УДК 531.3

В.Г. Зайцев

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ГЕНЕСИО-ТЕСИ

Аннотация. Рассматриваются вопросы, связанные с использованием синергетической теории управления, рекуррентного анализа при решении задач управления хаотической динамической системы типа Генесио-Теси.

Ключевые слова: синергетический регулятор, хаотический аттрактор, рекуррентная диаграмма, показатели Ляпунова.

Введение

Наверное, интерес к исследованию хаотических систем не утихнет никогда. И если первоначально этот интерес сводился преимущественно к выявлению и анализу свойств хаотических систем, то в настоящее время, разнообразные системы нашли широкое инженерное применение, базирующееся на использовании их хаотических управляемых свойств. Отметим множество публикаций по использованию современных методов теории управления для решения различных задач управления хаотическими системами с разнообразными странными аттракторами [1 – 4].

В данной работе рассмотрим применение предложенного подхода интегральной адаптации [8] к решению задачи синтеза управления системой с хаотическим аттрактором Генесио-Теси [11].

Эта система описывается уравнениями вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = -cx_1(t) - bx_2(t) - ax_3(t) + mx_1^2(t), \end{cases} \tag{1}$$

здесь $X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ – вектор состояния; a, b, c, m – положительные константы, при этом ab<c. Система (1), при значениях констант a=1.2, b=2.92, c=6 и m=1 является хаотической, ее фазовый портрет представлен ниже на рис.1.

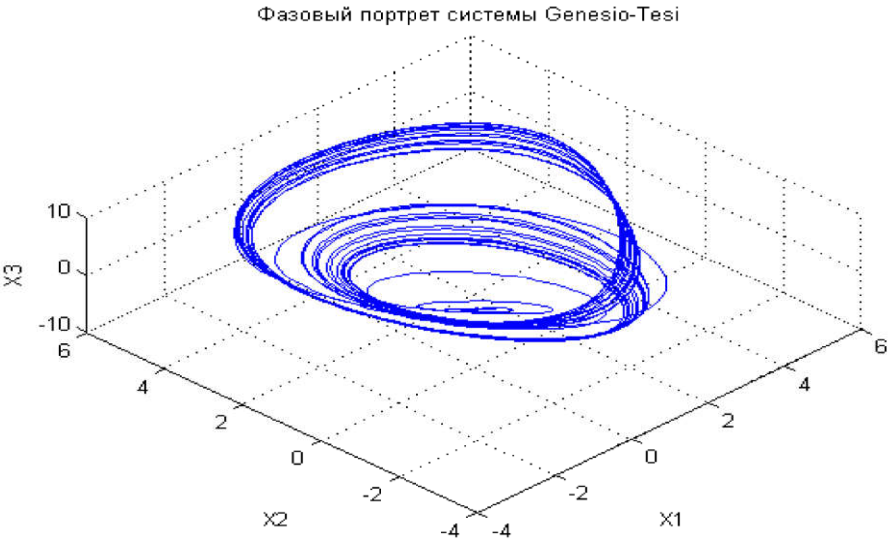


Рисунок 1 - Фазовый аттрактор системы (1)

Ниже, на рис.2. представлены графики поведения переменных состояния системы (1), а на рис.3. - графики поведения системы (2) с учетом параметрической неопределенности системы и неизмеряемого внешнего возмущения, о которых речь будет идти далее.

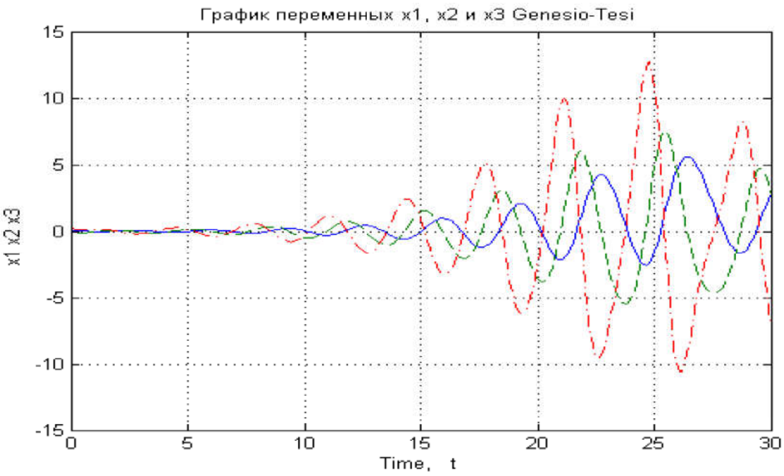


Рисунок 2 - Поведение переменных состояния x1, x2 и x3 системы (1)

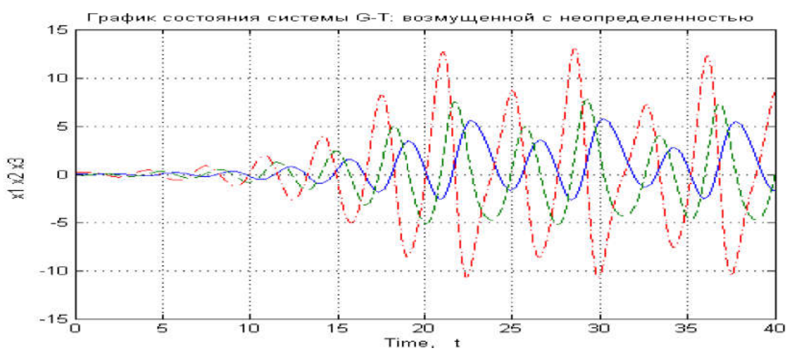


Рисунок 3 - Поведение переменных состояния x1, x2 и x3 системы (2)

Далее методами нелинейной динамики и рекуррентного анализа, используя crptools и matds, были получены и представлены ниже следующие значения параметров, графики и диаграммы для системы Генесио-Теси.

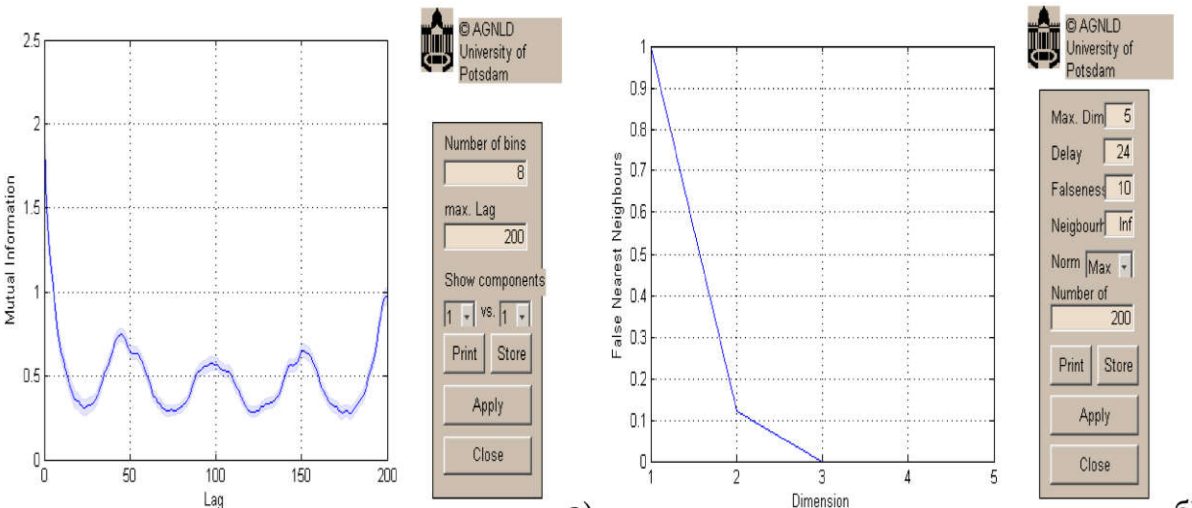


Рисунок 4 - Расчет для системы (1) а) параметров задержки (tay=24) и б) размерности вложения (m =3)

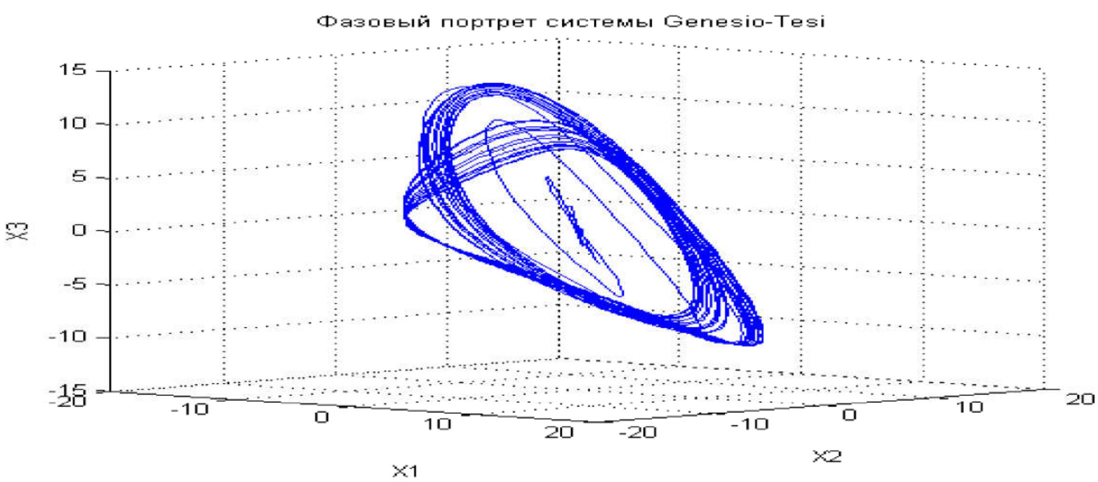


Рисунок 5 - Реконструированный фазовый портрет системы по x1 с параметром задержки tay=24 и размерностью вложения m =3

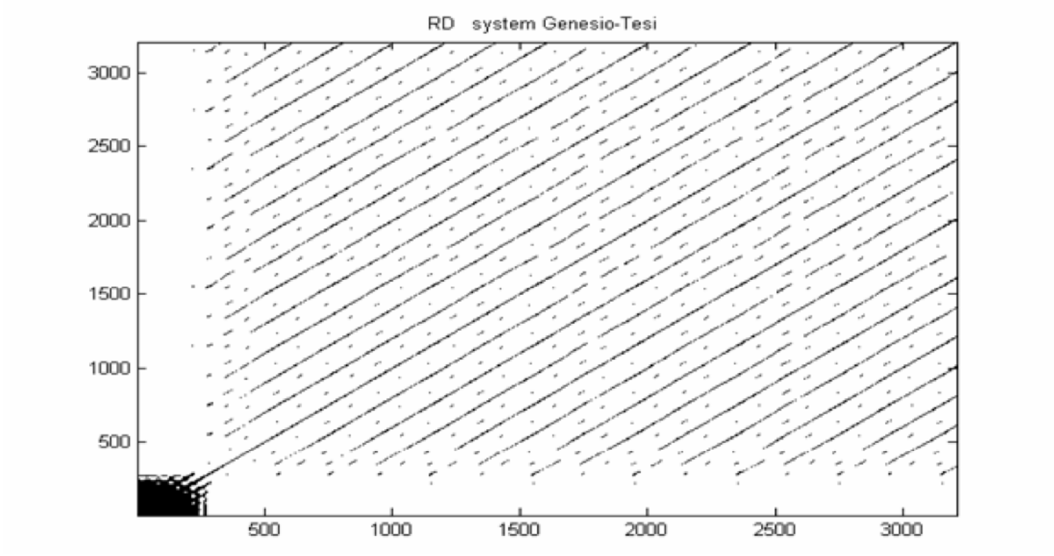


Рисунок 6 - Рекуррентная диаграмма системы Генесио-Теси с параметром задержки tay=24 и размерностью вложения m =3

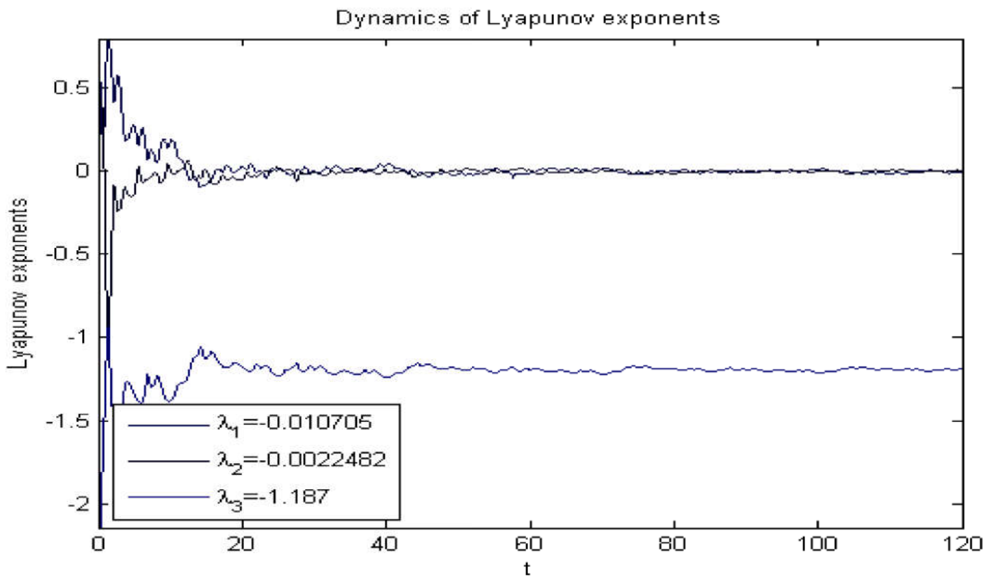


Рисунок 7 - Значения показателей Ляпунова системы Генесио-Теси

Отметим, что полученные результаты базируются на методе вложения. Метод вложения используется, в основном, тогда, когда пространство вложения имеет небольшую размерность (не выше, чем 5 – 6). Математическое обоснование этого метода было дано Такенсом в его знаменитой работе [13]. Он доказал, что при достаточно общих условиях поведение динамической системы может быть реконструировано с помощью временного ряда в том смысле, что можно установить взаимно однозначное соответствие между реконструированной и исходной неизвестной динамической системой.

Основываясь на этой реконструкции, некоторые важные качественные характеристики исследуемой системы (такие как детерминизм, стохастичность, степень чувствительности к изменению начальных данных, ламинарность, энтропия и т.д.) могут быть оценены.

Вторым математическим обоснованием метода вложения является теорема Пуанкаре о возвращении [14], которая говорит о том, что траектория любой диссипативной динамической системы через некоторое время после начала движения будет проходить сколько угодно близко от точки старта.

Принцип интегральной адаптации

Для нелинейного управления техническими системами основным подходом является синергетическая теория управления (СТУ) [5, 6]. Она находит широкое применение в различных областях современной техники – в энергетике, электромеханике, авиации и т.д. Применительно к проблеме синтеза нелинейных законов управления сложными техническими объектами, особенности СТУ состоят, во-первых, в принципиальном изменении целей поведения синтезируемых систем; во-вторых, в непосредственном учете естественных свойств нелинейных объектов; в-третьих, в формировании аналитического механизма генерации обратных связей, т.е. законов управления. Как известно в СТУ имеются два способа обеспечения адаптивности нелинейной системы к внешним и параметрическим возмущениям. Первый способ – это использование принципа интегральной адаптации СТУ [6 – 8], который заключается во введении в закон управления нелинейных интеграторов, компенсирующих возмущения без их оперативной оценки. При этом необходима минимальная информация о возмущении – его класс (кусочно-постоянное, полиномиальное, гармоническое и т.д.), который можно представить динамической моделью в виде системы дифференциальных уравнений. В этом случае построение систем управления, опирающихся на принцип интегральной адаптации, не требует синтеза наблюдателей состояния и возмущений и, соответственно, оперативной оценки этих возмущений. Второй способ – построение нелинейных наблюдателей параметрических и/или внешних возмущений [5,6,11]. В этом случае синтезируемые нелинейные законы управления дополняются подсистемой наблюдения, осуществляющей динамическую оценку неизмеряемых возмущений и их компенсацию. Необходимо также отметить, что на основе наблюдателей в СТУ можно построить и такие наблюдатели, которые динамически идентифицируют неизмеряемые переменные состояния объекта по измеряемым переменным состояния и номинальным параметрам. Оба способа достаточно

 ISSN 1562-9945

формализованы и опираются на метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) СТУ [5, 6].

Используем первый подход для решения задачи синтеза управления системой Генесио-Теси.

Из закрытой системы (1), формируем открытую, возмущенную систему, с неопределенностью и управлением вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = -cx_1(t) - bx_2(t) - ax_3(t) + mx_1^2(t) + \Delta f + d(t) + u, \end{cases} \tag{2}$$

где $\Delta f -$ параметрическая неопределенность хаотической системы (1); $d(t) -$ неизмеряемое внешнее возмущение; $u -$ управление.

В общем случае возмущения системы (2) будем считать ограниченными [11]: $|\Delta f| \le \alpha, \quad |d(t)| \le \beta$, где $\alpha, \beta -$ положительные константы.

Тогда задача синтеза управления системой (2) состоит в обеспечении нулевого значения вектора ошибки:

$$\lim_{t\to\infty} \|E(t)\| = \lim_{t\to\infty} \|X(t) - X_d(t)\| = 0,$$

где $X_d(t) = [x_d(t), \dot{x}_d(t), \ddot{x}_d(t)] -$ желаемый вектор состояния.

Рассмотрим построение нелинейного закона управления $u = u(x, z)$ для системы (2), который обеспечивает компенсацию параметрического и внешнего возмущения при $x_d(t) = 0$.

Используя метод АКАР, формируем расширенную модель для синтеза закона управления. Для этого согласно [6], строим динамическую модель возмущений вида

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t), \\ \dot{z}_3(t) = x_3(t) + \gamma_1 x_2 + \gamma_2 x_1, \end{cases} \tag{3}$$

где $\gamma_1, \gamma_2 -$ постоянные коэффициенты.

Объединяя системы (2) и (3), получаем расширенную систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = -cx_1(t) - bx_2(t) - ax_3(t) + mx_1^2(t) + \Delta f + d(t) + u, \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t), \\ \dot{z}_3(t) = x_3 + \gamma_1 x_2(t) + \gamma_2 x_1. \end{cases} \quad (4)$$

Далее, согласно методу АКАР, введем макропеременную вида

$$\psi = x_3 + \gamma_1 x_2 + \gamma_2 x_1 + \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3, \quad (5)$$

где $\beta_i -$ постоянные коэффициенты.

Используя основное функциональное уравнение метода АКАР

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0, \quad (6)$$

совместно с расширенной системой (4) и соотношением (5), определяем закон управления

$$T(\dot{x}_3 + \gamma_1\dot{x}_2 + \gamma_2\dot{x}_1 + \beta_1\dot{z}_1 + \beta_2\dot{z}_2 + \beta_3\dot{z}_3) + \psi = -cx_1 - bx_2 - ax_3 + mx_1^2 + z_1 + u + \gamma_1 x_3 +$$
$$+ \gamma_2 x_2 + \beta_1 z_2 + \beta_2 z_3 + \beta_3(x_3 + \gamma_1 x_2 + \gamma_2 x_1) + \frac{1}{T}(x_3 + \gamma_1 x_2 + \gamma_2 x_1 + \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3) = 0.$$

Откуда легко получить, что

$$u(X, z) = -\gamma_1 x_3 - \gamma_2 x_2 - \beta_1 z_2 - \beta_2 z_3 - \beta_3(x_3 + \gamma_1 x_2 + \gamma_2 x_1) - \frac{1}{T}(x_3 +$$
$$+ \gamma_1 x_2 + \gamma_2 x_1 + \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3) + cx_1 + bx_2 + ax_3 - mx_1^2 - z_1. \quad (7)$$

Отметим, что (6) представляет собой асимптотически устойчивое решение согласно [5], если $T > 0$.

При попадании в окрестность многообразия $\psi = 0,$, динамика расширенной системы (4) будет описывать следующей декомпозированной системой:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2, \\ \dot{x}_2(t) = -\gamma_2 x_1 - \gamma_1 x_2 - \beta_1 z_1 - \beta_2 z_2 - \beta_3 z_3, \\ \dot{z}_1(t) = z_2, \\ \dot{z}_2(t) = z_3, \\ \dot{z}_3(t) = -\beta_1 z_1 - \beta_2 z_2 - \beta_3 z_3. \end{cases} \quad (8)$$

Далее, определим неизвестные коэффициенты системы (8), которые обеспечивают ее устойчивость. Для этого используем метод модального управления.

Выпишем матрицу А правой части линейной системы (8), имеем

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_2 & -\gamma_1 & -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы матрица A была устойчивой, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\beta_j > 0, \beta_2 * \beta_3 > \beta_1, \quad \gamma_i > 0, \quad i = 1,2; \quad j = 1,2,3. \tag{9}$$

Итак, выбор параметра $T > 0$ и коэффициентов γ_i, β_j согласно (9) обеспечивает асимптотическую устойчивость системы (4) с синтезированным законом управления (7).

Рассмотрим численное решение объекта моделирования (2) с синтезированным законом управления (7) при неизмеряемых возмущениях согласно [11]:

$$\Delta f = 0.5 * \sin(\pi x_1)\sin(2\pi x_2)\sin(3\pi x_3); \qquad d(t) = 0.2\cos(t).$$

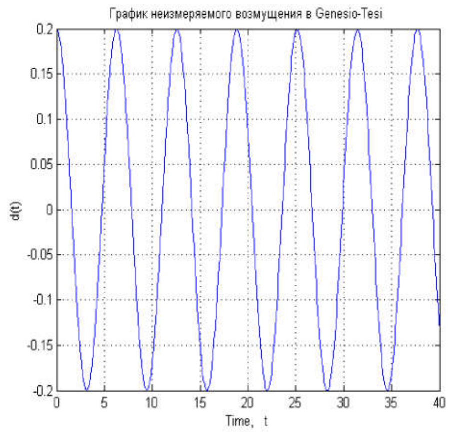
Параметры объекта выбраны: $a = 1.2; \quad b = 2.92; \quad c = 6; \quad m = 1.$

Параметры закона управления: $T = 1.0; \quad \beta_1 = 2.0; \quad \beta_2 = 2.3;$

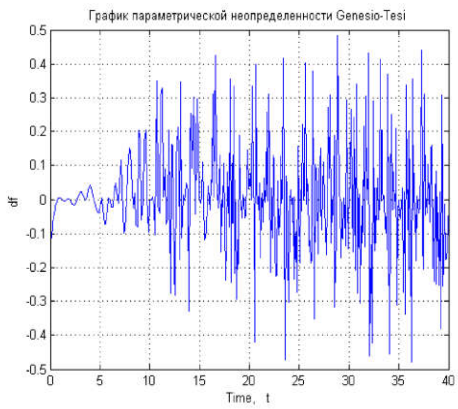
$\beta_3 = 3.0; \quad \gamma_1 = 2; \quad \gamma_2 = 3.2.$

При моделировании объекта до момента $t = 5c$ система неуправляема, т.е. $u = 0$.

Полученные результаты приведены ниже.



а)



б)

Рисунок 8 - На этих графиках: а) $d(t) -$ неизмеряемое внешнее возмущение; б) $\Delta f -$ параметрическая неопределенность хаотической системы (1)

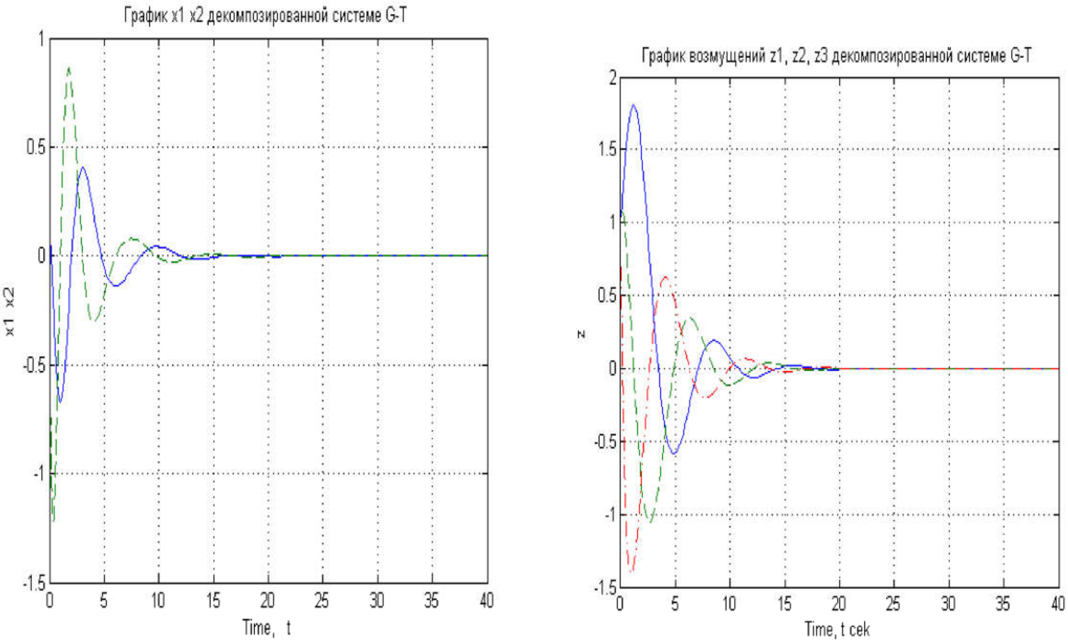


Рисунок 9 - Поведение декомпозированной системы (8): x1, x2, z1,z2,z3

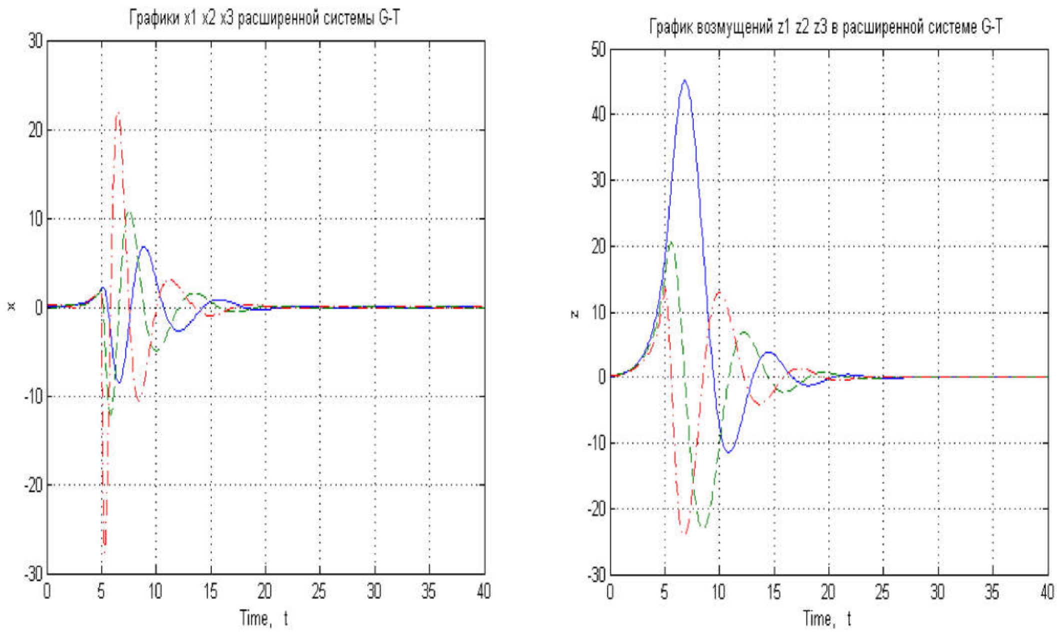


Рисунок 10 - Поведение расширенной системы (4): x1, x2, x3, z1,z2,z3

ISSN 1562-9945

Рисунок 11 - Поведение функции макропеременной системы $\psi = 0$

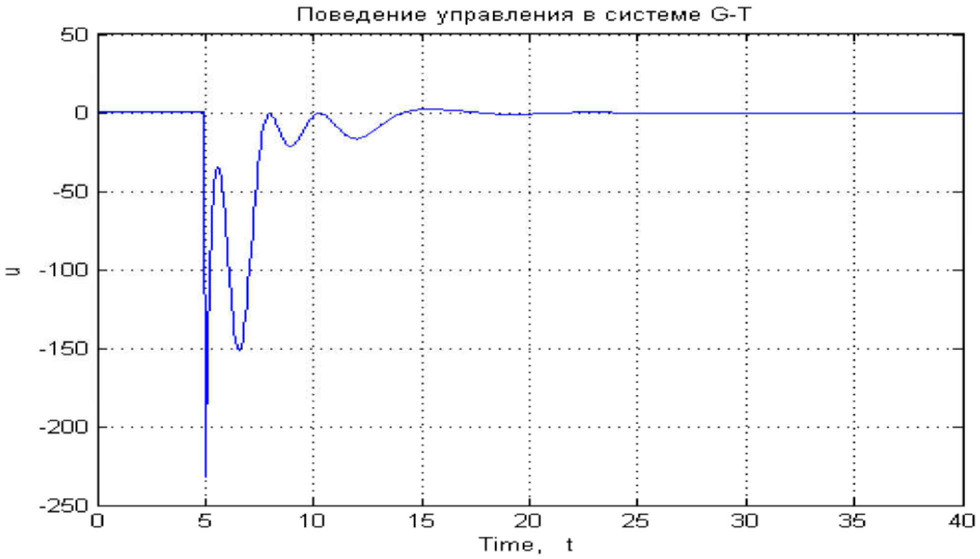


Рисунок 12 - График поведения синтезированного регулятора u(x,z)

3. Заключение и краткий анализ результатов

В настоящей работе была сделана попытка оценить возможности использования принципа интегральной адаптации для построения синергетических регуляторов на примере хаотической системы Генесио-Теси. Численная реализация данного подхода показала его работоспособность и эффективность построенного регулятора. Кроме того, были приведены результаты исследования данной системы методами нелинейной динамики и рекуррентного анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ott E., Grebogi C., Yorke J.A. Controlling chaos // Phys. Lett. A. – 1990. – Vol. 64. – P. 1196-1199.

2. Fradkov A.L., Evans R.J. Control of chaos: methods and applications in engineering // Ann. Rev.Control. – 2005. – Vol. 29. – P. 33-56.

2. Fradkov A.L., Pogromsky A.Yu. Introduction to control of oscillations and chaos. – Singapore: World Scientific, 1998.

4. Dadras S., Momeni H.R. Control uncertain Genesio–Tesi chaotic system: Adaptive sliding mode approach // Chaos, Solitons and Fractals. – 2009. – Vol. 42. – P. 3140-3146.

5. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.

6. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. – Изд. 2-е. – М.: Либроком, 2012.

7. Кузьменко А.А. Нелинейный синтез закона адаптивного управления частотой вращения гидротурбины: интегральная адаптация // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2015. –№ 1-2. – С. 85-94.

8. Кузьменко А.А., Синицын А.С., Колесниченко Д.А. Принцип интегральной адаптации в задаче адаптивного управления системой «гидротурбина – синхронный генератор» // Системы управления и информационные технологии. – 2014. – Т. 56, № 2.1. – С. 146-150.

9. Кузьменко А.А., Попов А.Н., Радионов И.А. Нелинейное робастное управление возбуждением синхронного генератора: синергетическая система с переменной структурой// Информатика и системы управления. – 2014. – №3(41). – С. 130-139.

10. Колесников А.А., Колесников Ал.А., Кузьменко А.А. Метод АКАР и теория адаптивного управления в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2017. – Т. 18, №9. – С. 579-589.

11. Dadras S., Momeni H.R. Control uncertain Genesio–Tesi chaotic system: Adaptive sliding mode approach // Chaos, Solitons and Fractals. – 2009. – Vol. 42. – P. 3140-3146.

12. Кузьменко А.А. Интегральная адаптация высокого порядка в задачах синтеза нелинейных систем управления. // Информатика и системы управления. – 2018. - №1(55). – С. 142 – 153.

13. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence [Text]/ F.Takens // Lecture Notes in Mathematics : - Berlin: Springer. – 1981. – 898. – P. 366 – 381.

14. Poincare H. Sur la probleme des trois corps et les equations de la dynamique [Text] / H. Poincare // Acta Mathematica. – 1890. – 13. – P. 1 – 270.

REFERENCES

1. Ott E., Grebogi C., Yorke J.A. Controlling chaos // Phys. Lett. A. - 1990. - Vol. 64. - P. 1196-1199.

2. Fradkov A.L., Evans R.J. Control of chaos: methods and applications in engineering // Ann. Rev.Control. - 2005. - Vol. 29. - p. 33-56.

2. Fradkov A.L., Pogromsky A.Yu. Control of oscillations and chaos. - Singapore: World Scientific, 1998.

4. Dadras S., Momeni H.R. Control uncertain Genesio – Tesi chaotic system: Adaptive sliding mode approach // Chaos, Solitons and Fractals. - 2009. - Vol. 42. - P. 3140-3146.

5. Kolesnikov A.A. Synergetic control theory. - M .: Energoatomizdat, 1994.

6. Kolesnikov A.A. Synergetic methods of control of complex systems: a theory of system synthesis. - Ed. 2nd - M .: Librokom, 2012.

7. Kuzmenko A.A. Nonlinear synthesis of the law of adaptive control of the frequency of rotation of a hydraulic turbine: integral adaptation // Izvestiya vuzov. Power problems - 2015. –№ 1-2. - p. 85-94.

8. Kuzmenko A.A., Sinitsyn A.S., Kolesnichenko D.A. The principle of integral adaptation in the problem of adaptive control of the system "hydro-turbine - synchronous generator" // Control systems and information technologies. - 2014. - Vol. 56, No. 2.1. - p. 146-150.

9. Kuzmenko A.A., Popov A.N., Radionov I.A. Nonlinear robust control of excitation of a synchronous generator: a synergistic system with a variable structure // Information science and control systems. - 2014. - №3 (41). - pp. 130-139.

10. Kolesnikov A.A., Kolesnikov Al.A., Kuzmenko A.A. The AKAR method and the theory of adaptive control in problems of the synthesis of nonlinear control systems // Mechatronics, automation, control. - 2017. - V. 18, №9. - pp. 579-589.

11. Dadras S., Momeni H.R. Control uncertain Genesio – Tesi chaotic system: Adaptive sliding mode approach // Chaos, Solitons and Fractals. - 2009. - Vol. 42. - P. 3140-3146.

12. Kuzmenko A.A. Integral adaptation of high order in the problems of the synthesis of non-linear control systems. // Computer science and control systems. - 2018. - №1 (55). - C. 142 - 153.

13. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence [Text] / F.Takens // Lecture Notes in Mathematics: - Berlin: Springer. - 1981. - 898. - p. 366 - 381.

14. Poincare H. Sur la ha ha ha ha obis corps et al. [Text] / H. Poincare // Acta Mathematica. - 1890. - 13. - P. 1 - 270.