

А.О. Журба, Д.І. Журба, О.І. Михальов, О.І. Дерев'янко
**ДОСЛІДЖЕННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ
СНІЖИНОК**

В статті розглядається обчислення таких фрактальних властивостей як фрактальна розмірність та побудова фрактальних розподілень сніжинок різних типів.

Ключові слова: фрактальні об'єкти, фрактальна розмірність, сніжинки, фрактальні розподілення.

Вступ

Однією з таємниць, яку мріяли розгадати багато великих вчених є вивчення снігових кристалів. Йоганн Кеплер першим почав вивчення сніжинок.

Наукове пояснення форми сніжинок з'явилося на початку ХХ століття, коли дослідження за допомогою лазерних променів показали, що атоми кисню і водню в кристалах льоду розташовуються в решітці, що складається з шестикутників [1].

Розгадка загадкової симетрії сніжинок криється в кристалічній решітці льоду. Практично весь лід на планеті кристалізується, утворюючи правильні призми з шестикутною основою. Тому шестикутна форма решітки задає шестипроменеву симетрію сніжинок.

На форму сніжинок впливає зовнішнє середовище (наприклад, вітер, температура і вологість повітря). Поки сніжинки ростуть, вони літають всередині хмари, а це значить, що вони піддаються різним впливам в різний час, в результаті чого їх форма також змінюється [1].

Як і більшість природних об'єктів, сніжинки мають фрактальні властивості. Тому є доцільним дослідження їх фрактальних характеристик.

Метою цієї роботи є дослідження фрактальної розмірності та побудова фрактальних розподілень для різних типів сніжинок.

Матеріали та методики дослідження

Будь-яка сніжинка завжди має 6 променів. Така форма зумовлена молекулярною будовою води. Вона складається з атома кисню і двох атомів водню. Кожна молекула води є трикутник. Кристали льоду мають форму шестикутника, який складається з таких трикутників (рис. 1а). Цей найперший кристалик і є майбутня сніжинка. Далі він росте за рахунок приєднання нових молекул до кристалику (рис. 1б).

Порядок приєднання нових молекул випадковий, але в підсумку вони шикуються в шестигранники, такі ж, як і перший кристалик (рис. 1в).

Далі у сніжинки почнуть рости відгалуження. Як саме вони будуть виглядати, залежить від температури, вологості, тиску та інших факторів. Кристалики приєднуються один до одного завжди гранню і ніколи кутом, тому промінь сніжинки завжди буде шестикутним (рис. 1г).

Від променя можуть відходити гілки, але вони завжди будуть рости під кутом 60° або 120° (рис. 1д).

Так має виглядати ідеальна сніжинка. У реальності величезне скupчення «гілок», які приростають у випадковому порядку, робить кожну сніжинку унікальною.

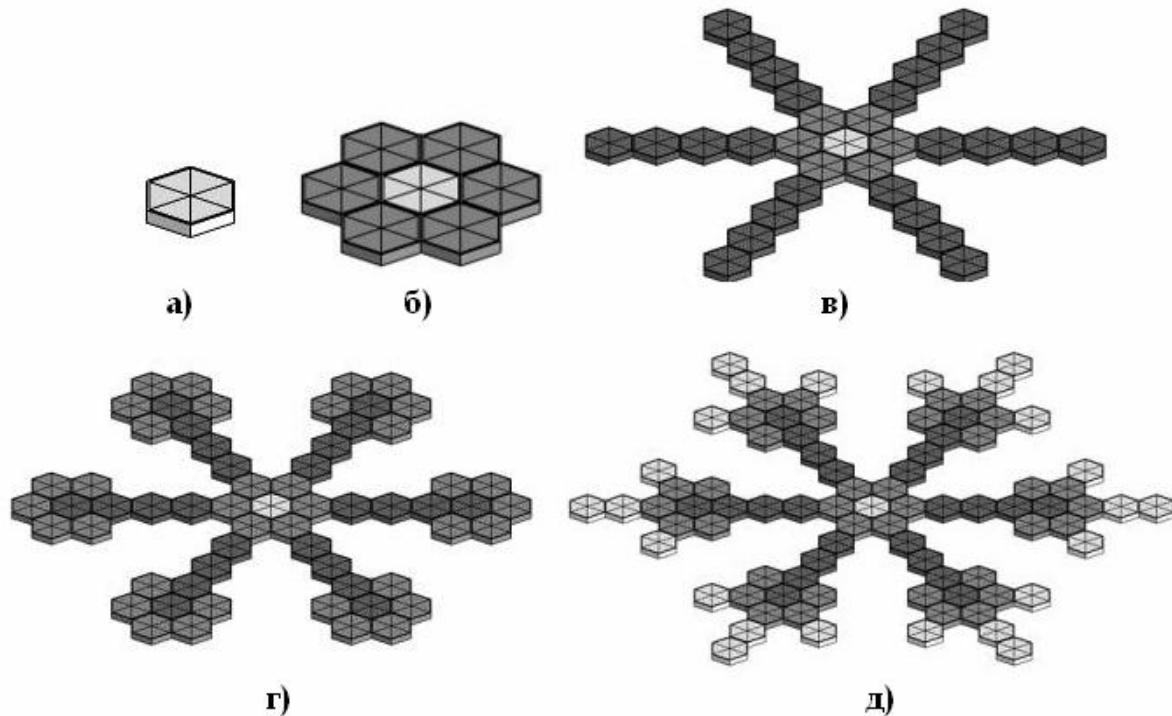


Рисунок 1 - Процес побудови сніжинки

Навіть неозброєним поглядом розглядаючи сніжинки, можна помітити, що жодна з них не повторює іншу. Передбачається, що в одному кубічному метрі снігу знаходиться 350 мільйонів сніжинок, кожна з яких унікальна. Не буває п'ятикутних чи семикутних сніжинок, всі вони мають строго шестикутну форму.

У 1951 році Міжнародна Комісія з Снігу і Льоду прийняла класифікацію твердих опадів. Відповідно до неї всі снігові кристали можна розділити на наступні групи: зірчасті дендрити, пластинки, стовпці, голки, просторові дендрити, стовпці з наконечником і неправильні форми. До них додалися ще три види обледеніли опадів: дрібна снігова крупка, крижана крупа і град [1].

При дослідженні фрактальних властивостей було проаналізовано близько 50 зображень різноманітних сніжинок, що відносяться до різних груп. При дослідженні фрактальна розмірність мікроструктур визначалася методом BOX COUNTING [2]. Для побудови фрактальних розподілень використовувався метод ковзаючого вікна [2, 3].

Результати дослідження та їх огляд

При обчисленні фрактальних властивостей сніжинок було проаналізовано ряд зображень з різними типами сніжинок. В таблицях 1-6 представлені результати обчислень фрактальних характеристик сніжинок різних типів.

В ході дослідження 50 зображень сніжинок були розбиті на групи: пластинки, зірчасті дендрити, голки, неправильні кристали, просторові дендрити, стовпчики. Для кожного зображення було обчислено фрактальні розмірності та побудовано фрактальні розподілення.

У таблиці 1 представлені фрактальні характеристики сніжинок типу «Пластинки». Пластинки - безліч крижаних ребер як ніби ділять лопаті сніжинок на сектора. Вони плоскі і тонкі.

В результаті дослідження було виявлено, що для групи сніжинок «Пластинки» діапазон значень фрактальної розмірності від 1.54 до 1.81, а кількість мод розподілення 4 або 5.

У таблиці 2 представлені фрактальні характеристики сніжинок типу «Зірчасті дендрити». Зірчасті дендрити - кристал або інше утворення, що має деревоподібну структуру. Вони мають шість симетричних основних гілок і безліч розташованих в довільному порядку відгалужень. Їх розмір - 5 мм і більше в діаметрі, як правило, вони плоскі і тонкі - всього 0.1 мм.

В результаті дослідження було виявлено, що для групи сніжинок «Зірчасті дендрити» діапазон значень фрактальної розмірності від 1.55 до 1.72, а кількість мод розподілення від 4 до 6.

У таблиці 3 представлені фрактальні характеристики сніжинок типу «Голки». Голки - стовпчасті кристали, які виростили довгими і тонкими. Іноді всередині них зберігаються порожнини, а іноді кінці розщеплюються на кілька гілок.

В результаті дослідження було виявлено, що для групи сніжинок «Голки» діапазон значень фрактальної розмірності від 1.81 до 1.94, а кількість мод розподілення 3 або 6.

Таблиця 1

Значення фрактальної розмірності та фрактальні розподілення сніжинок типу «Пластинки»

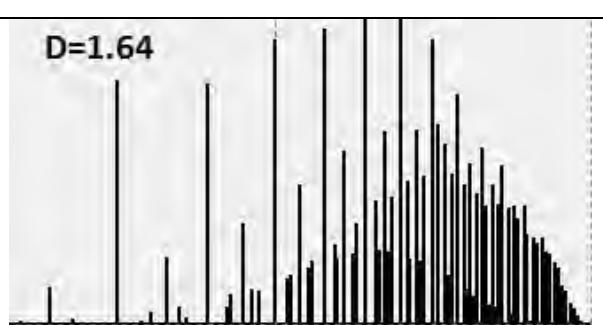
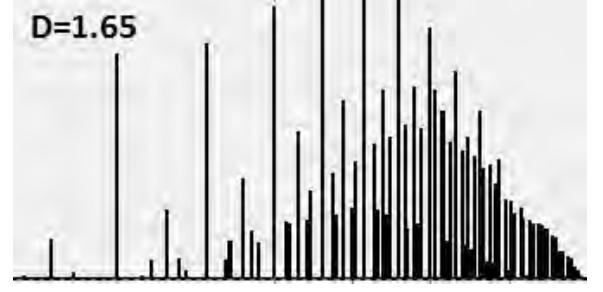
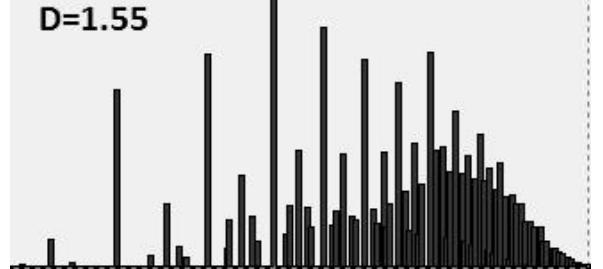
Зображення сніжинок	Фрактальна розмірність та фрактальне розподілення
	D=1.74
	D=1.73
	D=1.79

У таблиці 4 представлени фрактальні характеристики сніжинок типу «Неправильні кристали». Кристали неправильної форми - на частку сніжинки може випасти чимало пригод, вона може потрапити в зону турбулентності і втратити в ній деякі зі своїх гілочок або розламатися зовсім. Зазвичай таких "покалічених" сніжинок багато в сирому снігу, тобто при відносно високій температурі , особливо при сильному вітрі.

В результаті дослідження було виявлено, що для групи сніжинок «Неправильні кристали» діапазон значень фрактальної розмірності від 1.44 до 1.89, а кількість мод розподілення від 3 до 5.

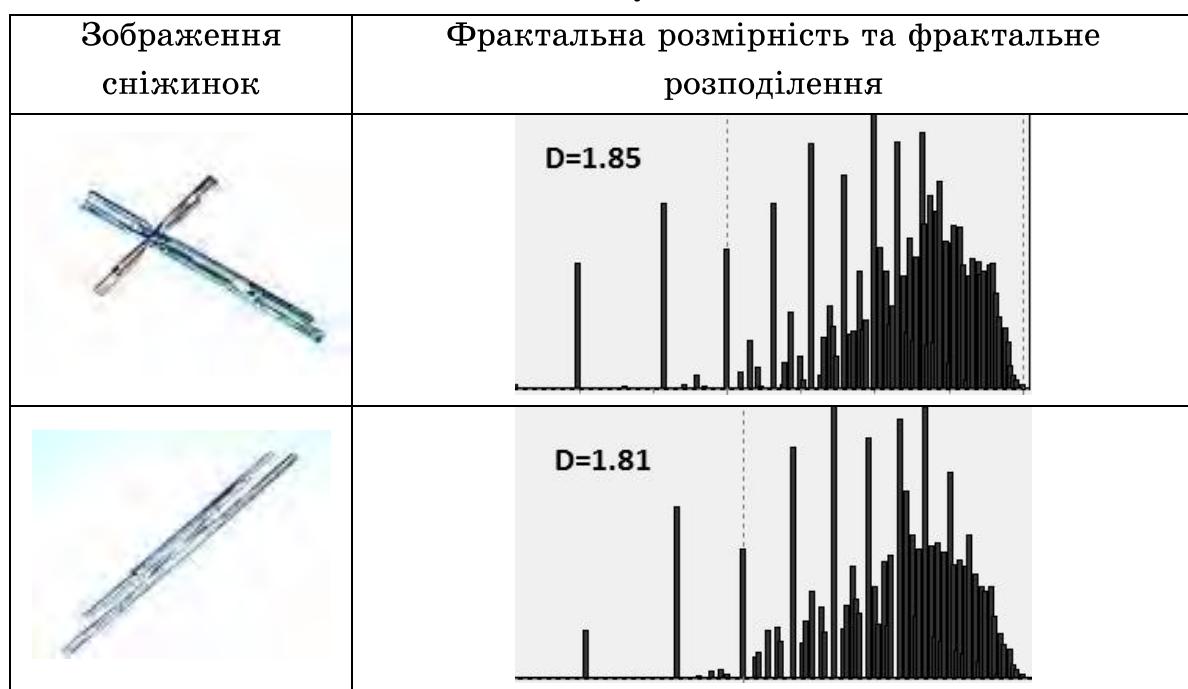
Таблиця 2

Значення фрактальної розмірності та фрактальні розподілення сніжинок типу «Зірчасті дендрити»

Зображення сніжинок	Фрактальна розмірність та фрактальне розподілення
	$D=1.64$ 
	$D=1.65$ 
	$D=1.55$ 

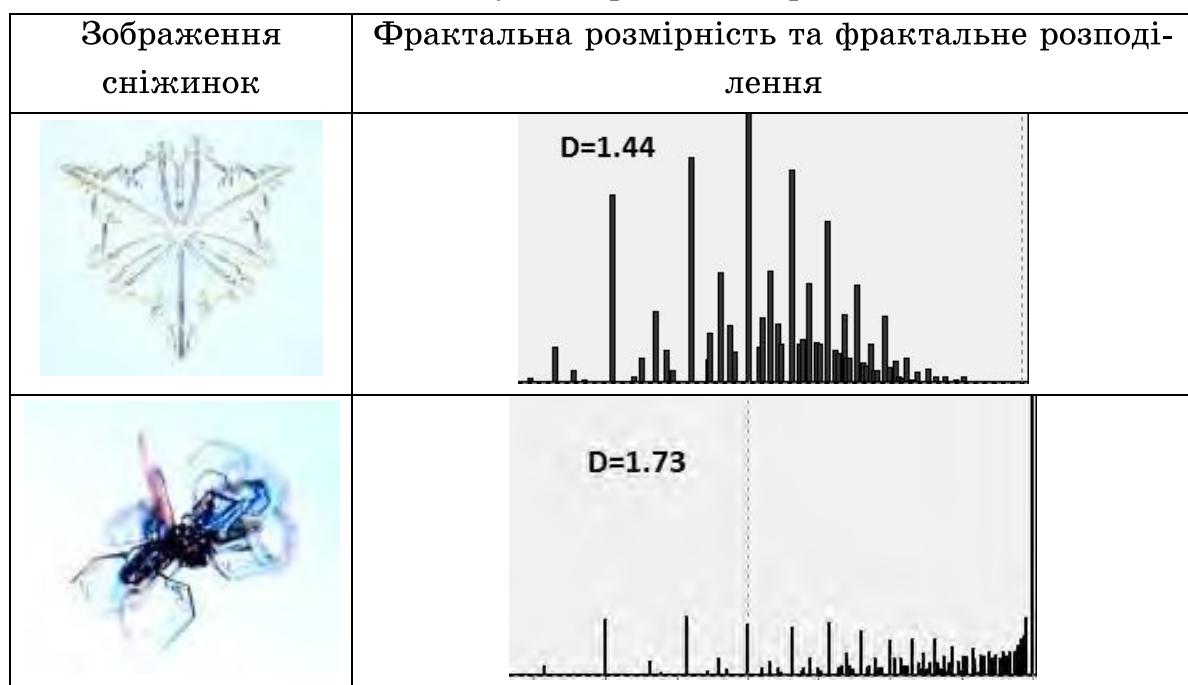
Таблиця 3

Значення фрактальної розмірності та фрактальні розподілення сніжинок типу «Голки»



Таблиця 4

Значення фрактальної розмірності та фрактальні розподілення сніжинок типу «Неправильні кристали»

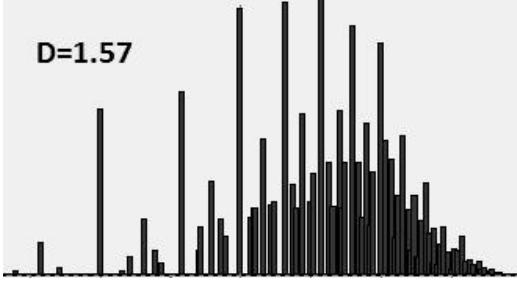
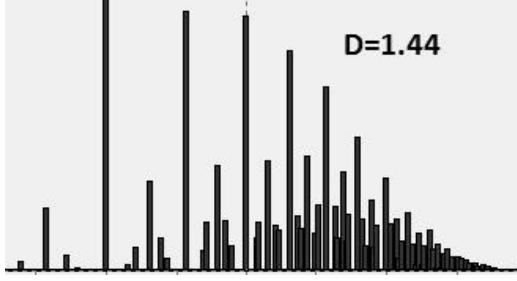
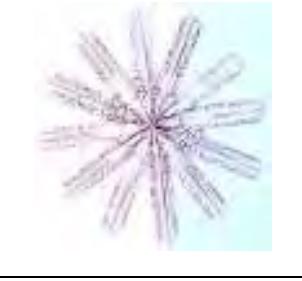
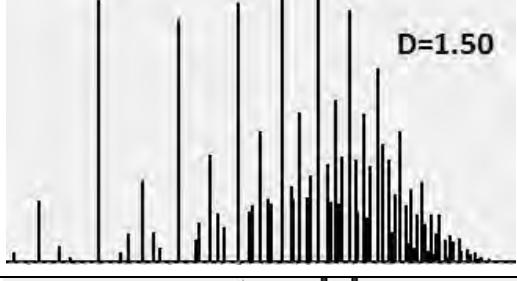
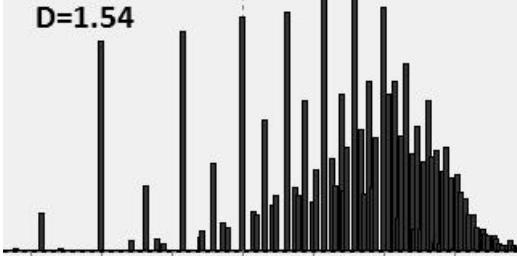


У таблиці 5 представлені фрактальні характеристики сніжинок типу «Просторові дендрити». Просторові дендрити - дуже цікаві конфігурації виходять, коли плоскі або стовпчасті кристали зростаються або спресовуються, утворюючи об'ємні структури, де кожна гілочка розташована в своїй площині.

В результаті дослідження було виявлено, що для групи сніжинок «Просторові дендрити» діапазон значень фрактальної розмірності від 1.41 до 1.78, а кількість мод розподілення 4 або 5.

Таблиця 5

Значення фрактальної розмірності та фрактальні розподілення сніжинок типу «Просторові дендрити»

Зображення сніжинок	Фрактальна розмірність та фрактальне розподілення
	$D=1.57$ 
	$D=1.44$ 
	$D=1.50$ 
	$D=1.54$ 

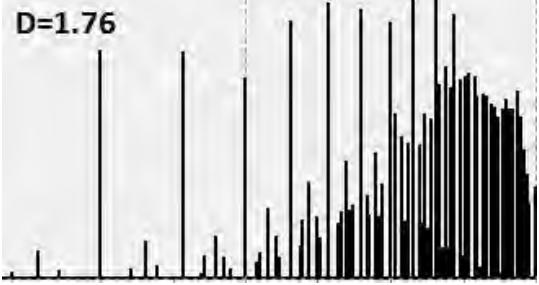
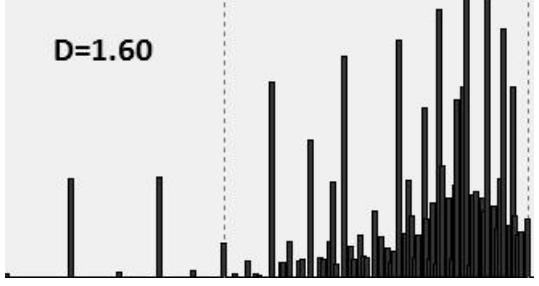
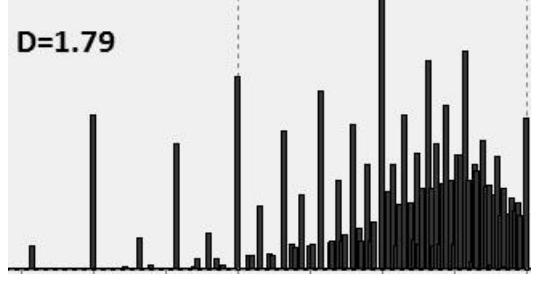
У таблиці 6 представлені фрактальні характеристики сніжинок типу «Стовпчики». Стовпчики - плоскі, пластиначасті сніжинки більше притягають погляд, проте найпоширенішою формою снігових кристалів є стовпчик або колона. Такі порожністі стовпчики можуть бути шестигранними, у вигляді олівця, загострені на кінцях у вигляді конуса.

Стовпчики з наконечниками - спочатку такі кристали мають стовбчасту форму, але в результаті деяких процесів змінюють напрямок росту, перетворюючись в пластиинки. Таке може статися, якщо, кристал заносить вітром в зону з іншою температурою.

В результаті дослідження було виявлено, що для групи сніжинок «Стовпчики» діапазон значень фрактальної розмірності від 1.60 до 1.88, а кількість мод розподілення від 3 до 6.

Таблиця 6

Значення фрактальної розмірності та фрактальні розподілення сніжинок типу «Стовпчики»

Зображення сніжинок	Фрактальна розмірність та фрактальне розподілення
	$D=1.76$ 
	$D=1.60$ 
	$D=1.79$ 

У таблиці 7 наведені значення фрактальної розмірності та кількість мод розподілення для проаналізованих зображень сніжинок різних типів. З результатів, наведених у таблиці 7 видно, що значення фрактальної розмірності для зображень сніжинок різних груп, суттєво відрізняються. Фрактальні розподілення також мають різний характер та різну кількість мод розподілення.

Таблиця 7

Значення фрактальних характеристик

Тип сніжинки	Кількість мод	Фрактальна розмірність
Пластиинки	4	1.74; 1.73; 1.37; 1.81; 1.60; 1.54; 1.76; 1.79
Пластиинки	5	1.57
Зірчасті дендрити	4	1.72; 1.72; 1.67; 1.64; 1.43; 1.65
Зірчасті дендрити	5	1.70
Зірчасті дендрити	6	1.55
Голки	3	1.82
Голки	6	1.85; 1.81; 1.90; 1.94
Неправильні кристали	3	1.71; 1.73
Неправильні кристали	4	1.79; 1.44; 1.57
Неправильні кристали	5	1.77; 1.89; 1.69; 1.74
Просторові дендрити	4	1.57; 1.53; 1.65; 1.50; 1.54; 1.41; 1.54
Просторові дендрити	5	1.44; 1.78; 1.55
Стовпчики	3	1.86; 1.88
Стовпчики	4	1.76; 1.82
Стовпчики	5	1.60
Стовпчики	6	1.79

Висновки

В роботі було досліджено 50 зображень сніжинок, які були розбиті на групи: пластинки, зірчасті дендрити, голки, неправильні кристали, просторові дендрити, стовпчики. Для кожного зображення було обчислено фрактальні розмірності та побудовано фрактальні розподілення. В результаті дослідження було виявлено, що для кожної групи сніжинок є свій діапазон значень фрактальної розмірності та кількість мод розподілення: для пластинок $n = 4,5$; $D = 1.54...1.81$; для зірчастих дендритів $n = 4,5,6$; $D = 1.55...1.72$; для голок $n = 3,6$; $D = 1.81...1.94$; для неправильних кристалів $n = 3,4,5$; $D = 1.44...1.89$; для просторових дендритів $n = 4,5$; $D = 1.41...1.78$; для стовпчиків $n = 3,4,5,6$; $D = 1.60...1.88$.

З результатів дослідження можна зробити висновок, що значення фрактальної розмірності для зображень сніжинок різних груп, суттєво відрізняються. Фрактальні розподілення також мають різний характер та різну кількість мод розподілення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Шафрановский И.И. Кристаллографические представления И. Кеплера и его трактат «О шестиугольном снеге».. — М., 1971. — 24 с.
2. Журба А.О., Михальов О.І. Фрактальні характеристики зображень металоструктур та особливості їх обчислення // Системные технологии моделирования сложных систем / Монография под общей редакцией проф. А.И. Михалёва. – Днепр: НМетАУ-ИВК “Системные технологии”, 2016. – С. 299 – 327. ISBN 978-966-2596-19-9.
3. Журба А.О. Дослідження впливу параметрів фрактальних об'єктів на їх розмірність / А.О. Журба, Д.І. Журба // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 1 (102). - Дніпропетровськ. - 2016. – С. 125–131.