

І.С. Дмитрієва

## ГЕОМЕТРИЧНІ ПАРАМЕТРИ ЗУБЧАТОЇ ПЕРЕДАЧІ ТА ПРОФІЛЬ ЗУБА

*Анотація. Робота присвячена дослідженню особливостей геометричних параметрів зубчастого зачеплення та профілю зуба. Розглянуто евольвентний, прямолінійний та трикутний профілі зуба та виконано порівняння розрахованих параметрів.*

*Ключові слова: зубчасте зачеплення, евольвентний профіль, прямолінійний профіль, трикутний профіль.*

Зубчасті механізми є найбільш поширеним видом механічних передач в машинобудуванні і приладобудуванні. Такі передачі застосовують для передачі обертального руху з одного вала на інший або для перетворення обертального руху в поступальний зі зміною швидкості обертання валів.

Зубчасті передачі можна класифікувати за різними ознаками. За характером розташування валів: з паралельними, пересічними і перехресними осями; за формою профілів зубів: евольвентні, циклоїдальні, кругові та інші; передачі із зовнішнім і внутрішнім зачепленням. Залежно від призначення передачі зуби можуть бути прямими, косими, шевронними, криволінійними.

Зубчасті механізми – механізми, в яких передача руху від однієї ланки до іншої відбувається за допомогою зубців, які нанесені на поверхню ланки. Зубчаста передача відноситься до передач зачепленням з безпосереднім контактом пари зубчастих коліс. Менше з коліс передачі прийнято називати шестернею, а більше - колесом.

Розрахунок основних параметрів зубчастого зачеплення регламентовано Стандартом ГОСТ 13755-81(Основні норми взаємозамінності. Передачі зубчасті циліндричні евольвентні. Вихідний контур) та було розглянуто в попередній роботі [1].

Для дослідження геометричних параметрів зубчатої передачі та профілю зуба складаємо рівняння кіл, та рівняння сторін зуб'ів.

Рівняння кіл:

$$\begin{aligned} xa1(\varphi) &:= R_{a1} \cdot \cos(\varphi) & ya1(\varphi) &:= R_{a1} \cdot \sin(\varphi) \\ xf1(\varphi) &:= R_{f1} \cdot \cos(\varphi) & yf1(\varphi) &:= R_{f1} \cdot \sin(\varphi) \\ xb1(\varphi) &:= R_{b1} \cdot \cos(\varphi) & yb1(\varphi) &:= R_{b1} \cdot \sin(\varphi) \\ xw1(\varphi) &:= R_{w1} \cdot \cos(\varphi) & yw1(\varphi) &:= R_{w1} \cdot \sin(\varphi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xa2(\varphi) &:= a_w - R_{a2} \cdot \cos(\varphi) & ya2(\varphi) &:= R_{a2} \cdot \sin(\varphi) \\ xf2(\varphi) &:= a_w - R_{f2} \cdot \cos(\varphi) & yf2(\varphi) &:= R_{f2} \cdot \sin(\varphi) \\ xb2(\varphi) &:= a_w - R_{b2} \cdot \cos(\varphi) & yb2(\varphi) &:= R_{b2} \cdot \sin(\varphi) \\ xw2(\varphi) &:= a_w - R_{w2} \cdot \cos(\varphi) & yw2(\varphi) &:= R_{w2} \cdot \sin(\varphi) \end{aligned}$$

де  $\varphi = 0.3\pi$  - змінна для побудови всіх кіл.

Рівняння передніх сторін перших зуб'ів шестерні та колеса (передаючих напругу):

$$\begin{aligned} x1(t) &:= R_{b1} \cdot (\cos(t - \delta) + t \cdot \sin(t - \delta)) & y1(t) &:= R_{b1} \cdot (\sin(t - \delta) - t \cdot \cos(t - \delta)) \\ x2(t) &:= a_w - R_{b2} \cdot (\cos(t - \delta) + t \cdot \sin(t - \delta)) & y2(t) &:= -R_{b2} \cdot (\sin(t - \delta) - t \cdot \cos(t - \delta)) \end{aligned}$$

$$\delta_1 := \frac{2 \cdot \pi}{z_1}$$

$$\delta_2 := \frac{2 \cdot \pi}{z_2}$$

де  $\delta_1$  - кут нахилу передньої сторони зуба колеса;  $\delta_2$  - кут нахилу передньої сторони зуба шестерні.

$$\Delta 1 := t_s - \alpha + 0.5 \cdot \delta_1$$

$$\Delta 2 := t_s - \alpha + 0.5 \cdot \delta_2$$

де  $\Delta 1$  - кут нахилу задньої сторони зуба колеса;  $\Delta 2$  - кут нахилу задньої сторони зуба шестерні.

Також для побудови необхідні рівняння задніх сторін перших зуб'ів шестерні та колеса (не передаючих напругу).

$$x'(t) := R_{b1} \cdot (\cos(t - \Delta 1) + t \cdot \sin(t - \Delta 1)) \quad y'(t) := -R_{b1} \cdot (\sin(t - \Delta 1) - t \cdot \cos(t - \Delta 1))$$

$$x''(t) := a_w - R_{b2} \cdot (\cos(t - \Delta 2) + t \cdot \sin(t - \Delta 2)) \quad y''(t) := R_{b2} \cdot (\sin(t - \Delta 2) - t \cdot \cos(t - \Delta 2))$$

Далі задаємо рівняння сторін для кожного зуба шестерні. Рівняння сторін другого зуба шестерні:

$$\begin{aligned} z3(t) &:= R_{b1} \cdot (\cos(t - \delta - \delta_1) + t \cdot \sin(t - \delta - \delta_1)) & x7(t) &:= R_{b1} \cdot (\cos(t - \Delta 1 + \delta_1) + t \cdot \sin(t - \Delta 1 + \delta_1)) \\ y3(t) &:= R_{b1} \cdot (\sin(t - \delta - \delta_1) - t \cdot \cos(t - \delta - \delta_1)) & y7(t) &:= -R_{b1} \cdot (\sin(t - \Delta 1 + \delta_1) - t \cdot \cos(t - \Delta 1 + \delta_1)) \end{aligned}$$

Рівняння сторін другого зуба колеса:

$$\begin{aligned} x6(t) &:= a_w - R_{b2} \cdot (\cos(t - \delta + \delta_2) + t \cdot \sin(t - \delta + \delta_2)) & x8(t) &:= a_w - R_{b2} \cdot (\cos(t - \Delta 2 - \delta_2) + t \cdot \sin(t - \Delta 2 - \delta_2)) \\ y6(t) &:= -R_{b2} \cdot (\sin(t - \delta + \delta_2) - t \cdot \cos(t - \delta + \delta_2)) & y8(t) &:= R_{b2} \cdot (\sin(t - \Delta 2 - \delta_2) - t \cdot \cos(t - \Delta 2 - \delta_2)) \end{aligned}$$

Рівняння сторін останнього зуба шестерні:

$$\begin{aligned}x_5(t) &:= R_{b1} \cdot (\cos(t - \delta + \delta_1) + t \cdot \sin(t - \delta + \delta_1)) & x_9(t) &:= R_{b1} \cdot (\cos(t - \Delta 1 - \delta_1) + t \cdot \sin(t - \Delta 1 - \delta_1)) \\y_5(t) &:= R_{b1} \cdot (\sin(t - \delta + \delta_1) - t \cdot \cos(t - \delta + \delta_1)) & y_9(t) &:= -R_{b1} \cdot (\sin(t - \Delta 1 - \delta_1) - t \cdot \cos(t - \Delta 1 - \delta_1))\end{aligned}$$

Рівняння сторін останнього зуба колеса:

$$\begin{aligned}x_4(t) &:= a_w - R_{b2} \cdot (\cos(t - \delta - \delta_2) + t \cdot \sin(t - \delta - \delta_2)) & x_0(t) &:= a_w - R_{b2} \cdot (\cos(t - \Delta 2 + \delta_2) + t \cdot \sin(t - \Delta 2 + \delta_2)) \\y_4(t) &:= -R_{b2} \cdot (\sin(t - \delta - \delta_2) - t \cdot \cos(t - \delta - \delta_2)) & y_0(t) &:= R_{b2} \cdot (\sin(t - \Delta 2 + \delta_2) - t \cdot \cos(t - \Delta 2 + \delta_2))\end{aligned}$$

На рисунку 1 побудована схема зачеплення шестерні та колеса із заданими параметрами.

При побудові розрізняють теоретичну і активну лінію зачеплення. Теоретичною лінією зачеплення називають відрізок MN дотичної до основних кіл, який міститься між точками дотику М і N. Активною лінією зачеплення називають відрізок LK теоретичної лінії зачеплення, який міститься між точками перетину її з колами вершин зубів.

Далі, за допомогою наведених рівнянь отримуємо графік побудови зачеплення зубів колеса (К) та шестерні (Ш) (рисунок 2).

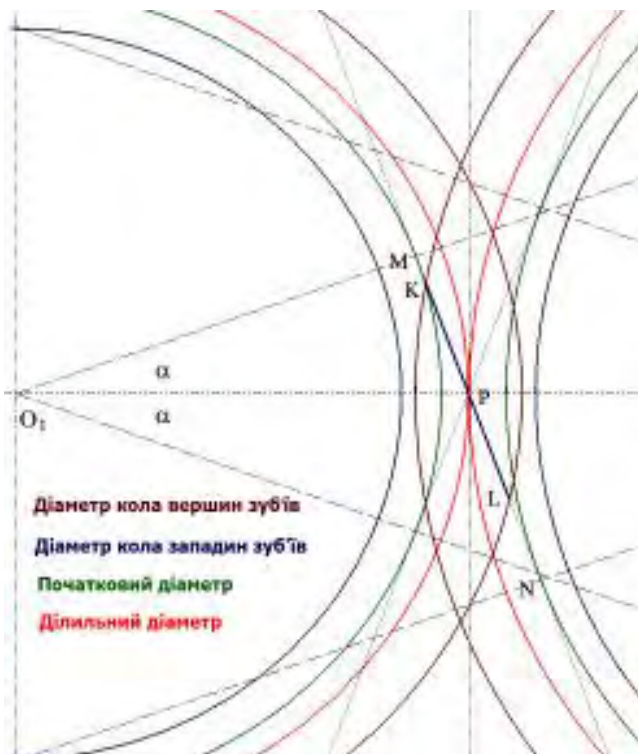


Рисунок 1 – Схема зачеплення

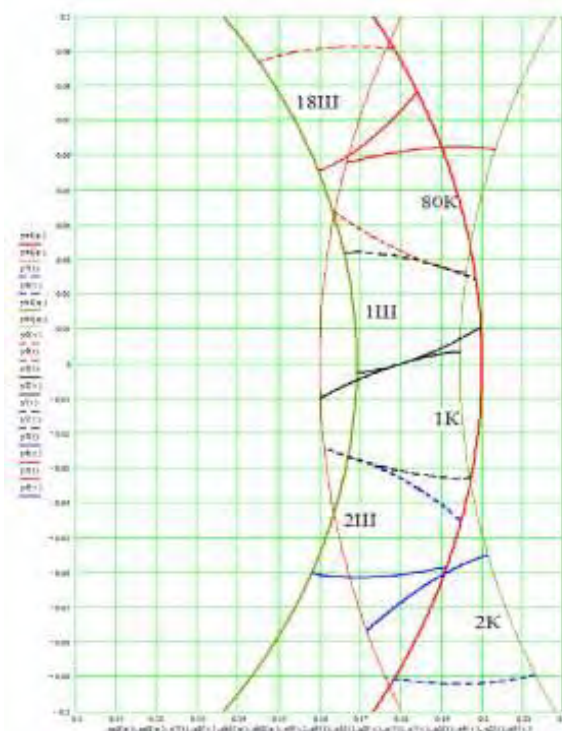


Рисунок 2 – Побудова зубчастого зачеплення

Профіль зуба – лінія перетину бічної поверхні зуба площиною, нормальної до лінії зуба. В даній роботі розглянуто три види профілю зуба: евольвентний, прямолінійний та трикутний.

Якісні показники дають можливість при проектуванні передачі оцінити плавність і безшумність зачеплення, міцність і можливий знос зубів коліс в порівнянні з іншими передачами. Така оцінка важлива для раціонального вибору коефіцієнтів зміщення інструменту при проектуванні передач [2].

До основних показників якості належать:

Коефіцієнт ковзання — характеристика, яка застосовується при виконанні технічних розрахунків, що характеризують фрикційні взаємодії двох тіл. У залежності від виду переміщення одного тіла по іншому розрізняють: коефіцієнт тертя при зсуві, ковзання і коефіцієнт тертя при коченні. У свою чергу, при ковзанні в залежності від величини тангенціальної сили розрізняють коефіцієнт неповного тертя ковзання, коефіцієнт тертя спокою і коефіцієнт тертя ковзання. Всі ці коефіцієнти тертя можуть змінюватися в широких межах в залежності від шорсткості і хвилястості поверхонь, характеру плівок, що покривають поверхні.

$$\lambda^n = \frac{z_2 (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_{\text{тв}})}{(z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_{\text{тв}} - z_1 \operatorname{tg} \alpha} \cdot \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right)$$

Коефіцієнт питомого тиску. Геометрично коефіцієнт питомого тиску характеризує контактну міцність. Сумарне позитивний зсув вихідних контурів призводить до зменшення коефіцієнта питомого тиску, тобто призводить до підвищення контактної міцності.

$$\sigma_H = 0.418 \cdot \frac{F_H \cdot E}{b_w \cdot \rho^{\text{сп}}}$$

Коефіцієнт перекриття дозволяє оцінювати безперервність і плавність зачеплення в передачі. Ці якості передачі забезпечуються перекриттям за часом в роботі двох пар зубів: кожна наступна пара зубів повинна увійти в зачеплення до того, як попередня пара вийде з нього. Про величину перекриття в прямозубій передачі судять за коефіцієнтом торцевого перекриття, який є відношенням кута торцевого перекриття зубчастого колеса до його кутового кроку. Прямозуба передача повинна мати коефіцієнт перекриття більше одиниці.

$$g_\alpha = r_2 \cdot (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_{\text{тв}}) + r_1 \cdot (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_{\text{тв}})$$

Не змінюючи жодних параметрів зубчастого зачеплення, окрім куту нахилу головного профілю та геометричної форми зубу, проведемо розрахунок показників якості для евольвентного, прямолінійного та трикутного профілю. Результати розрахунків наведено в таблиці.

Таблиця 1

## Порівняння розрахунків показників якості

	Коефіцієнт ковзання $\lambda''$	Коефіцієнт шитомого тиску $\sigma_H$	Коефіцієнт перекриття $\xi_a$
Евольвентний профіль	31,5	$9,77 \cdot 10^4$	4140
Прямолінійний профіль	3,9	$3,6 \cdot 10^4$	1,84
Трикутний профіль	26,34	$2,45 \cdot 10^4$	113,03

На рисунках 3-5 зображено зачеплення колеса та шестерні для евольвентного, прямолінійного та трикутного профілю, позначено точки перетину зуб'ів.

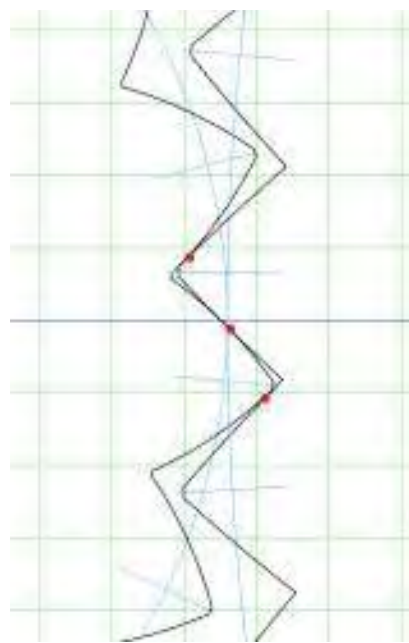
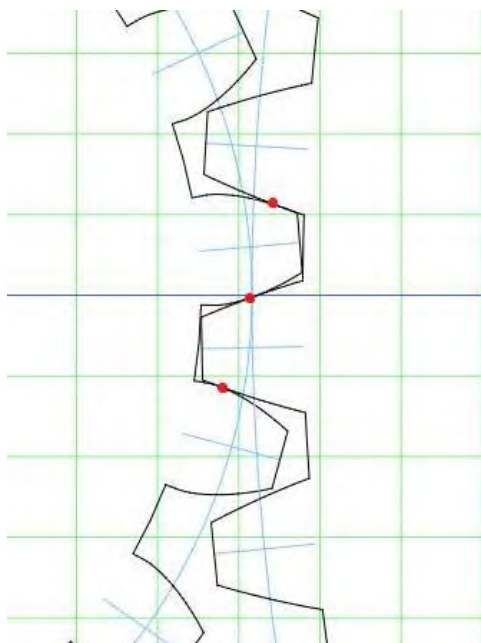


Рисунок 3 – Евольвентний профіль    Рисунок 4 - Трикутний профіль

Відповідно вимогам ГОСТУ 19326-73 (Зубчасті конічні передачі) кут головного профілю  $\alpha$  має бути не менше  $10^\circ$ . Якщо не дотримуватися вимог, зазначених раніше, то виникає помилка при зачепленні зубів (рисунок 6).

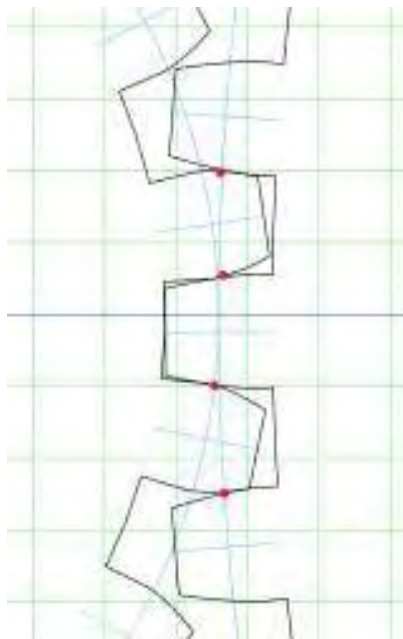


Рисунок 5 - Прямолінійний профіль

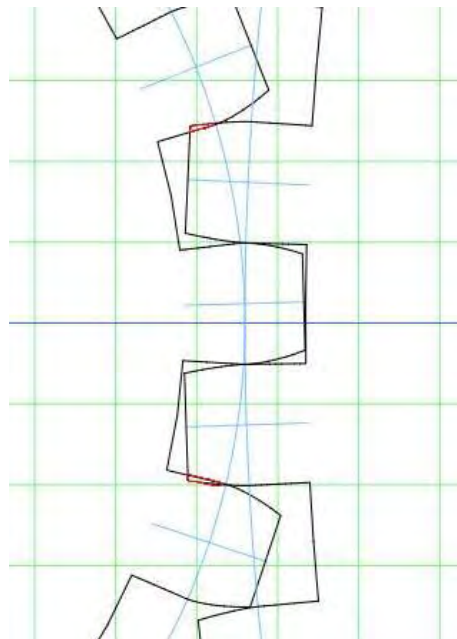


Рисунок 6 – Помилка зачеплення

Після аналізу розрахунків можна зробити висновок, що найменший коефіцієнт питомого тиску, а отже найбільша контактна міцність присутні у трикутному профілі. Це означає, що зубчасте зачеплення такого профілю можна використовувати у агрегатах з великим навантаженням, або для підйому вантажу з великою вагою. Хоча існує недолік - швидке зношування через великі навантаження. Тому дуже важливо слідкувати за правильною експлуатацією такого зубчастого зачеплення.

Найкращі показники коефіцієнтів ковзання та перекриття має евольвентний профіль, тому зношується така передача досить повільно. Також вона має найменшу контактну міцність, тому використовується не для приладів з великим навантаженням, а для плавної і тихої роботи механізму.

Найгірші показники у прямолінійного профілю, тому для роботи циліндричної передачі такий профіль підходить найменше через дуже швидке зношування зуба. Але застосування прямолінійного профілю зубів на колесі дозволяють використовувати принципово нову технологію зубонарізування – спосіб зубонарізування методом трепанації, при якому чорнове фрезерування зубів проводиться дисковими прорізними фрезами, а чистове обробка за профілем зубів високо-

швидкісними торцевими фрезами, що забезпечують отримання необхідної шорсткості робочої поверхні зубів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. І.С.Дмитрієва, Е.О. Сухойван Розрахунок параметрів зубчастого зачеплення та їх проектування // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 3 (104). - Дніпропетровськ: НМетАУ, ІВК "Системні технології", 2016. - С. 79 - 84.
2. Прудников В.В. - Фазовые переходы и методы их компьютерного моделирования: учебное пособие / В.В. Прудников – М.: Физматлит, 2009.-224 с.
3. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя / под ред. И.Н.Жестковой // - М: Машиностроение, 2006. - 928 с.