

УДК 37.03:378

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ У МАТЕРІАЛАХ, ЩО НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ЗАКОНУ ГУКА

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В МЕРЕРИАЛЕ, ЧТО НЕ ОТВЕЧАЮТ ЗАКОНУ ГУКА

METHOD OF DETERMINING STRESSES IN MATERIALS THAT VIOLATES HOOKE.

Млинарська О.О., Куц Ю.В. (Луцький національний технічний університет, м. Луцьк)

Млинарська О.О., Куц Ю.В. (Луцкий национальный технический университет, г. Луцк)

Mlinarska O.O., Kuts Y.V. (Lutsk national technical university, Lutsk)

У статті розглянуто алгоритм визначення напружень у матеріалах, що не деформуються за законом Гука. При розрахунках враховувалося, що гіпотеза плоских перерізів не порушується. Описана методика ґрунтується на аналітичних залежностях та експериментальних дослідженнях.

В статье рассмотрен алгоритм определения напряжений в материалах, что не деформируются по закону Гука. При расчетах учитывалось, что гипотеза плоских сечений не нарушается. Описанная методика основывается на аналитических зависимостях и экспериментальных исследованиях.

In the article the algorithm of determination of stresses in the material that is deformed by the law of Hooke. When calculating taken into account that the hypothesis of plane sections is not broken. The described method is based on the analytical dependences and experimental studies.

У зв'язку із зростанням собівартості та вичерпності таких природних матеріалів як дерево, залізо та ін., у будівництві широкого застосування набули пластмасові та пластикові деталі.

Пластична маса – це штучно створений матеріал на основі синтетичних або природних полімерів [1]. Пластмаси формують при підвищеній температурі, проте вони мають високу пластичність. Сировиною для отримання полімерів є продукти переробки нафти, природного газу,

кам'яного вугілля, сланців. Молекулярна структура поліпропілену має вигляд, показаний на рис. 1.

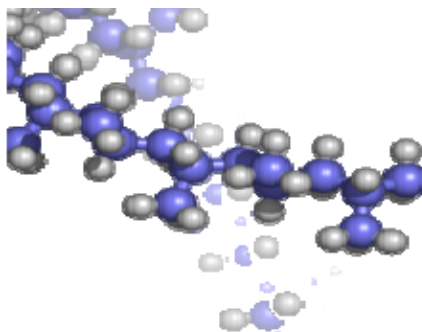


Рис. 1. Ланцюжки молекул поліпропілену

Поширене використання пластмас та виробів з них пояснюється їх малою густиною, що значно зменшує масу деталей, високою корозійною стійкістю, широким діапазоном властивостей. Хороші антифрикційні характеристики багатьох пластмас дають можливість їх застосування для виготовлення елементів сантехнічних систем.

Важливою перевагою пластмас є можливість їх переробки у виробі з коефіцієнтом використання матеріалу 0,9-0,95. Виготовлення таких деталей здійснюється литтям, видавлюванням тощо (рис.2).



Рис. 2. Предмети виготовлені з пластмаси

У той же час пластмаси мають і деякі недоліки: невисоку міцність, твердість та жорсткість, велику повзучість, особливо у термопластів, низьку теплостійкість (більшість пластмас має робочу температуру не вище 200 °С і лише деякі можуть працювати при 300-400 °С), низьку теплопровідність (в 500-600 разів меншу, ніж у металів), здатність старіти (втрачають властивості під впливом теплоти, світла, води та інших факторів).

При старінні відбувається зменшення еластичності, тобто здатності матеріалу до великих зворотних деформацій.

Більшість полімерів перебуває в аморфному (склоподібному) стані. Такі полімери називають смолами [1]. В пластмасах може бути присутньою певна кількість кристалічної фази, яка підвищує міцність, жорсткість і теплостійкість полімеру. У виробництві пластмас використовують в основному синтетичні смоли.

Для визначення механічних характеристик поліпропіленів слід враховувати, що їх деформації не відповідають закону Гука. Тому при дослідженні слід використовувати спеціальні методи опору матеріалів пф теорії пружності.

Основний вид деформацій, що зазнають елементи сантехнічних систем є деформації згину. Ці елементи конструкцій можна розглядати як балки.

Для визначення механічних характеристик проводять практичні дослідження деформацій зразків за допомогою розривних машин чи пресів.

При вивченні питання про згин балок, матеріал яких не деформується за законом Гука, або при згині за межею пружності, враховується умова, що в такому випадку, так само як і при згині в пружній стадії, справедлива гіпотеза плоских перерізів [2]. Досліди достатньо добре підтверджують можливість застосування цієї гіпотези, показуючи, що і в цьому випадку, як і для чистого згину, кільцеві поперечні перерізи залишаються кільцевими та нормальними до осі балки (рис.3).

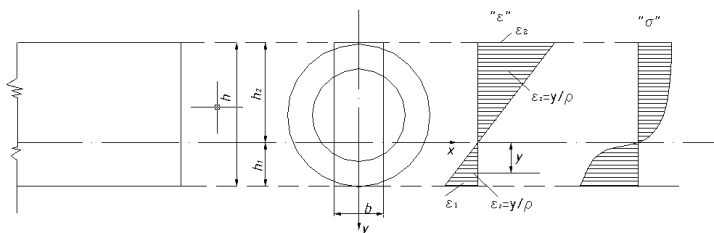


Рис. 3. Розподіл напружень та деформацій при згині

Отже, аналогічно до пружного згине, розтяг і стиск в окремих волокнах змінюються пропорційно їх відстані до нейтральної осі. Для волокон, віддалених від осі на відстань y , видовження виражається на основі відомої у теорії згину залежності [2]:

$$\epsilon_z = -\frac{y}{\rho}, \quad (1)$$

тут ρ – радіус кривизни.

Розглянемо випадок згину балки кільцевого поперечного перерізу. На рис.3 показані епюри деформацій ϵ_z та нормальних напружень σ . Епюра

відносної деформації ε_z , що визначається залежністю (1), аналогічна до пружного згину, епюра ж напружень σ , внаслідок відсутності прямої пропорційності між напруженнями та деформаціями, має нелінійний характер, що залежить від виду діаграми напружень σ - ε (рис. 5, 6).

Припустивши, що волокна не тиснуть одне на одне, можна робити висновки, що матеріал балки буде перебувати в стані простого розтягу і стиску, тобто, що діаграма $\sigma_z = f(\varepsilon_z)$ збігається з діаграмою розтягу або стиску $\sigma_z = f(e_i)$.

Такий результат можна отримати, розглядаючи залежності між компонентами напружень і деформацій, що заміняють закону Гука як у пружній, так і в пластичній областях [2]:

$$\sigma_z = f(\varepsilon_z); \sigma_x = \sigma_y = 0; \varepsilon_x = \varepsilon_y = -\mu\varepsilon_z; \\ \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0,$$

де μ – коефіцієнт Пуассона, γ – кутова деформація. Тому можна записати:

$$\sigma_z - \sigma = \frac{2\sigma_i}{3e_i}(\varepsilon_z - e),$$

причому

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_z}{3},$$

$$e = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{3} = \frac{\varepsilon_\varepsilon(1 - 2\mu)}{3}, \quad (2)$$

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{2(\varepsilon_z^2 + 2\mu\varepsilon_z^2 + \varepsilon_z^2)} = \frac{2}{3} \varepsilon_z(1 + \mu).$$

Підставляючи записані залежності у представлення (2), отримаємо

$$\frac{2}{3} \sigma_z = \frac{2}{3} \frac{f(e_i)}{\frac{2}{3} \varepsilon(1 + \mu)} \left[\varepsilon_z - \frac{1}{3} \varepsilon_z(1 - 2\mu) \right].$$

Звідки

$$\sigma_z = f(\varepsilon_z) = f(e_i).$$

Для визначення напружень і кривизни балки запишемо рівняння рівноваги для двох суміжних перерізів елемента (рис. 4):

$$\sum Z = \int_F \sigma_z dF = 0, \quad (3)$$

$$\sum M = -\int_F \sigma_z y dF. \quad (4)$$

Перша умова визначає положення нейтральної осі балки, яка при матеріалах, що по-різному розтягуються і стискаються, не проходить через центр ваги перерізу; друга умова визначає радіус кривизни ρ .

Знаючи величину радіуса кривизни і положення нейтральної осі, можна обчислити відповідну деформацію ε_z і знайти нормальні напруження, використовуючи діаграмами розтягу та стиску.

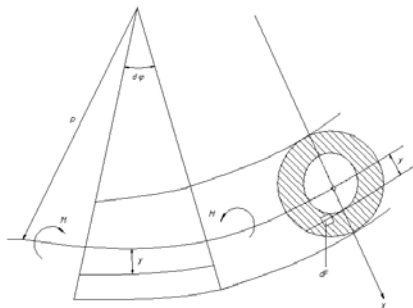


Рис. 4. Рівновага елемента балки

З залежності (1) отримаємо: $y = -\varepsilon_z \rho$; отже, $dy = -\rho d\varepsilon_z$ і $dF = b dy = -b \rho d\varepsilon_z$. Підставляючи вирази для y і dF у рівняння (3) і (4), будемо мати:

$$\int_F \sigma_z dF = b \rho \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \sigma_z d\varepsilon_z = 0, \quad (5)$$

$$-\int_F \sigma_z y dF = b \rho^2 \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \sigma_z \varepsilon_z d\varepsilon_z = M. \quad (6)$$

де $|\varepsilon_1| = h_1/\rho$ – найбільша деформація розтягу в одному з крайніх волокон балки, $|\varepsilon_2| = h_2/\rho$ – найбільша деформація стиску.

Ці інтеграли можна обчислити точно чи наближено тільки у тому випадку, коли відома залежність між σ та ε , тобто відомі діаграми розтягу і стиску матеріалу, отримані на основі експериментальних досліджень (рис. 5, 6). Якщо залежність між σ та ε може бути представлена аналітично, то для простих форм поперечного перерізу розв'язок може бути отримано в багатьох випадках у замкненій формі.

Для багатьох матеріалів залежність між напруженням і деформаціями при розтязі та стиску може бути представлена степеневим законом:

$$\varepsilon_p = k_p \sigma_p^n, \quad \varepsilon_c = k_c \sigma_c^m. \quad (7)$$

де k_c, k_p, m, n – величини, що характеризують фізичні властивості матеріалу.

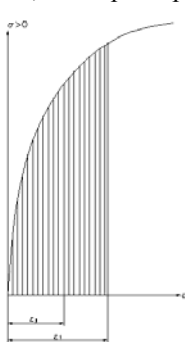


Рис. 5. Діаграма напружень(розтяг)

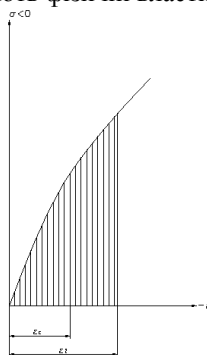


Рис. 6. Діаграма напружень (стиск)

У цьому випадку нормальні напруження визначаються із залежності (7) наступним чином:

$$\sigma_p = \left(\frac{\varepsilon_p}{k_p} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{y}{k_p \rho} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (8)$$

$$\sigma_c = \left(\frac{\varepsilon_c}{k_c} \right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{y}{k_c \rho} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (9)$$

Знаючи залежності (8) і (9) можна, використовуючи рівняння (3) та (4) визначити положення нейтральної осі, величину радіуса кривизни ρ і величини напружень σ_p і σ_c .

Підставляючи (8) в рівняння (3) отримаємо:

$$\int_F \sigma dF = b \left[\int_0^{h_1} \left(\frac{y}{\rho k_p} \right)^{\frac{1}{n}} dy - \int_0^{h_2} \left(\frac{y}{\rho k_c} \right)^{\frac{1}{m}} dy \right] = 0,$$

Після інтегрування отримаємо:

$$\frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{\rho k_p} \right)^{\frac{1}{n}} h_1 - \frac{m}{m+1} \left(\frac{h}{\rho k_c} \right)^{\frac{1}{m}} h_2 = 0. \quad (10)$$

Використавши рівняння (4) при підстановці в нього залежностей (8) і (9), можна записати:

$$\int_F \sigma y dF = b \left[\int_0^{h_1} \left(\frac{y}{\rho k_p} \right)^{\frac{1}{n}} y dy - \int_0^{h_2} \left(\frac{y}{\rho k_c} \right)^{\frac{1}{m}} y dy \right] = M ,$$

Проінтегрувавши, будемо мати:

$$\frac{n}{2n+1} b \left(\frac{h_1}{\rho k_p} \right)^{\frac{1}{n}} h_1^2 - \frac{m}{2m+1} b \left(\frac{h_2}{\rho k_c} \right)^{\frac{1}{m}} h_2^2 = M . \quad (11)$$

З рівнянь (10) і (11), маючи на увазі, що $h_1+h_2=h$ можна знайти величини ρ , h_1 , h_2 та напруження σ_p і σ_c .

Якщо залежність між σ_p і σ_c не може бути представлена в аналітичній формі, то можна перейти до наближеного розв'язку. Для цього діаграму σ - ϵ слід розбити на ділянки та представити криву цієї залежності ломаною лінією (рис.7) На окремих ділянках ламаної діаграми можна вважати лінійну залежність між σ , ϵ , тому інтегрування виразів (3) і (4) не становить труднощів.

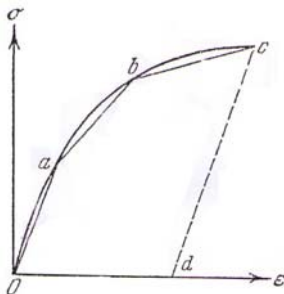


Рис. 7. Розбиття діаграми напружень на лінійні ділянки.

Висновки. У роботі описано методику дослідження напруженого стану матеріалів, що не деформуються за законом Гука. При розрахунках враховувалось, що при деформування балок не порушується гіпотеза плоских перерізів.

1. Богданов В.В. Методы исследования технологических свойств пластмасс. Л., Из-во ЛГУ, 1978. 2. Феодосьев В. И. Соппротивление материалов. — М.: Наука, 1986. — 560 с.