \quad (2)$$

где m – текущее значение количества груза в бункере, м³;

m_0 – максимальное допустимое значение количества груза в бункере, м³.

Здесь $P_0(m)$ – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный и подбункерный конвейеры работают, при этом количество груза в бункере равно m ; $P_1(m)$ – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный конвейер не работает, а подбункерный работает, при этом количество груза в бункере равно m ; P_{30} – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный и под-

бункерный конвейеры работают, при этом бункер заполнен, т.е. $m = m_0$; P_{n1} – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный конвейер не работает, подбункерный конвейер работает, при этом бункер пуст, т.е. $m = 0$.

Согласно работе [2] величины $P_0(m)$, $P_1(m)$, P_{30} , P_{n1} являются решением системы уравнения Колмогорова, описывающего процесс функционирования аккумулирующего бункера, работающего в неуправляемом режиме, при $\bar{m}_Q > \bar{Q}_n$, которые определяются из выражений

$$P_0(m) = \frac{\mu_1}{m_Q - \bar{Q}_n} e^{A_1 m} P_{n1}; \quad P_1(m) = \frac{\mu_1}{\bar{Q}_n} e^{A_1 m} P_{n1}; \quad P_{30} = \frac{\mu_1}{\lambda_1} e^{A_1 m_0} P_{n1};$$

$$P_{n1} = \frac{1}{1 + \frac{\mu_1}{\lambda_1} e^{A_1 m_0} + \frac{\mu_1 m_Q}{\mu_1 m_Q - (\lambda_1 + \mu_1) \bar{Q}_n} (e^{A_1 m_0} - 1)}, \quad (3)$$

где $A_1 = \frac{\mu_1 m_Q - (\lambda_1 + \mu_1) \bar{Q}_n}{\bar{Q}_n (m_Q - \bar{Q}_n)}$.

Подставляя в уравнение (2) значения $P_0(m)$, $P_1(m)$, P_{30} , P_{n1} , определенные по формулам (3), после интегрирования с учетом равенства $m_0 = \rho V$, получим:

$$V_c = \frac{\frac{\bar{m}_Q}{(\bar{m}_Q - \bar{Q}_n)} \left[V e^{A_1 \rho V} - \frac{(e^{A_1 \rho V} - 1)}{\rho A_1} \right] + \frac{V e^{A_1 \rho V}}{\gamma_1}}{1 + \frac{e^{A_1 \rho V}}{\gamma_1} + \frac{\bar{m}_Q}{(\bar{m}_Q - \bar{Q}_n)} (e^{A_1 \rho V} - 1)}, \quad (4)$$

где

$$A_1 = \frac{\mu_1 [m_Q - (1 + \gamma_1) \bar{Q}_n]}{(m_Q - \bar{Q}_n) \bar{Q}_n}.$$

Полагая в левой части равенства (4) $Q_n = 0$, после преобразования получим

$$\text{при } Q_n = 0 \quad V_c = V.$$

Следовательно, при работе аккумулирующего бункера в неуправляемом режиме в случае $\bar{m}_Q > \bar{Q}_n$ при $Q_n = 0$ средний объем груза

в бункере равен максимальному объему бункера V , то есть бункер всегда заполнен до предела.

Рассмотрим случай $\bar{m}_Q < \bar{Q}_n$.

Сначала предположим, что в системе «конвейер – бункер – конвейер» подбункерный конвейер функционирует без остановок, т.е. $\lambda_1 = \mu_1 = 0$, а грузопоток, загружаемый в бункер, постоянный и равен \bar{m}_Q .

В этом случае средний объем груза в аккумулирующем бункере, работающем в стационарном неуправляемом режиме, определяется как математическое ожидание текущего объема груза в бункере по формуле

$$V_c = M[V(t)] = \rho^{-1} \left[\int_0^{m_0} m \bar{P}_0(m) dm + \int_0^{m_0} m \bar{P}_2(m) dm + m_0 \bar{P}_{32} \right]. \quad (5)$$

Здесь $\bar{P}_0(m)$ – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный и подбункерный конвейеры работают, при этом количество груза в бункере равно m ; $\bar{P}_1(m)$ – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный конвейер работает, а подбункерный не работает, при этом количество груза в бункере равно m ; \bar{P}_{32} – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный и подбункерный конвейеры работают, при этом бункер заполнен, т.е. $m = m_0$; \bar{P}_{n_0} – вероятность нахождения системы «конвейер – бункер – конвейер» в состоянии, при котором надбункерный конвейер работает, подбункерный конвейер не работает, при этом бункер пуст, т.е. $m = 0$.

Согласно работе [2] величины $\bar{P}_0(m)$, $\bar{P}_1(m)$, \bar{P}_{32} , \bar{P}_{n_0} являются решением системы уравнения Колмогорова, описывающего процесс функционирования аккумулирующего бункера, работающего в неуправляемом режиме, при $\bar{m}_Q < \bar{Q}_n$, которые определяются из выражений

$$\bar{P}_0(m) = \frac{\lambda_2}{\bar{m}_Q - Q_n} e^{A_2 m} \bar{P}_{n_0}; \quad \bar{P}_2(m) = \frac{\lambda_2}{\bar{m}_Q} e^{A_2 m} \bar{P}_{n_0}; \quad \bar{P}_{32} = \frac{\lambda_2}{\mu_2} e^{A_2 m_0} \bar{P}_{n_0};$$

$$\bar{P}_{n_0} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2} e^{A_2 m_0} + \frac{\lambda_2 Q_n}{(\lambda_2 + \mu_2) \bar{m}_Q - \mu_2 Q_n} (e^{A_2 m_0} - 1)}, \quad (6)$$

где $A_2 = \frac{(\lambda_2 + \mu_2) \bar{m}_Q - \mu_2 Q_n}{\bar{m}_Q (Q_n - \bar{m}_Q)}$.

Подставляя в уравнение (5) значения $\bar{P}_0(m)$, $\bar{P}_1(m)$, \bar{P}_{3_2} , \bar{P}_{n_0} , определенные по формулам (6), после интегрирования получим:

$$V_c = \frac{\frac{(Q_n - \bar{Q}_n)}{(\bar{Q}_n - \bar{m}_Q)} \left[\frac{(e^{A_2 \rho V} - 1)}{\rho A_2} - V e^{A_2 \rho V} \right] + \gamma_2 V e^{A_2 \rho V}}{1 + \gamma_2 V e^{A_2 \rho V} + \frac{(Q_n - \bar{Q}_n)}{(\bar{Q}_n - \bar{m}_Q)} (1 - e^{A_2 \rho V})}, \quad (7)$$

где

$$A_2 = \frac{\mu_2 [\bar{m}_Q (1 + \gamma_2) - Q_n]}{\bar{m}_Q (Q_n - \bar{m}_Q)}.$$

Устремим в левой части равенства (7) Q_n к бесконечности, в результате после преобразования получим:

при $Q_n \rightarrow \infty$

$$V_c \rightarrow \frac{\lambda_2}{\mu_2 (\lambda_2 + \mu_2)} \left(1 - e^{-\frac{\mu_2 \rho V}{\bar{m}_Q}} \right) \frac{\bar{m}_Q}{\rho}. \quad (8)$$

Следовательно, при работе аккумулирующего бункера в неуправляемом режиме в случае $\bar{m}_Q < \bar{Q}_n$ при $Q_n \rightarrow \infty$ средний объем груза в бункере уменьшается и стремится к постоянному положительному значению, близкому к нулю при $V \geq 100 \text{ м}^3$.

Рассмотрим случай $\bar{m}_Q = \bar{Q}_n$. В этом случае выполняется условие $\bar{m}_Q > Q_n$ и средний объем аккумулирующего бункера V_c определяется по формуле (2). При этом значения $P_0(m)$, $P_1(m)$, P_{3_0} определяются по формулам (3). Подставляя эти значения в (2), после преобразования получим

$$V_c = \left[\frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\mu_1 m_Q}{2(m_Q - \bar{Q}_n)\bar{Q}_n} \rho V}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\mu_1 m_Q}{(m_Q - \bar{Q}_n)\bar{Q}_n} \rho V} \right] V. \quad (9)$$

При больших объемах аккумулирующего бункера, т.е. при $V \geq 100 \text{ м}^3$, из последней формулы следует, что $V_c \approx V/2$.

Следовательно, при стремлении величины разгружаемого грузопотока \bar{Q}_n к величине загружаемого в бункер грузопотока \bar{m}_Q ($\bar{m}_Q = \bar{Q}_n$) средний объем груза в бункере V_c стремится к значению, равному половине объема бункера $V/2$.

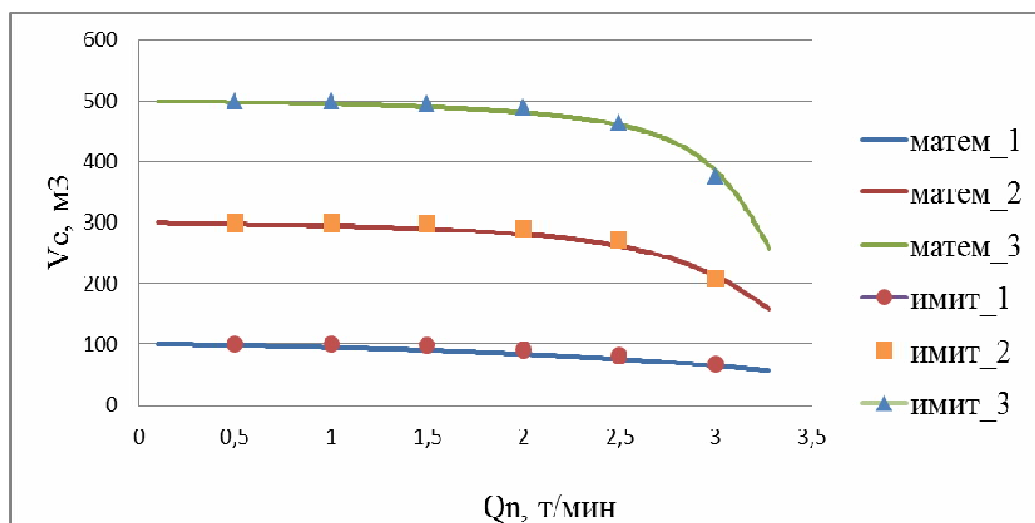
На рисунке 3 и показаны графики зависимости среднего объема груза V_c в аккумулирующем бункере, работающем в неуправляемом режиме, от производительности питателя Q_n в случае $\bar{m}_Q > \bar{Q}_n$ при различных значениях объемов бункера $V = 100 \text{ м}^3$; 300 м^3 ; 500 м^3 , рассчитанного по формуле (4).

При этом для всех случаев средняя производительность поступающего грузопотока $m_Q = 3,7 \text{ т/мин}$, а интенсивности простоев и восстановлений надбункерного и подбункерного конвейеров принимали значения соответственно $\lambda_1 = 0,025 \text{ мин}^{-1}$, $\mu_1 = 0,0614 \text{ мин}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,017 \text{ мин}^{-1}$, $\mu_2 = 0,069 \text{ мин}^{-1}$; удельная плотность груза $\rho = 1 \text{ т/м}^3$. При этом, кривым 1,2,3 рисунка 3 соответствуют объемы бункеров $V = 100 \text{ м}^3$; 300 м^3 ; 500 м^3 , соответственно.

Там же на рис. 3 показаны результаты имитационного моделирования, где кружочки соответствуют объему бункера $V = 100 \text{ м}^3$, треугольники – $V = 300 \text{ м}^3$, квадратики – $V = 500 \text{ м}^3$.

Из графиков (см. рис.3) видно, что в случае функционирования аккумулирующего бункера в неуправляемом режиме с увеличением производительности питателя Q_n средний объем груза в бункере уменьшается от значения, равного объему бункера V при $Q_n = 0$, до значения, примерно равного половине объема бункера $V/2$ при $Q_n = 3,28 \text{ т/мин}$ ($\bar{Q}_n = \bar{m}_Q = 2,63 \text{ т/мин}$). При этом, с увеличением объема аккумулирующего бункера V средний объем груза в бункере увеличивается.

Кроме того, из графиков видно, что результаты теоретических исследований отличаются от результатов имитационного моделирования не более, чем на 10–15 %.



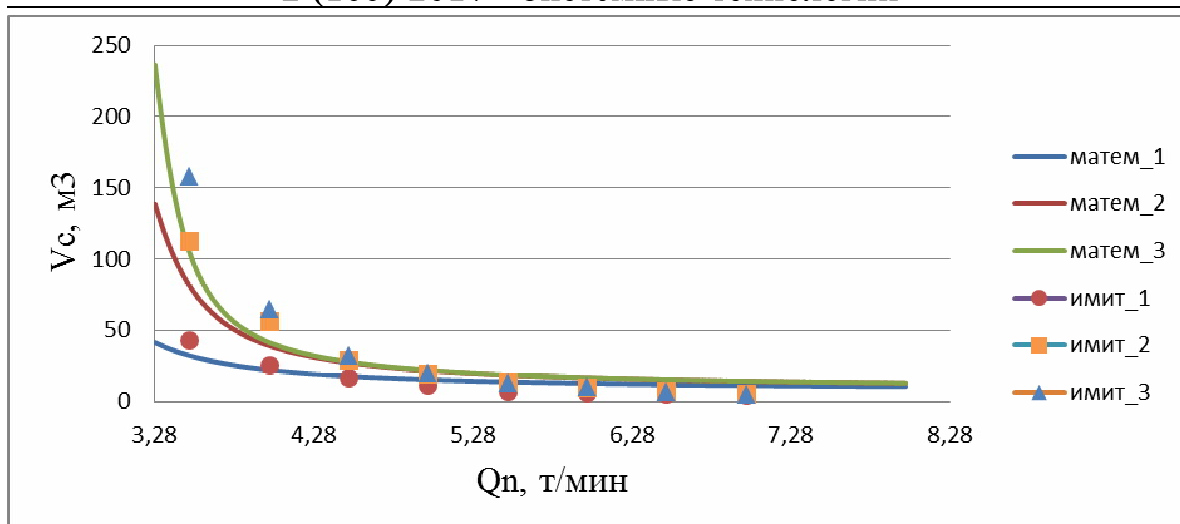
Матем_1, имит_1 – $V = 100 \text{ м}^3$; Матем_2, имит_2 – $V = 300 \text{ м}^3$; Матем_3, имит_3 – $V = 500 \text{ м}^3$

Рисунок 3 – Графики зависимости среднего объема груза V_c в аккумулярующем бункере, работающем в неуправляемом режиме, от производительности питателя Q_n в случае $\bar{m}_Q > \bar{Q}_n$ при различных значениях объема бункера V

На рисунке 4 показаны графики зависимости среднего объема груза V_c в аккумулярующем бункере, работающем в неуправляемом режиме, от производительности питателя Q_n в случае $\bar{m}_Q \leq \bar{Q}_n$ при различных значениях объема бункера $V = 100 \text{ м}^3$; 300 м^3 ; 500 м^3 , рассчитанного согласно формуле (7).

При этом для всех случаев средняя производительность поступающего грузопотока $m_Q = 3,7 \text{ т/мин}$, а интенсивности простоев и восстановлений надбункерного и подбункерного конвейеров принимали значения соответственно $\lambda_1 = 0,025 \text{ мин}^{-1}$, $\mu_1 = 0,0614 \text{ мин}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,017 \text{ мин}^{-1}$, $\mu_2 = 0,069 \text{ мин}^{-1}$; удельная масса транспортируемого груза $\rho = 1 \text{ т/м}^3$. При этом, кривым 1,2,3 рисунка 4 соответствуют объемы бункеров $V = 100 \text{ м}^3$; 300 м^3 ; 500 м^3 , соответственно.

Там же на рис. 4 показаны результаты имитационного моделирования, где кружочки соответствуют объему бункера $V = 100 \text{ м}^3$, треугольники – $V = 300 \text{ м}^3$, квадратики – $V = 500 \text{ м}^3$.



Матем_1, имит_1 – $V = 100 \text{ м}^3$; Матем_2, имит_2 – $V = 300 \text{ м}^3$;
 Матем_3, имит_3 – $V = 500 \text{ м}^3$

Рисунок 4 – Графики зависимости среднего объема груза V_c в аккумулярующем бункере, работающем в неуправляемом режиме, от производительности питателя Q_n в случае $\bar{m}_Q \leq \bar{Q}_n$ при различных значениях объема бункера V

Из графиков (см. рис. 4) видно, что в случае функционирования аккумулярующего бункера в неуправляемом режиме с увеличением производительности питателя Q_n средний объем груза в бункере уменьшается по гиперболическому закону от значения, примерно равного половине объема бункера $V/2$, при $Q_n = 3,28 \text{ т/мин}$ ($\bar{Q}_n = \bar{m}_Q = 2,63 \text{ т/мин}$) до положительного постоянного значения при $Q_n \rightarrow \infty$. При этом, с увеличением объема аккумулярующего бункера V средний объем груза в бункере увеличивается.

Кроме того, из графиков видно, что результаты теоретических исследований отличаются от результатов имитационного моделирования не более чем на 10–15 %.

Выводы

Следовательно, на основании упрощенной марковской модели функционирования аккумулярующего бункера, работающего в системе конвейерного транспорта в неуправляемом режиме, определен средний объем груза в бункере в зависимости от объема бункера и параметров грузопотоков, поступающего и разгружаемого из бункера.

При этом установлено, что с увеличением производительности питателя Q_n средний объем груза в аккумулирующем бункере V_c уменьшается и при $Q_n \rightarrow \infty$ стремится к некоторому постоянному значению, близкому к нулю при $V \geq 100 \text{ м}^3$, а с увеличением объема бункера V средний объем груза в бункере V_c увеличивается.

Кроме того, исследования показали, что с увеличением интенсивности простоя надбункерного конвейера λ_1 средний объем груза в аккумулирующем бункере уменьшается, а с увеличением интенсивности простоя подбункерного конвейера λ_2 средний объем груза в бункере увеличивается.

Результаты теоретических исследований отличаются от результатов имитационного моделирования на 10-15%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирия Р. В. Математическая модель функционирования аккумулирующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах / Р. В. Кирия, Т. Ф. Мищенко, Ю. В. Бабенко // Наукові вісті «Сучасні проблеми металургії». – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2012. – № 15. – С. 85–96.
2. Кирия, Р. В. Разработка быстрого алгоритма определения пропускной способности системы «конвейер – бункер – конвейер» / Р. В. Кирия, Т. Ф. Мищенко, Ю. В. Бабенко // Системні технології: Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2013. – Випуск 1. – С. 146–158.
3. Черкесов, Г.Н. Надежность технических систем с временной избыточностью / Г.Н.Черкесов. - М.: Советское радио, 1974. - 296 с.
4. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - М.: Высшая школа, 2000. - 480 с.
5. Надежность технических систем: справочник / Под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
6. Дружинин, Г. В. Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 420 с.