

Т.В. Селівьорстова, О.С.Ткаленко

**РОЗРОБКА СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ПРОГРАМНОГО  
ЗАСОБУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТРИЧНОЇ ГРИ У  
ЗМІШАНИХ СТРАТЕГІЯХ «ЯСТРУБИ І ГОЛУБИ»**

*Анотація. Розглянутий процес розробки спеціалізованого програмного засобу для дослідження матричної гри у змішаних стратегіях «Яструби і голуби». Наведений формальний та математичний опис гри «Яструби і голуби». Проведено дослідження імітаційної ігрової моделі «Яструби і голуби» на її програмній реалізації. Показаний характер впливу параметрів ігрової моделі на елементи платіжної матриці, що визначає ви-  
граш.*

*Ключові слова: матрична гра, змішані стратегії, програмна реалізація, C++ Builder, платіжна матриця, виграш, параметри моделі.*

**Вступ.** Не зважаючи на те, що теорія ігор фундаментально вивчена та набула широкого використання для розв'язку економічних та військових задач в останні роки даний науковий напрям набув широкого застосування у соціальних науках, зокрема у психології для аналізу торгових угод та переговорів, а також для вивчення принципів формування коаліцій тощо [1 – 3]. У зв'язку з цим питання пов'язані з розробкою спеціалізованих програмних засобів призначених для демонстрації принципів роботі ігрових моделей викликають цікавість студентів і викладачів та є актуальними.

Цілю статті є викладення основних етапів розробки спеціалізованого програмного засобу для дослідження матричної гри у змішаних стратегіях «Яструби і голуби» та дослідження параметрів ігрової моделі.

**Формальний та математичний опис гри «Яструби і голуби»**

Як відомо, гра «Яструби й голуби» одна з найпростіших моделей теорії ігор, що описує конкурентні відносини в деякій популяції тварин для визначення еволюційно стабільної стратегії [4].

Вважають, що в популяції тварин, що конкурують за деякий ресурс наявні дві стратегії поведінки, які умовно називають «голу-

би» і «яструби». Ці назви не мають відносини до конкретного виду тварини, а розуміються в переносному значенні: яструби як символ агресивності, а голуби – як символ миролюбства. Особливість «яструбів» – завжди б'ються до перемоги й відступають тільки в тому випадку, якщо одержать серйозні каліцтва. «Голуби» обмежуються погрозами й демонстрацією агресивності, однак якщо справа доходить до дійсної сутички, вони відступають. Якщо «голуб» б'ється з «яструбом», перемога дістається «яструбові», однак голуб, що відступив, не одержує в сутичці ніяких ушкоджень й у принципі нічого не втрачає. Якщо б'ються два «голуби», то перемога дістається одному з них (тому, у кого міцніше нерви), каліцтв ніхто з них не одержує, однак обоє витрачають певну енергію на тривале психологічне протистояння. Якщо б'ються два «яструби», то перемагає один з них, а для іншого сутичка закінчується важкими каліцтвами.

Для математичного формулювання даної задачі оцінюють результати турніру у вигляді умовних одиниць (балів), отриманих або втрачених учасниками. Перемогу в турнірі оцінимо в  $V$  балів, програв в  $L$  балів, одержання важкого каліцтва в  $W$  балів, а витрати енергії на тривале протистояння в  $E$  балів.

Елементи платіжної матриці, що описує взаємодію «яструбів» і «голубів», описуються наступними співвідношеннями (1 – 4):

$$\text{- виграш «голуба»} - S(D, D) = \frac{V - L}{2} - E; \quad (1)$$

$$\text{- програш «яструба»} - S(H, H) = \frac{V - W}{2}; \quad (2)$$

$$\text{- програш «голуба»} - S(D, H) = -L; \quad (3)$$

$$\text{- виграш «яструба»} - S(H, D) = V. \quad (4)$$

Таблиця 1

Платіжна матриця гри «Яструби і голуби»

	Голуб	Яструб
Голуб	$\frac{V - L}{2} - E$	$-L$
Яструб	$V$	$\frac{V - W}{2}$

Середній виграш «яструбів» при їхній долі в популяції з складе

$$S_H(z) = \frac{(V - W)z}{2} + V(1 - z) = V - \frac{(V - W)z}{2};$$

а середній виграш «голубів»

$$S_D(z) = -Lz + \left( \frac{V - L}{2} - E \right) (1 - z) = \frac{V - L}{2} - E - \left( \frac{V + L}{2} - L \right) z.$$

Часка «яструбів», при якій досягається точка рівноваги:

$$z = \frac{V + L + 2E}{W - L + 2E}. \quad (5)$$

### Програмна реалізація та дослідження імітаційної ігрової моделі «Яструби і голуби»

На рисунку 1 представлений інтерфейс розробленого програмного засобу «Гра «Яструби і голуби»» (середовище розробки C++ Builder), який містить чотири повзунки прокрутки TrackBar для вводу результатів турніру в балах. Для кожного TrackBar розроблена подія Change(), яка реалізує розрахунок точки рівноваги і графіку платіжної матриці. Повзунок параметру «Перемога в турнірі» переміщується, при цьому обчислюється платіжна матриця для нового набору вхідних параметрів і графік виграшів. Якщо заданий набір вхідних параметрів не забезпечує наявності точки рівноваги на графіку виводиться напис «Точка рівноваги виходить за межі застосування моделі».

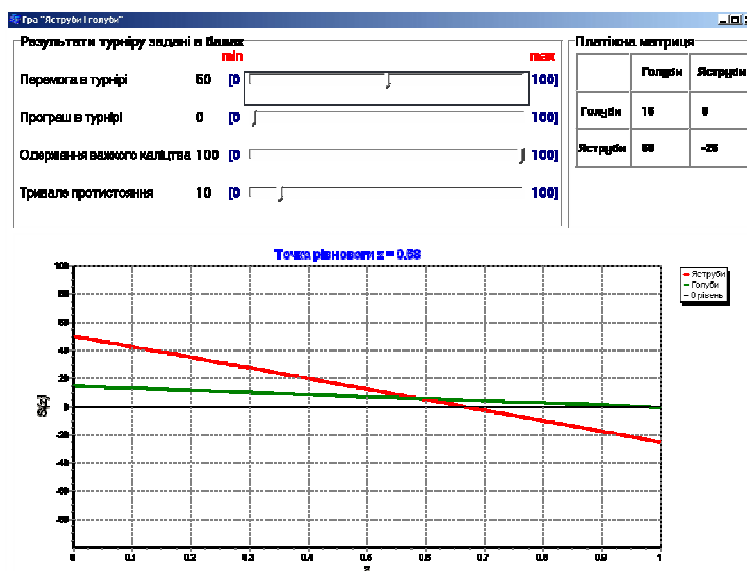


Рисунок 1 – Інтерфейс ПЗ «Гра «Яструби і голуби»»

З використанням розробленого програмного засобу ПЗ «Гра «Яструби і голуби»» були проведені дослідження характеру залежності значень платіжної матриці від вхідних даних результату турніру.

На рисунках 2 – 5 представлені результати обчислювальних експериментів по визначенню впливу параметрів моделі гри «Яструби і голуби» на результат матричної гри.

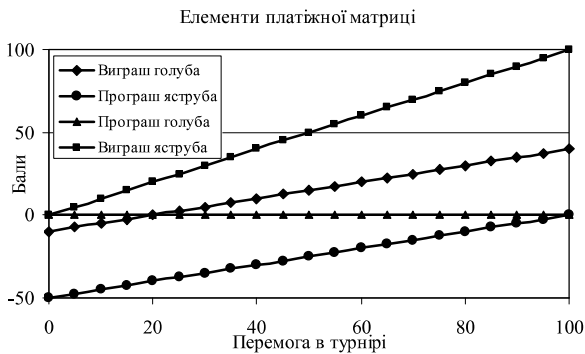


Рисунок 2 – Залежність елементів платіжної матриці від параметра «Перемога в турнірі»  $V \in (0,100)$ ,  $L = 0$ ,  $W = 100$ ,  $E = 10$

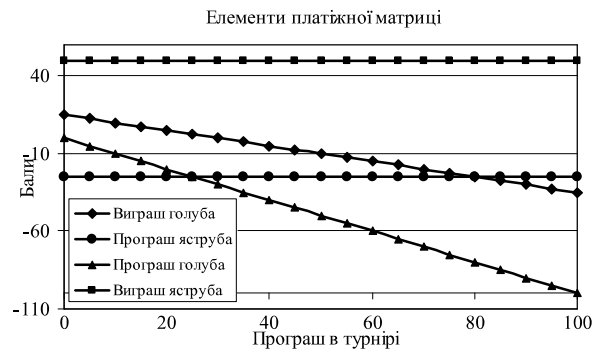


Рисунок 3 – Залежність елементів платіжної матриці від параметра «Програш в турнірі»  $L \in (0,100)$ ,  $V = 50$ ,  $W = 100$ ,  $E = 10$

При збільшенні параметру «Перемога в турнірі» програш «голуба» не змінюється, всі інші параметри збільшуються (рисунок 2). При збільшенні параметру «Програш в турнірі» виграш «яструба» та програш «яструба» не змінюється, інші параметри зменшуються (рисунок 3).

При збільшенні параметру «Одержання важкого каліцтва» програш «яструба» зменшується, інші параметри не змінюються (рисунок 4). При збільшенні параметру «Тривале протистояння» виграш «голуба» зменшується, інші параметри не змінюються (рисунок 5).

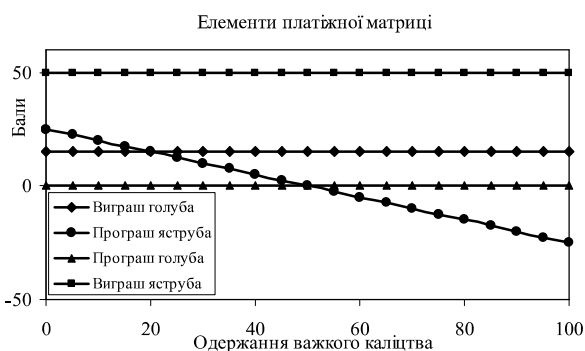


Рисунок 4 – Залежність елементів платіжної матриці від параметра «Одержання важкого каліцтва»  $W \in (0,100)$ ,  $V = 50$ ,  $L = 0$ ,  $E = 10$

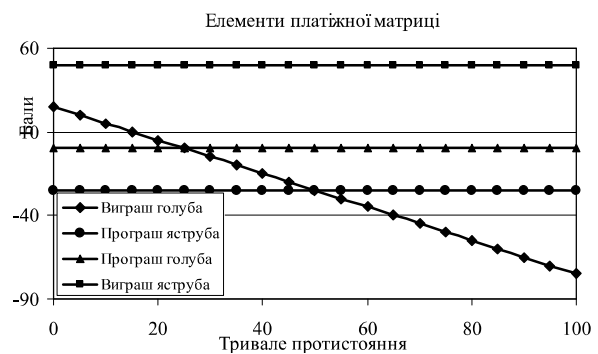


Рисунок 5 – Залежність елементів платіжної матриці від параметра «Тривале протистояння»  $E \in (0,100)$ ,  $V = 50$ ,  $L = 0$ ,  $W = 100$

З використанням ПЗ «Гра «Яструби і голуби»» було проведено серію обчислювальних експериментів по визначенню залежності значення «точки рівноваги» від параметрів матричної гри. Експериментальні дослідження показали наявність групи вхідних значень при яких відсутня точка рівноваги – значення  $z$  приймають значення більші 1 (рисунок 6).

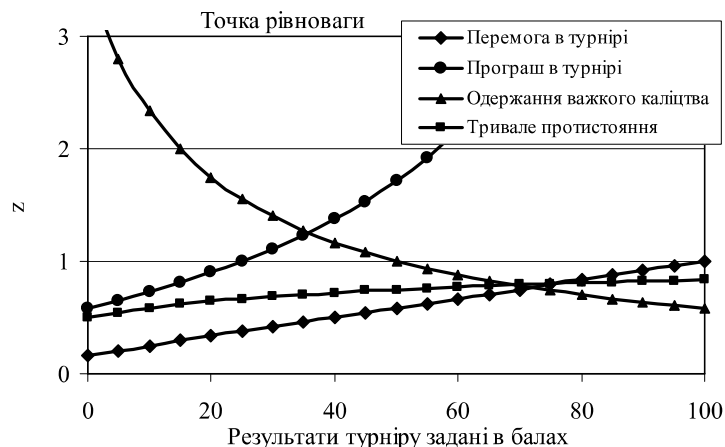


Рисунок 6 – Залежність «Точки рівноваги» від параметрів гри «Голуб та яструб».

$V$  – «Перемога в турнірі»,  $L$  – «Програш в турнірі»,  
 $W$  – «Одержання важкого каліцтва»,  $E$  – «Тривале протистояння»

На рисунку 7 показаний характер впливу вхідних параметрів ігрової моделі «Голуб і яструб» на елементи платіжної матриці.

	Виграш голуба	Програш яструба	Програш голуба	Виграш яструба
Перемога в турнірі $V \uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	<i>const</i>	$\uparrow$
Програш в турнірі $L \uparrow$	$\downarrow$	<i>const</i>	$\downarrow$	<i>const</i>
Одержання важкого каліцтва $W \uparrow$	<i>const</i>	$\downarrow$	<i>const</i>	<i>const</i>
Тривале протистояння $E \uparrow$	$\downarrow$	<i>const</i>	<i>const</i>	<i>const</i>

Рисунок 7 – Вплив параметрів ігрової моделі на елементи платіжної матриці

В процесі розробки спеціалізованого програмного засобу для дослідження матричної гри у змішаних стратегіях «Яструби і голуби» було розглянуто формальний та математичний опис гри «Яструби і голуби», яка відноситься до математичних моделей, що описують стратегічну поведінку мультиагентної системи. Коротко описа-

ний процес розробки програмного засобу для моделювання та дослідження матричної гри у змішаних стратегіях «Яструби і голуби». Наведені результати дослідження імітаційної ігрової моделі «Яструби і голуби», показаний характер впливу параметрів ігрової моделі на елементи платіжної матриці, яка визначає виграш.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Джон Э. Ханк, Артур Дж. Райтс, Дин У. Уичерн Бизнес-прогнозирование. - М.: Изд. дом "Вильямс", 2003.
2. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений.-С-Пб.: Наука, 2005.
3. Справочник по математике для экономистов под ред. Ермакова В.И. – М: Высшая школа, 1987.
4. Хемди А. Таха Введение в исследование операций. - М.: Изд. дом "Вильямс", 2005.
5. Жигульский В. Е., Рудзейт О. Ю. Создание и использование программы для статистического анализа сведенных задач теории игр в экономической интерпретации к задачам линейного программирования // Молодой ученый. – 2018 - №14. - С. 14-18.