

## **РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ДІЮ ПОПЕРЕЧНОЇ СИЛИ ЗА ПОХИЛОЮ СТИСНУТОЮ СМУГОЮ**

## **BEARING CAPACITY DESIGN OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS TO THE ACTION OF SHEAR FORCE ON THE INCLINED COMPRESSED BAND**

**Довженко О.О., к.т.н., доц., Погрібний В.В., к.т.н., с.н.с.,  
Чурса Ю.В., аспірантка (Полтавський національний технічний  
університет імені Юрія Кондратюка, м. Полтава)**

**Dovzhenko O.A., Ph.D., senior lecturer, Pogribnoy V.V., Ph.D, senior  
researcher, Chursa Yu.V., postgraduate (Poltava National Technical Yuri  
Kondratyuk University, Poltava)**

Запропоновано метод розрахунку залізобетонних елементів за похилою стиснутою смугою на основі теорії пластичності бетону. Оцінена міцність стиснутої пластинки, завантаженої на торцях нормальною і дотичною складовими поперечної сили й обтиснутої з боків. Наведені дані порівняльного аналізу результатів розрахунку.

The design method of reinforced concrete elements on the inclined compressed band proposed. The principle of virtual velocities and discontinuous solutions used. Concrete is considered as a rigid-plastic body. Wherein the plastic deformation a certain direction are considered localized in a thin layer on the failure surface. Other areas of the body are taken rigid. The value of the ultimate load corresponds to the minimum capacity of plastic deformation. The strength of the compressed plate was evaluated. This plate was loaded at the ends of the normal and tangential components of the shear force compressed from the sides. These comparative analysis of the design results with the regulatory methods are given.

Ключові слова: залізобетон, поперечна сила, похила стиснута смуга, несуча здатність, пластичність, зріз

Keywords: reinforced concrete, shear force, inclined compressed band, bearing capacity, plasticity, shear.

Вступ. У практиці будівництва широко розповсюджені залізобетонні конструкції (елементи), що працюють на сприйняття поперечних сил. Тому вдосконалення їх розрахунку та створення більш раціональних конструктивних рішень є актуальним завданням сьогодення.

Аналіз останніх досліджень. Як свідчать результати експериментальних досліджень на біляопорних ділянках залізобетонних конструкцій, які згинаються, спостерігаються три випадки руйнування за похилим перерізом, а саме: від дії згинального моменту; від дії поперечної сили за похилою тріщиною, а також стиснутою смугою, обмеженою похилими тріщинами. Реалізація того чи іншого випадку залежить від відношення величин згинального моменту  $M$  та поперечної сили  $V$ . Перша схема руйнування спостерігається при значному впливі на напружено-деформований стан елемента згинального моменту, друга – при зменшенні відношення  $M/V$  і збільшенні впливу поперечної сили, третя – при домінуванні  $V$  для елементів таврового, двотаврового або коробчастого поперечних перерізів за умови, коли ширина стінки мала порівняно з шириною полиці. Остання схема також характерна для коротких консолей і балок-стінок, завантажених за площадками обмеженої довжини.

Питанню міцності бетонних і залізобетонних елементів за похилими перерізами присвячені наукові праці О.С. Залесова, Ю.А. Климова, В.І. Колчунова, О.І. Корнійчука, Д.В. Кочкарьова, В.П. Митрофанова, D.L. Araujo, S.H. Megally, авторів та інших дослідників [1 – 7].

Існуючі методи розрахунку несучої здатності за похилими перерізами, схеми розподілу зусиль в яких відповідають першим двом випадкам руйнування, достатньо детально розроблені, насамперед, на основі «дискової моделі» [8] та знайшли експериментальне підтвердження. Для оцінювання міцності за похилою стиснутою смугою використовуються як «каркасно-стержнева модель» [8] так і «фермова аналогія». Із введенням у дію ДСТУ Б В.2.6-156:2010 [9] значно підвищився інтерес дослідників до питань міцності похилого стиснутого підкосу як елемента «фермової аналогії», котра запропонована для всіх трьох випадків руйнування, хоча прийнята на її основі розрахункова схема суттєво відрізняється від картини, що спостерігається в дослідах при певних прольотах зрізу.

На наш погляд, для створення обґрунтованої достатньо загальної методики розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами необхідно застосовувати системний підхід, який базується на розгляді напружено-деформованого стану при зрізовій формі руйнування, як такої, що реалізується в стиснутій зоні над небезпечною похилою тріщиною (перший і другий випадок руйнування) та в межах похилої смуги з подальшим роздробленням бетону (третій випадок). При цьому перші дві схеми потрібно об'єднати, так як руйнування в обох випадках є наслідком сумісного впливу  $M$  і  $V$ .

Слід відмітити, що обов'язковою умовою зрізу є наявність інтенсивної направленої деформації хоча б у тонкому шарі на поверхні руйнування. Це вказує на перспективність застосування для оцінювання несучої здатності математичного апарату теорії пластичності бетону та залізобетону [10].

Мета та задачі досліджень – розроблення методу розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів за похилою стиснутою смугою на основі теорії пластичності, отримання теоретично обґрунтованої розрахункової залежності для визначення граничного значення поперечної сили та порівняльний аналіз результатів з даними, отриманими за методиками [8, 9].

Методика досліджень. В основу системного підходу для визначення несучої здатності бетонних і залізобетонних елементів за похилими перерізами покладена механіка твердого деформівного тіла, а саме варіаційний метод у теорії пластичності [3, 11, 12], основоположною складовою котрого слугує кінематичний метод теорії граничної рівноваги [13, 14]. Застосовується принцип віртуальних швидкостей та розривні рішення. Бетон розглядається як жорстко-пластичне тіло. При цьому, пластичні деформації направленої дії вважаються локалізованими у тонкому шарі на поверхні руйнування; інші області тіла приймаються жорсткими. Значення граничного навантаження знаходиться як таке, що відповідає мінімуму потужності пластичної деформації. Вводиться функціонал  $J$ , котрий включає потужність пластичної деформації, локалізованої в тонкому шарі товщиною  $n \rightarrow 0$  на поверхні руйнування, і для плоского напруженого стану має вигляд

$$J = \int_{S_l} \left\{ m \left[ B \sqrt{4\Delta v_n'^2 + \Delta v_t'^2} - \Delta v_n' \right] - F_i v_i' \right\} dS, \quad (1)$$

де  $m = f_c - f_{ct}$  – різниця опорів бетону стиску і розтягу;  
 $B^2 = (1 + f_c f_{ct} / m^2) / 3$ ;  $\Delta v_t$  і  $\Delta v_n$  – стрибки швидкостей в дотичному та нормальному до поверхні руйнування  $S_i$  напрямках (враховується зміна об'єму бетону в граничному стані – дилатансія);  $F_i$  – параметр навантаження;  $v'_i$  – швидкість у напрямку дії навантаження.

Результати досліджень. Для розв'язання зазначених вище завдань застосовується умова міцності бетону Баландіна – Генієва, котра узагальнює теорії Мора та Мізеса – Генки на крихкі матеріали, має простий запис у тензорній формі і задовільну збіжність з експериментальними даними [10]. Для плоского напруженого стану в координатах головних нормальних напружень  $\sigma_1 - \sigma_2$  вона представляє собою еліпс і на певних інтервалах двовісного стиснення та змішаних напружених станів може бути розглянута як умова пластичності. Площини ковзання реально існують при напружених станах, які відповідають ділянкам гіперболічності, котрі обмежується точками максимальних головних напружень стиску і розтягу, що характеризують перехід від зсуву до роздроблення та відриву [10].

Можливість локалізації спрямованої пластичної деформації у тонких шарах бетону на поверхні руйнування (площини ковзання) при зрізі обумовлюється ефективним використанням для сталі, як більш пластичного матеріалу ніж бетон, дискретних і розривних рішень [11, 14], в якості альтернативи розгляду наявних об'ємних областей непружної деформації.

Розв'язується задача міцності обтиснутої з боків бетонної пластинки (рис. 1) одиначної товщини, на торцях якої діють нормальна стискувальна  $\sigma_i$  та дотична  $\tau$  складові навантаження. При цьому обтиснення  $\sigma_j$  моделює вплив поперечного армування. За допомогою варіаційного рівняння  $\delta J = 0$  функціонал  $J$  досліджується на фактичний стан. Для даної задачі, виражаючи параметри  $m$  і  $B$  через  $f_c$  та  $f_{ct}$  і стрибки швидкостей  $\Delta v_n$  і  $\Delta v_t$  через параметри  $k$  та  $tg\gamma$ , при заданому  $ctg\theta = \tau / \sigma_i$  залежність для визначення значень граничних напружень стиску  $\sigma_i$  в пластинці записується так

$$\sigma_i = \frac{t\sqrt{4(k - \operatorname{tg}\gamma)^2 + (1 + k\operatorname{tg}\gamma)^2} - (1 - \chi)(k - \operatorname{tg}\gamma) + k\sigma_j}{\operatorname{tg}\gamma(1 + k\operatorname{ctg}\theta)}, \quad (2)$$

де  $t = \sqrt{(f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2) / 3}$ ;  $\chi = f_{ct} / f_c$ ;  $k = V_i / V_j$  – відношення швидкостей вздовж осей  $i$  та  $j$ ;  $\gamma$  – кут нахилу поверхні руйнування до осі  $i$ .

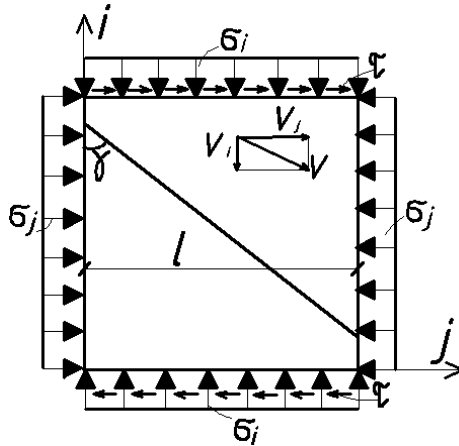


Рис. 1. Кінематично можлива схема руйнування пластинки

Напруження стиску  $\sigma_i$  встановлюється за умови мінімуму потужності пластичної деформації, варіюючи напрямок руху  $k$  одного жорсткого диска відносно іншого та кут нахилу  $\gamma$  поверхні руйнування, що розділяє диски. Для визначення граничного значення зусилля  $V$ , яке сприймає залізобетонний елемент за похилою смугою на біляопорних ділянках, розглядається розрахункова схема, наведена на рис. 2.

Стискувальна сила дорівнює  $N = \sigma_i b l$  ( $b$  – ширина поперечного перерізу,  $l$  – довжина стиснутої похилої смуги). Напруження  $\sigma_i$  визначаються із наведеного вище рішення задачі міцності пластинки. Невідомі геометричні характеристики похилої стиснутої смуги  $\theta$  і  $l$  (рис. 2) приймаються відповідно до

рекомендацій [8, 9]:  $1 \leq \text{ctg}\theta = T/N \leq 2,5$ ;  $l = z \cos \theta$ , тут  $T$  – дотична складова сили  $V$ ,  $z = 0,9d$ ,  $d$  – робоча висота перерізу.

Враховуючи те, що  $V = N / \sin \theta$

$$V = \sigma_i \text{ctg}\theta b z. \quad (3)$$

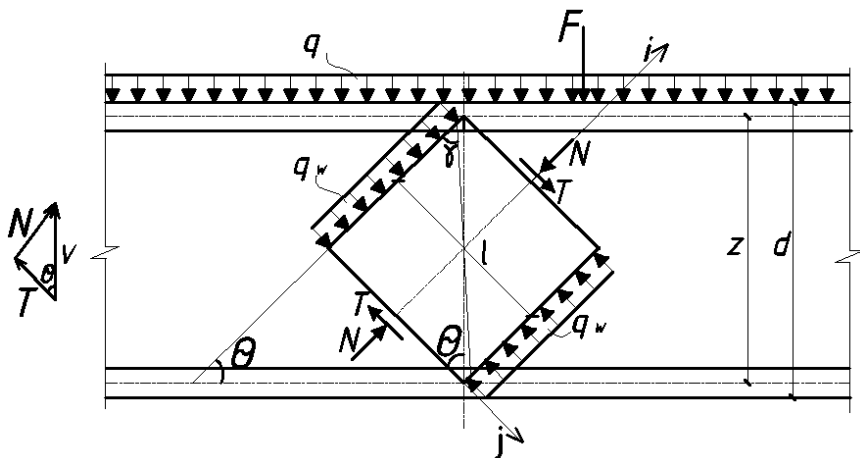


Рис. 2. Розрахункова схема щодо забезпечення міцності залізобетонного елемента за похилою стиснутою смугою.

Для кутів нахилу стиснутої смуги  $\theta$ , котрі знаходяться у вказаному вище інтервалі  $21^{\circ}48' - 45^{\circ}$ , мінімальному значенню  $V$  відповідає кут  $\theta = 45^{\circ}$ .

Стиснута смуга утворюється між двома похилими тріщинами, що обмежують її довжину. Але слід зазначити, що розвиток цих тріщин відбувається з різною інтенсивністю. Тріщина розташована далі від опори зростає більш інтенсивно та для елемента без поперечного армування ймовірно приводить до руйнування. При цьому напруження в стиснутій смузі не досягають граничних значень. За наявності поперечної арматури, котра стримує зростання першої тріщини, набуває розвитку друга тріщина, розташована ближче до опори. Вказане створює можливість досягнення граничного стану бетону в обмеженій смузі. Напруження й інтенсивність обтиснення відповідно дорівнюють:

$\sigma_j = 1,5 f_c \rho_w E_s / E_c$  і  $q_w = \sigma_j b$  ( $\rho_w = A_{sw} / (bs)$ ,  $A_{sw}$  і  $s$  – площа та крок поперечної арматури;  $E_s$  і  $E_c$  – модуль пружності арматури та початковий модуль пружності бетону) та підвищують значення  $\sigma_i$ .

Апроксимуючи теоретичну залежність (2), отримано рівняння, котре може бути рекомендовано для практичного застосування

$$V_{Rd} = (0,3 + \rho_w E_s / E_{cd})(f_{cd} + f_{ctd} / 2) b z, \quad (4)$$

за умови  $\rho_w E_s / E_{cd} \leq 0,05$ .

В результаті оцінювання несуча здатність залізобетонного елемента  $V_{Rd}$  за методиками [8] і [9], а також залежністю (4), використовуючи дані прикладу 13 [15], відповідно становить: 68,3 кН; 49,4 кН; 62,8 кН.

## Висновки

1. Запропоновано метод розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів за похилою стиснутою смугою на основі математичного апарату теорії пластичності бетону.

2. Застосування варіаційного методу для розв'язання задач міцності при зрізі дозволяє враховувати специфіку напруженого стану в зоні руйнування.

3. Отримана залежність для визначення граничного значення навантаження за умови забезпечення міцності за похилою смугою рекомендується для практичного застосування.

1. Корнійчук О.І. Розрахунок несучої здатності похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів згідно нових нормативних документів ДБН В.2.6-98 та ДСТУ Б В.2.6-156 // Ресурсоекономі матеріали, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Вип. 29. – Рівне, 2012. – С. 269 – 274.

2. Кочкар'єв Д.В. Розрахунок похилих перерізів залізобетонних балок методом розрахункових опорів залізобетону // Ресурсоекономі матеріали, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Вип. 29. – Рівне, 2012. – С. 202 – 207.

3. Митрофанов В.П. Теория идеальной пластичности как элементарная механика псевдопластического предельного состояния бетона: основы, ограничения, практические аспекты, совершенствование / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов: научн.-техн. сб. – К.: Техника. – Вып. 72. – 2006. – С. 6 – 26.

4. Довженко О.А. Метод расчета изгибаемых железобетонных элементов на совместное действие поперечной силы и изгибающего момента для обеспечения прочности по наклонной трещине / Довженко О.А., Погребной В.В. // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво) / ДНДІБК. – Вип. 67. – К.: НДІБК, 2007. – С. 283 – 298.

5. Довженко О.О. Про можливість застосування теорії пластичності до розрахунку міцності елементів із високоміцного бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Куриленко // Коммунальное хозяйство городов: Научно-технический сборник. – Вип. 105. – К.: Техніка, 2012. – С. 74 – 82.

6. Araujo D.L. Strength of shear connection in composite bridges with precast decks using high performance concrete and shear-keys / D.L. Araujo, M.K. Debs // Materials and Structures. – 2005. – Vol 38. – № 3. – P. 173 – 181.

7. Megally S.H. Seismic response of sacrificial shear keys in bridge abutments / S.H. Megally, P.F. Silva, F. Seible // Report No. SSR-2001/23, Department of Structural Engineering University of California, San Diego La Jolla, California, 2002. – №5. – P. 198 – 200.

8. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.

9. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції із важкого бетону. Правила проектування / Мінрегіонбуд України. – К., 2011. – 118 с.

10. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.

11. Качанов Л. М. Основы теории пластичности / А. М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.

12. Довженко О.О. До питання визначення межі реалізації зсувної форми руйнування бетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип. № 47. – Ч.1. – Одеса: 2012. – С. 406 – 417.

13. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Стройиздат, 1949. – 280 с.

14. Ржаницын А.Р. Приближенные решения задач теории пластичности / А. Р. Ржаницын // Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности: сб. ст. ЦНИПС – М.: Госстройиздат, 1956. – С. 8 – 65.

15. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелых бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01-84) / ЦНИИпромзданий Госстроя СССР, НИИЖБ Госстроя СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 192 с.