

В.П. Малайчук, С.В. Клименко, А.Т. Кудреватых
**ВИЗУАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
КОРРЕЛИРОВАННОСТИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ
ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ЗАДАЧАХ
НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ**

Аннотация. Проведен визуально-аналитический анализ измерений яркости с различными параметрами коррелированности и оценены возможности обнаружения изменений коррелированности на различных цифровых изображениях в терминах нечеткой логики.

Ключевые слова: цифровые изображения, корреляция, яркость, неразрушающий контроль.

Постановка задачи

Цифровые изображения поверхностей технических объектов содержат информацию об их состоянии и качестве. Наличие участков с изменениями статистических связей в матрицах измерений яркости тоже является признаком их аномального состояния или качества на таких участках поверхности контролируемых объектов. Это текстурные участки коррелированности. Корреляционные связи цифровых изображений описываются разностными уравнениями флуктуаций яркости строк и столбцов матриц измерений. Яркость стационарных цифровых изображений в точках с координатами (i, j) математически описывается матричными функциями $X(i, j)$. Это случайные величины с постоянным математическим ожиданием и дисперсией, которая характеризует флуктуации яркости $Y(i, j)$

$$X(i, j) = M[X(i, j)] + Y(i, j).$$

Измерения яркости $X(i, j)$ – это целочисленные случайные величины в интервале от 0 до q_m единиц яркости, где q_m – ожидаемое максимальное ее значение, зависящее от интервала дискретности ΔX аналого-цифрового измерителя (АЦП).

Строки и столбцы матрицы $X(i, j)$ размера $i = 1, 2, \dots, N_1$ и $j = 1, 2, \dots, N_2$ не только автокоррелированы, но и взаимнокоррелированы. Эти ста-

статистические связи описываются разностными уравнениями матриц флуктуаций $Y(i, j)$.

Измерения яркости цифровых изображений зависят от основных трех факторов. Первый – это мощность источников облучения или возбуждения (оптические, радиометрические, термометрические, интерферометрические, ультразвуковые, вибрационные), второй – состояние и качество поверхности контролируемого технического объекта, которые проявляются в изменениях параметров статистических закономерностей измерений яркости цифровых изображений. Третий – погрешности измерений, связанные с нестабильностью регистрирующей аппаратуры, эффектами квантования, дискретизации и сжатия изображения при сохранении. Исследуем эти закономерности путем проведения вычислительных экспериментов и визуально-аналитического анализа на математических моделях матриц измерений цифровых изображений.

Математическая модель эталонной матрицы цифровых изображений

Измерение яркости цифровых изображений – случайные величины с неизвестными статистическими закономерностями. Их теоретические математические модели должны описывать интенсивность яркости, ее разброс (рассеяние) и статистические связи. Начнем рассмотрение цифрового изображения, которое описывается стационарной матрицей яркости, измерения которых $X(i, j)$ независимые случайные величины, появляющиеся в точках измерений (i, j) с одной и той же вероятностью p в интервале от 0 до q_m , где q_m – ожидаемое максимальное значение их яркости. Тогда вероятность того, что каждое измерение $X(i, j)$ равно случайному значению яркости q и описывается биномиальным законом распределения вероятности

$$W(q) = C_{q_m}^q p^q (1-p)^{q_m-q}, q = 0, 1, 2 \dots q_m. \quad (1)$$

Такие цифровые изображения зависят от одного параметра – вероятности p . Если $q_m = 255$, то ожидаемая яркость цифрового монотонного (стабильного) изображения равна математическому ожиданию $M[q] = 255p$ и ожидаемое рассеяние (корень квадратный из дисперсии) $\sqrt{D[q]} = \sqrt{255p(1-p)}$.

На рис. 1 показаны цифровые изображения с различными значениями вероятности яркости $p = 0,25; p = 0,5; p = 0,75; p = 0,95$, на матрице размером $N_1 \times N_2$.

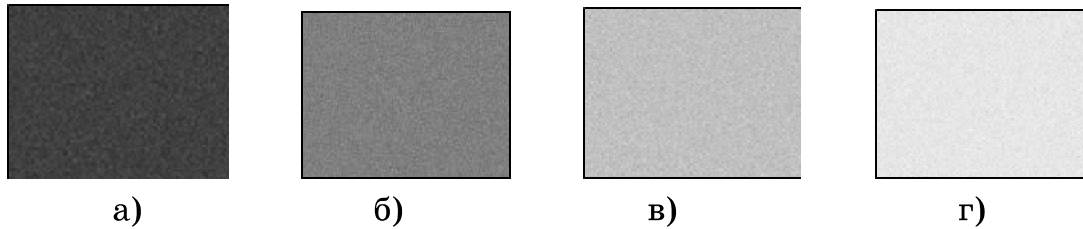


Рисунок 1 - Модель цифрового изображения с флуктуацией яркости с параметрами

При визуальном их рассмотрении и оценкой их в терминах нечеткой логики это – темные ($p = 0,25$), серые ($p = 0,5$), белые ($p = 0,75$) и очень белые ($p = 0,9$) изображения.

Цифровые гистограммы матриц измерений $X(i,j)$ формируются по эмпирическим функциям $F(q)$ и законам распределения вероятностей $W(q)$

$$F(q) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \text{sgn}[\Delta X q - X(i,j)], \quad (2)$$

$$W(q) = F(q) - F(q - 1) = \Gamma(q).$$

Гистограммы рассмотренных цифровых изображений представлены на рис.2. Значения их статистических параметров приведены в таблице 1.

Таблица 1.

p	0,25	0,5	0,75	0,9
$M[q]$	64	128	192	230
$\sqrt{D[q]}$	7	8	7	5
Δy_m	42	48	42	46

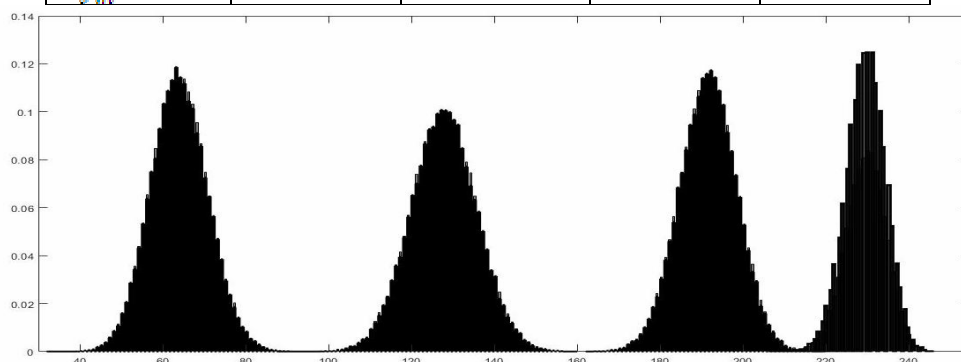


Рисунок 2 - Гистограммы измерений яркости цифровых изображений с параметрами $p=0,25$; $p=0,5$; $p=0,75$; $p=0,95$

При $0,05 \leq p \leq 0,95$ биномиальный закон распределения вероятностей можно аппроксимировать нормальным распределением

$$W(q) = \frac{\exp\left(-\frac{(q - np)^2}{2np(1-p)}\right)}{\sqrt{2\pi np(1-p)}}.$$

Максимальные значения разбросов $\Delta y_m = \Delta y_{\max} - \Delta y_{\min}$ определяются по гистограммам. И эталонных цифровых изображений можно рассматривать как независимые случайные величины, статистические закономерности которых описываются нормальным (гауссовым) законом распределения, параметры которого оцениваются средним значением и выборочной дисперсией

$$\bar{X} = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} X(i, j), \quad D = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (X(i, j) - \bar{X})^2. \quad (3)$$

Флуктуации эталонной матрицы $Y(i, j) = X(i, j) - \bar{X}$ – тоже нормальные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и выборочной дисперсией \bar{D} . Рассмотрим и сравним их с математическими моделями матриц коррелированных флуктуаций цифровых изображений.

Математические модели коррелированности флуктуаций

Рассмотрим выборки случайных величин флуктуаций яркости $y(i, j)$, которые формируются двумерным фильтром с передаточной функцией

$$H(z_1, z_2) = \frac{\beta}{(1 - \alpha_1 z_1^{-1})(1 - \alpha_2 z_2^{-1})} = \frac{y(z_1, z_2)}{\xi(z_1, z_2)}. \quad (4)$$

В этом случае z-преобразование разностного уравнения запишется в виде $y(z_1, z_2) = (\alpha_1 z_1^{-1} + \alpha_2 z_2^{-1} - \alpha_1 \alpha_2 z_1^{-1} z_2^{-1}) + y(z_1, z_2) + \beta \xi(z_1, z_2)$, где β – нормирующий параметр.

После обратного z-преобразования получим разностное уравнение Хабиби

$$y(i, j) - \alpha_1 y(i-1, j) + \alpha_2 y(i, j-1) - \alpha_1 \alpha_2 y(i-1, j-1) + \beta \xi(z_1, z_2), \quad (5)$$

где $\beta = \sqrt{(1 - \alpha_1^2)(1 - \alpha_2^2)}$.

Разностное уравнение коррелированности $y(i, j)$ равно

$$r(\tau_1, \tau_2) = \alpha_1 r(\tau_1 - 1) + \alpha_2 r(\tau_2 - 1) - \alpha_1 \alpha_2 r(\tau_1 - 1, \tau_2 - 1), \quad (6)$$

где τ_1 и τ_2 – целые числа равные $\pm 1, \pm 2, \dots$

Корреляционная функция флуктуаций описывается формулой

$$Q(\tau_1, \tau_2) = \alpha_1^{\tau_1} \alpha_2^{\tau_2}, \quad \tau_1 = 0, 1, 2, \dots; \quad \tau_2 = 0, 1, 2, \dots$$

Из рассмотрения которых следует, что коэффициенты модели Хабиби $\alpha_1 = r_1$ и $\alpha_2 = r_2$, где $r_1 = r(1)$ и $r_2(1)$ – коэффициенты корреляции

соседних измерений строк и столбцов матрицы яркости, которые описываются разностными уравнениями Маркова с коэффициентами автокорреляции $r_1 = \alpha_1$ и $r_2 = \alpha_2$ и взаимной корреляции $r_1 r_2$.

Из рассмотрения (6) следует, что строки и столбцы матрицы флуктуации – это марковские случайные взаимно коррелированные последовательности. На рис. 3 представлены для визуального рассмотрения цифровые изображения с различными значениями коэффициентов корреляции r_1 и r_2 и взаимной корреляцией, равной произведению $r_1 r_2$, математическим ожиданием $M[X(i, j)] = 128$ и дисперсией $D(i, j) = 64$.

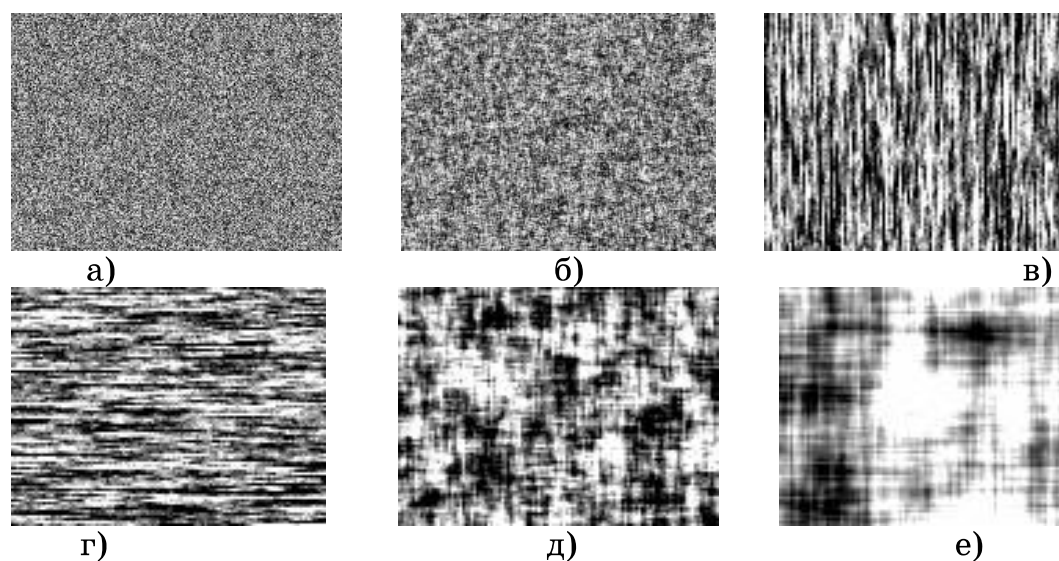


Рисунок 3 - Модель цифрового изображения по Хабиби с параметрами

а) $r_1 = 0,1$, $r_2 = 0,1$; б) $r_1 = 0,5$, $r_2 = 0,5$; в) $r_1 = 0,2$, $r_2 = 0,9$;
 г) $r_1 = 0,9$, $r_2 = 0,2$; д) $r_1 = 0,8$, $r_2 = 0,8$; е) $r_1 = 0,98$, $r_2 = 0,98$

Выводы

Из рассмотренных цифровых изображений, отличающихся только показателями коррелированности строк и столбцов, следует отметить их визуальную информативность и возможность принимать решения в терминах нечеткой логики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фисенко Т.В. Компьютерная обработка и распознавание изображений / В.Т. Фисенко, Т.Ю. Фисенко / СПб. – 2008. – 192с.
2. Малайчук В.П. Исследование изображений недоступных для наблюдения поверхностей / В.П. Малайчук, С.В. Клименко, А.Т. Кудеватых // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. – Выпуск 2 (109). – Днепропетровск, 2017. – С.81 -86.