

## **АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ МІЦНОСТІ ТА СТІЙКОСТІ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ МЕТОДОМ СІТОК**

### **THE ALGORITHM FOR CALCULATING PROBLEMS OF STRENGTH AND STABILITY SHELLS OF ROTATION BY THE METHOD OF NETS**

**Пасічник Р.В., к.т.н., доцент (Луцький НТУ, м. Луцьк),  
Ужегов С.О., аспірант (Луцький НТУ, м. Луцьк), Пасічник О.С.,  
к. арх., доцент (Луцький НТУ, м. Луцьк)**

**Pasichnyk R.V., Ph.D., senior lecturer (Lutsk National Technical University, Lutsk),  
Uzhehov S.O., postgraduate (Lutsk National Technical University, Lutsk),  
Pasichnyk R.V., Ph.D., senior lecturer (Lutsk National Technical University, Lutsk)**

У статті описано алгоритм розв'язку задач міцності та стійкості оболонок обертання методом сіток. Розглянуто особливості при визначенні граничних умов.

This article describes an algorithm for calculating problems of strength and stability shells of rotation by the method of nets. The features in determining the boundary conditions. The program of calculation of shells is created by a finite-difference method. In this article presented possible cases of mutual placement of the limit area and written equation, that describes this cases allow to avoid setting of conflicting conditions for points, that lays in the field, which is mutual for both areas.

**Ключові слова:** алгоритм, скінченно-різницевий метод, стійкість, міцність, Оболонки обертання.

**Keywords:** algorithm, finite-difference method, stability, strength, shells of rotation.

Деформації гіперболічних оболонок обертання, за заданих геометричних параметрів, параметрів матеріалу та зовнішніх навантажень, описується системою трьох лінійних диференціальних рівнянь у часткових похідних. Найбільш поширеним методом

розв'язку такого типу задач є метод скінченних різниць. Узагальнений алгоритм розв'язку задачі цим методом показаний на рис. 1.

Особливістю розглядуваної задачі, з погляду розв'язку на ЕОМ, є те, що граничні умови, характер зовнішніх навантажень та параметри сітки (кількість вузлів) наперед не задані і можуть змінюватися. Другою особливістю цієї задачі є те, що на відміну від класичного методу скінченних різниць необхідно розв'язувати не одне диференційне рівняння, а систему таких рівнянь. Вказані особливості приводять до необхідності розробки оригінальних структур даних у цій задачі та оригінальних алгоритмів для блоку вводу початкових даних та блоку формування системи лінійних рівнянь. Виходячи з вказаних особливостей задачі та можливостей сучасних персональних ЕОМ, для її реалізації вибрано мову програмування "Delphi", і при розробці структур даних, алгоритмів роботи, інтерфейсу користувача виходили з можливостей цієї мови програмування.

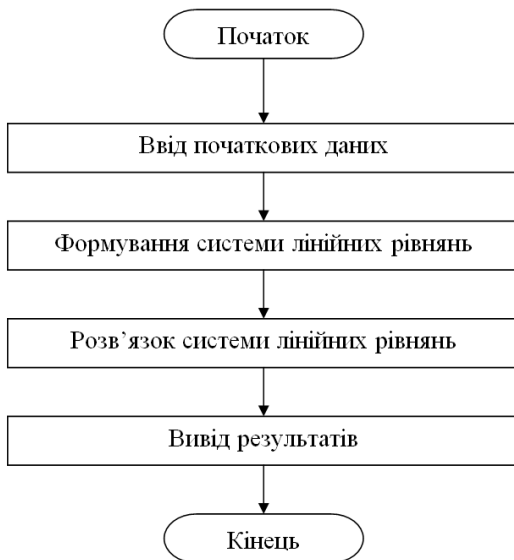


Рис 1. Узагальнена блок-схема алгоритму розв'язку системи диференційних рівнянь методом скінченних різниць.

Особливості при визначенні граничних умов.

При визначенні граничних умов перше, що необхідно враховувати, є те, що ми маємо справу із замкненою оболонкою. І при задаванні значень величин кутів  $\varphi_{max}$  та  $\varphi_{min}$  необхідно враховувати залежність:

$$\varphi_{max} - \varphi_{min} \leq 2\pi.$$

У крайньому випадку, тобто коли  $\varphi_{max} - \varphi_{min} = 2\pi$  (умова замкнутості контуру), точки розміщені на межі  $\varphi_{min}$  фізично співпадуть з точками на межі  $\varphi_{max}$ . У цьому випадку граничні умови, задані по межі  $\varphi_{min}$ , повинні співпадати з граничними умовами, заданими по межі  $\varphi_{max}$ . Інакше задача втрачає фізичний зміст, оскільки одні і ті ж параметри в одній і тій же точці простору не можуть одночасно мати різні значення. Аналогічна ситуація спостерігається при визначенні параметрів для точок розміщених за контуром. Крайні з цих точок розміщені на відстані двох кроків сітки  $\Delta\varphi$  за межами області, яка задається кутами  $\varphi_{min}$  та  $\varphi_{max}$ . Тобто, якщо:

$$2\pi - (\varphi_{max} - \varphi_{min}) \leq 4\Delta\varphi,$$

де  $\Delta\varphi = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{n}$  – крок сітки в радіальному напрямку,

$n$  – кількість інтервалів розбиття сітки в радіальному напрямку.

Області розміщення цих точок будуть фізично перекриватися. Щоб у цьому випадку уникнути задавання суперечливих умов для точок, які лежать в області, спільній для обох меж, необхідно:

1) коректувати один з кутів, які обмежують область, наприклад  $\varphi_{max}$  таким чином, щоб у спільній області вузлові точки накладалися;

2) при знаходженні числових значень параметрів у вузлах сітки для спільних точок виходити з граничних умов, які задані для однієї з меж області, наприклад для межі  $\varphi_{min}$ , а для другої граничної межі у цих точках граничні умови відкинути;

3) при формуванні коефіцієнтів рівнянь врахувати той факт, що у спільній області, у точках що співпадають, числові значення параметрів повинні бути однакові, незалежно від того, для якої з меж  $\varphi_{min}$  чи  $\varphi_{max}$  складається рівняння.

Вищенаведені міркування дозволяють виділити такі можливі випадки взаємного розміщення меж областей та записати рівняння, які описують ці випадки:

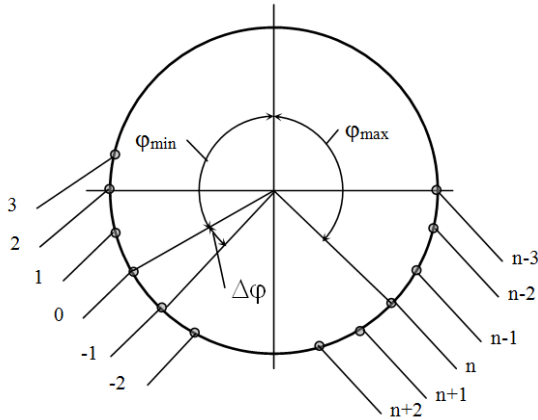


Рис. 2. Области не мають спільних точок (загальний випадок)

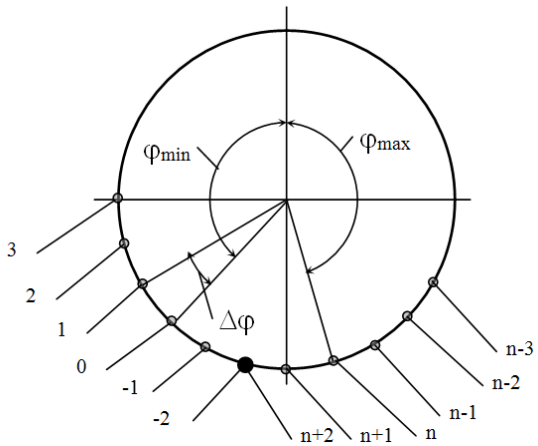


Рис. 3. Области накладаються по одній точці

Рівняння, що описують цей випадок:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n+4};$$

$$\varphi_{\max} = \varphi_{\min} + \Delta\varphi \cdot n; W_{i,n+2} = W_{i,-2}$$

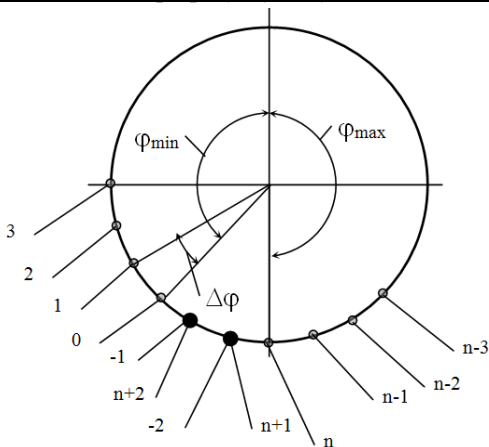


Рис. 4. Области накладаються по двох точках

Рівняння, що описують цей випадок:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n+3};$$

$$\varphi_{\max} = \varphi_{\min} + \Delta\varphi \cdot n; W_{i,n+2} = W_{i,-1}$$

$$W_{i,n-1} = W_{i,-2}$$

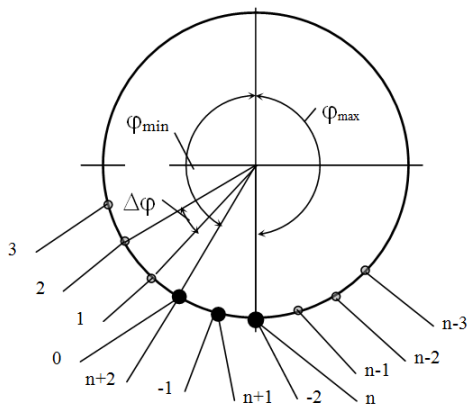


Рис. 5. Области накладаються по трьох точках

Рівняння, що описують цей випадок:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n+2};$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} &= \varphi_{\min} + \Delta\varphi \cdot n; \\ W_{i,n+2} &= W_{i,0}; \quad W_{i,n-1} = W_{i,-1}; \\ W_{i,n} &= W_{i,-2} \end{aligned}$$

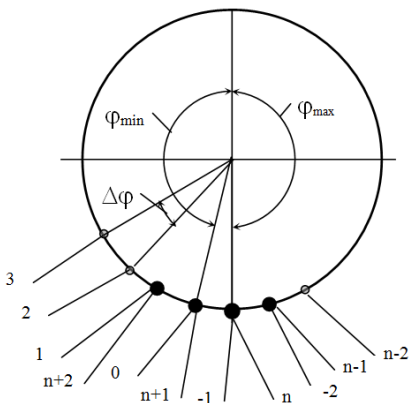


Рис. 6. Области накладаються по чотирьох точках

Рівняння, що описують цей випадок:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{2\pi}{n+1}; \quad \varphi_{\max} = \varphi_{\min} + \Delta\varphi \cdot n; \\ W_{i,n+2} &= W_{i,1}; \quad W_{i,n+1} = W_{i,0}; \\ W_{i,n} &= W_{i,-1}; \quad W_{i,n-1} = W_{i,-2} \end{aligned}$$

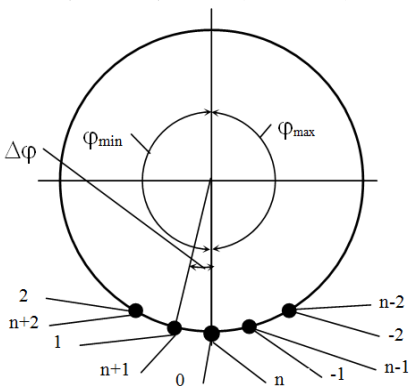


Рис. 7. Области накладаються по п'яти точках

Рівняння, що описують цей випадок:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n}$$

$$\varphi_{\max} = \varphi_{\min} + \Delta\varphi \cdot n$$

$$W_{i,n+2} = W_{i,2}; \quad W_{i,n+1} = W_{i,1}$$

$$W_{i,n} = W_{i,0}; \quad V_{i,n} = V_{i,0}; \quad U_{i,n} = U_{i,0}$$

$$W_{i,n-1} = W_{i,-1}; \quad W_{i,n-2} = W_{i,-2}$$

Розглянувши наведені випадки, можна вивести такі залежності: якщо виконується умова:

$$2\pi - (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) \leq 4\Delta\varphi,$$

то кількість вузлів сітки, які перекриваються (з точністю до цілих):

$$N \approx 5 - \frac{2\pi - (\varphi_{\max} - \varphi_{\min})}{\Delta\varphi} = 5 - \frac{2\pi - (\varphi_{\max} - \varphi_{\min})}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}} n$$

Для отриманого  $N_u$  необхідно скорегувати  $\Delta\varphi$  та  $\varphi_{\max}$  :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n + 5 - N_u}$$

$$\varphi_{\max} = \varphi_{\min} + \Delta\varphi \cdot n$$

Отже, виділені можливі випадки взаємного розміщення меж областей та записані рівняння, що описують ці випадки дозволяють уникнути задавання суперечливих умов для точок, які лежать в області, спільній для обох меж.

1. Пасічник Р.В. Порівняльний розрахунок ротонди на стійкість методом скінченних елементів та методом криволінійних сіток / Р. Пасічник // Містобудування та територіальне планування: Науково-техн. збірник – Київ, 2009. – Вип. 33. – С. 304 – 309.

2. Пасічник Р.В. Застосування методу криволінійних сіток для розрахунку ротонди на стійкість в залежності від жорсткості з'єднувальних елементів / Р. Пасічник // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Рівне, 2009 – Вип. 19. – С. 283 – 290.