

**СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ
ТИСКІВ У ПОРИСТОМУ МАТЕРІАЛІ ТА ПОВІТРЯНОМУ
ПРОШАРКУ В МАТРИЦІ ФОРМУВАЛЬНОГО
ОБЛАДНАННЯ**

Анотація. Розглядається процес формування борошняних виробів на тонкому повітряному прошарку. Визначений розподіл тиску в повітряному прошарку при безконтактному формуванні виробів з тіста. Отримано диференціальне рівняння тиску шляхом розв'язання задачі сумісного перебігу повітря в пористому середовищі і повітряному прошарку.

Ключові слова: задача руху, в'язка рідина, сумісна течія, пористий вкладиш, повітряний прошарок.

Вступ. Сутність безконтактного формування борошняних виробів з крутого тіста полягає в створенні тонкого повітряного прошарку між тістом і формувальним отвором матриці [1]. При розрахунку параметрів повітряного прошарку і характеристик пристроїв для безконтактного формування необхідне залучення теорії гідродинаміки, а саме теорії газового змащення, яка описує течію повітря в тонких шарах. Основою для визначення теоретичних параметрів повітряного прошарку служать диференціальні рівняння Нав'є-Стокса [2]. Рівняння Нав'є-Стокса разом з рівнянням нерозривності утворюють систему чотирьох рівнянь в частинних похідних, розв'язання якої пов'язано зі значними математичними труднощами. Зважаючи на складність реальних процесів течії, деякі аналітичні розв'язання даної системи можна отримати, допускаючи обмеження, які витікають з інженерної практики. Зокрема, приймаючи рух в тонкому шарі ламінарним, нехтуючи здавлюванням, зміною в'язкості, а також вважаючи процес ізотермічним, О. Рейнольдс [5] отримав систему рівнянь, розв'язання якої призводить до визначення компонента вектора швидкості повітря в тонкому прошарку при відповідних крайових умовах. При вивченні питання про рух повітря в прошарку, що живиться через пористу поверхню, ви-

никають додаткові труднощі в зв'язку з необхідністю розглядання спільної задачі руху повітря в прошарку і в пористому середовищі.

Постановка задачі. Визначення тисків в пористому середовищі, необхідне для розрахунку розподілу тисків в змащувальному шарі, досить складна задача, пов'язана з інтегруванням рівняння розподілу тисків в пористому середовищі (1) при частково відомих крайових умовах [3]:

$$\Delta \eta_p = \frac{d^2 \eta_p}{dx_\delta^2} + \frac{d^2 \eta_p}{dy_\delta^2} + \frac{d^2 \eta_p}{dz_\delta^2} = 0, \quad (1)$$

де $\eta_p \approx p_2$ – гармонічна функція, якщо змащувальний матеріал не здавлюваний.

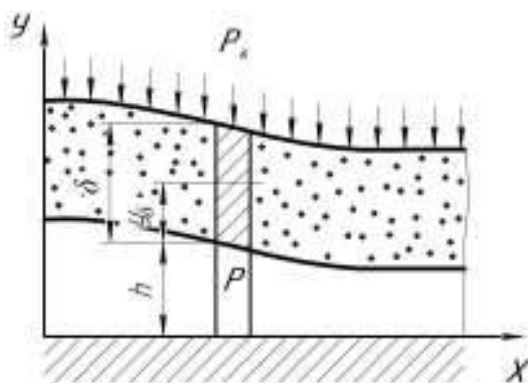


Рисунок 1 – Проникнення повітря через пористу поверхню

p_k та p – тиск до та після пористого матеріалу, Па;

δ – товщина пористого матеріалу, м;

h – товщина змащувального прошарку, м.

Насправді, $p = p_k$ на границі контакту з системою подачі (рис. 1). Зате на другій поверхні ($y = h, y_\delta = 0$) тиск є невідома функція x і z . Отже, рух повітря у змащувальному шарі та рух повітря у пористому середовищі мають розглядатися спільно.

Результати досліджень. Оскільки найбільший інтерес представляють витрата або швидкість повітря на вході в змащувальний шар, можна припустити, що товщина пористого шару досить мала, щоб знехтувати компонентами швидкості по осях Ox і Oz . Іншими словами, можна припустити, що повітря рухається паралельно осі Oy . Тоді розв'язання (1) можливе за формулою [4]:

$$\Delta \eta_p \approx \frac{d^2 \eta_p}{dy_\delta^2} = 0; \quad \eta_p = \eta_k + (\eta_0 - \eta_k) \frac{y_\delta}{\delta}, \quad (2)$$

де p_k та p_0 – тиск до та після пористого матеріалу, Па.

Враховуючи, що в пористому середовищі рух повітря ламінарний, він підкоряється закону Дарсі [5]:

$$v_\delta = \frac{dQ}{dS} = -\frac{k_p}{\mu} \cdot \frac{dp}{dy_\delta}, \quad (3)$$

де v_δ – швидкість руху повітря у напрямку y_δ , м/с;

p – тиск повітря в пористому середовищі, Па;

μ – коефіцієнт в'язкості повітря, Па·с;

k_p – коефіцієнт проникності або фільтрації, що залежить від природи пористого матеріалу та його пористості, м².

З формули (3) маємо для об'ємної витрати:

$$dQ = -\frac{k_p}{\mu} \cdot \frac{dp}{dy_\delta} dS, \quad (4)$$

та для масової витрати:

$$dM = -\frac{k_p}{\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial y_\delta} dS = -\frac{\chi_p}{\chi_p + 1} \cdot \frac{\rho_k}{p_k^{\chi_p}} \cdot \frac{k_p}{\mu} \cdot \frac{d\eta}{dy_\delta} dS, \quad (5)$$

через елементарну ділянку dS , перпендикулярну до напрямку y_δ ,

де Q – об'ємна витрата повітря, м³/с;

M – масова витрата повітря, кг/с.

В останній формулі ми вважаємо процес політропічним з показником політропи, що дорівнює χ_p . Насправді через малі швидкості фільтрації процес близький до ізотермічного та $\chi \approx 1$.

З урахуванням формул (2) - (5) маємо:

$$v_\delta = V_{2y} = -\frac{\chi_p}{\chi_p + 1} \cdot \frac{k_p}{\mu \delta} \cdot \frac{\eta_{pk} - \eta_p}{p^{\frac{1}{\chi_p}}} = -\frac{\chi_p}{\chi_p + 1} \cdot \frac{k_p}{\mu \delta} \cdot \frac{p_k^{\frac{\chi_p+1}{\chi_p}} - p^{\frac{\chi_p+1}{\chi_p}}}{p^{\frac{1}{\chi_p}}};$$

$$dQ = -\frac{\chi_p}{\chi_p + 1} \cdot \frac{k_p}{\mu \delta} \cdot \frac{\eta_{pk} - \eta_p}{p^{\frac{1}{\chi_p}}} dS; \quad (6)$$

$$dM = -\frac{\chi_p}{\chi_p + 1} \cdot \frac{\rho_k}{\rho_k^{\chi_p}} \cdot \frac{k_p}{\mu \delta} (\eta_{pk} - \eta_p) dS,$$

де замість $(\eta_p)_{y\delta} = 0$ записано η_p , причому η_p відноситься до змащу-

вального шару, оскільки $\frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$.

Ці формули досить точні, якщо пориста поверхня являє собою площину або має малу кривизну.

В пористих радіальних вкладишах, вважаючи, як і раніше, що рух повітря здійснюється тільки в напрямку нормалі до поверхонь, запишемо рівняння (1) в циліндричних координатах (рис. 5):

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \eta_p}{\partial r} \right) = 0. \tag{7}$$

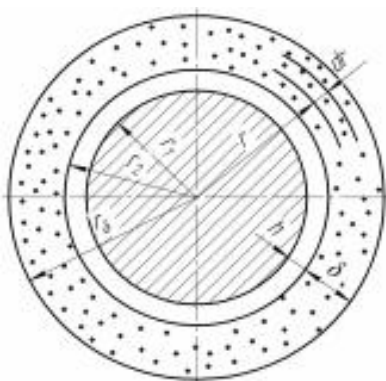


Рисунок 2 – Радіальний пористий вкладиш

Розв'язання цього рівняння має вигляд:

$$\eta_p = \eta_{pa} + (\eta_{pa} - \eta_p) \frac{\ln \frac{r}{r_2}}{\ln \frac{r_\delta}{r_2}}; \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial \eta_p}{\partial r} \right)_{r=r_2} \left(\frac{\partial \eta_p}{\partial y_\delta} \right) = \frac{(\eta_{pk} - \eta_p)}{r_2 \ln \frac{r_\delta}{r_2}}.$$

Ці формули аналогічні рівнянням (6), в яких замість η_{p0} необхідно писати η_p , а замість δ писати $r_2 \ln \frac{r_\delta}{r_2}$, оскільки $r_\delta = r_2 + \delta$,

$$r_2 \ln\left(\frac{r_\delta}{r_2}\right) = r_2 \ln\left(1 + \frac{\delta}{r_2}\right) \approx \delta \quad (9)$$

якщо δ мала порівняно з r_2 .

Отже, залежності (6) можна в першому наближенні вважати загальними. Для радіальних вкладишів належить писати $r_2 \ln\left(\frac{r_\delta}{r_2}\right)$ замість δ .

Коректніше розв'язання рівняння $\Delta\eta_p = 0$ у циліндричних координатах r , θ , z шляхом розкладання розв'язання в ряд добутків циліндричних та експоненціальних функцій в припущенні, що товщина δ мала, приводить до того ж виразу для градієнта $\frac{d\eta_p}{dr}$ при $r = r_2$, не дивлячись на те, що функція η_p має інший вигляд [3].

Отже, залежності (6) і (8) достатньо точні, оскільки у разі змащення повітрям тиск змінюється різкіше у напрямі нормалі до пористого шару, ніж уздовж цього шару.

Диференціальне рівняння для тиску можна вивести для кожного типу пористих вкладишів, прирівнюючи місцеву витрату через пористу поверхню витраті повітря в змащувальному шарі. Проте, якщо залежності (6) вважати загальними (для радіальних пористих вкладишів

необхідно писати $r_2 \ln\left(\frac{r_\delta}{r_2}\right)$ замість δ , якщо $\frac{\delta}{r_2} > 0,05$), то рівняння для тиску можна вивести безпосередньо із загального рівняння [2]. На відміну від інших випадків гідростатичного змащування, коли швидкості повітря V на обох поверхнях дорівнюють нулю, тут $V_1=0$, $V_{2x}=V_{2z}=0$, але $V_{2y}\neq 0$ (6). Загальне рівняння приймає вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p^\chi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p^\chi}{\partial z} \right) = 12 \left(\frac{1}{\chi} + 1 \right) p^{\frac{1}{\chi}} V_{2y}, \quad (10)$$

або

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p^\chi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p^\chi}{\partial z} \right) = - \frac{12(\chi+1)\chi_p k_p}{\chi(\chi_p+1)\mu\delta} \cdot \frac{p_a^{\frac{1}{\chi}+1} - p^{\frac{1}{\chi}+1}}{p^{\frac{1}{\chi}+1} - p^{\frac{1}{\chi}}}. \quad (11)$$

Вважаючи процес як в пористому середовищі, так і в змащувальному шарі ізотермічним, можна записати:

$$\chi_p = \chi = 1; \eta_p = \eta = p^2, \quad (12)$$

тоді формула (11) приймає наступний вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) = - \frac{12k_p}{\mu \delta (\eta_a - \eta)} \quad (13)$$

або, прийнявши

$$\eta_r = (\eta_a - \eta) \quad (14)$$

і вважаючи $\mu = \text{const}$, отримуємо:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \cdot \frac{\partial \eta_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \cdot \frac{\partial \eta_r}{\partial z} \right) = K'^2 \eta_r, \quad (15)$$

де

$$K'^2 = \frac{12k_p}{\delta}. \quad (16)$$

Висновки. Отримані результати можуть бути застосовані для розрахунку найбільш часто вживаних типів пористих вкладишів.

Диференціальні рівняння тисків дозволяють розраховувати розподіл тиску в змащувальному шарі.

Розв'язання спільної задачі течії повітря в пористому середовищі і повітряному прошарку дозволяє отримати рекомендації по конструюванню матриць з пористими вкладишами для формування борошняних виробів з крутого тіста.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов В.М. Розробка способу пресування борошняних виробів на тонкому повітряному прошарку з метою підвищення їх якості та споживчих властивостей / В.М. Михайлов, І.В. Бабкіна, А.Л. Яцук // Стратегия качества в промышленности и образовании: XI Междунар. конф., 1-5 июля 2015г.: Материалы в 2-х томах, том 2 — Варна, Болгария, 2015. — С. 120 — 122.
2. Константиnescу В.Н. Газовая смазка / В.Н. Константиnescу. — М.: Машиностроение, 1968. — 720с.
3. Типей Н. Смазка пористых тел / Н. Типей // Трение и износ в машинах: Труды III Конференции. — М.: АН ССР, 1960. — С. 121-127.
4. Михайлов В.М. Експериментальне визначення коефіцієнта проникності та коефіцієнта опору пористих матеріалів / В.М. Михайлов, Є.А. Брильов, А.Л. Яцук // Прогресивні техніка і технологія харчових виробництв ресторанного господарства і торгівлі: Зб. наук. праць / Харк. держ. ун-т харч. та торг. — Х.: ХДУХТ, 2013. — Вип. 1(17). — С. 48 -54.
5. Ртищева А.С. Теоретические основы гидравлики и теплотехники / А.С. Ртищева. — Ульяновск: УлГТУ, 2007. — 171с.