

УДК 539.3

**ЗАЛЕЖНІСТЬ ВЕЛИЧИНИ ВАНТАЖОПІДЙОМНОСТІ
БЕТОННОЇ БАЛКИ ВІД МІСЦЯ ЇЇ ПОПЕРЕДНЬОГО
ОБТИСНЕННЯ**

**DEPENDENCE OF THE LOAD CAPACITY OF A CONCRETE
BEAM FROM THE PLACE OF ITS PRE-COMPRESSION**

**Андрушков В.І., к.т.н., доцент, Кузьмич І.М., студент 3-го курсу,
гр. ПЦБ-31 (НУВГП, м.Рівне)**

**Andrushkov V.I., Ph.D., senior lecturer, Kuzmych I.N., third-year
student, group ICC-31 (National University of Water Management and
Natural Resources Use, Rivne)**

Представлено матеріали дослідження впливу місця попереднього обтиснення бетонної балки на її несучу здатність. Результати порівнювались з відповідними значеннями, отриманими при розрахунку балки, як бруса, який працює на поздовжньо-поперечний згин за методом допустимих навантажень.

The purpose of this paper is to investigate the influence of the eccentricity of the beam pre-compression on its load-carrying capacity and to determine the amount of error given by the calculation technique, in which the magnitude of the additional bending moment from the action of the longitudinal load is not taken into account.

The materials of the investigation of the effect of the concrete beam pre-compression site on its bearing capacity are presented. The results were compared with the corresponding values obtained in calculating the beam, as a girder, which works on longitudinal-transverse bending by the method of permissible loads.

The results of the research can be used in the study of the academic discipline "Resistance of materials" by the students specializing in construction engineering.

Ключові слова: балка, бетон, попереднє обтиснення, несуча здатність.

Keywords: beam, concrete, preliminary reduction, bearing capacity.

Бетон, як відомо, - це матеріал, який по різному чинить опір розтягу і стиску. Допустима напруга бетону на розтяг (σ_{adm}^t) значно менша за допустиму напругу на стиск (σ_{adm}^c). Тому, при згинанні, балка з такого матеріалу здатна витримати дуже мале поперечне навантаження.

Попереднє обтиснення такої балки суттєво підвищить її несучу здатність. За його оптимальне значення слід прийняти таку величину, при дії якої балка залишається міцною як при відсутності так і при наявності поперечного навантаження, а її вантажопідйомність буде максимальною.

Методика визначення оптимальної величини попереднього обтиснення була запропонована в роботі [1]. Але автором цієї роботи розглянуто лише задачу, коли сила попереднього обтиснення діяла вздовж осі балки. При розрахунках було використано принцип незалежності дії сил, тобто не враховувався додатковий згинальний момент від поздовжнього навантаження.

Мета даної роботи - дослідити вплив величини ексцентриситету попереднього обтиснення балки на її несучу здатність, та визначити величину похибки, яку дає методика, наведена в роботі [1].

Розглянемо згин попередньо напруженої бетонної балки прямокутного поперечного перерізу (рис.1). Поздовжні сили P діють з ексцентриситетом $e = h/6$, тобто точка їх прикладання розташована на границі ядра поперечного перерізу балки. Точки m і n належать перерізу балки, де величина згинального моменту максимальна.

Будемо вважати, що балка має велику жорсткість, а тому для визначення нормальних напруг в цих точках скористаємось принципом незалежності дії сил.

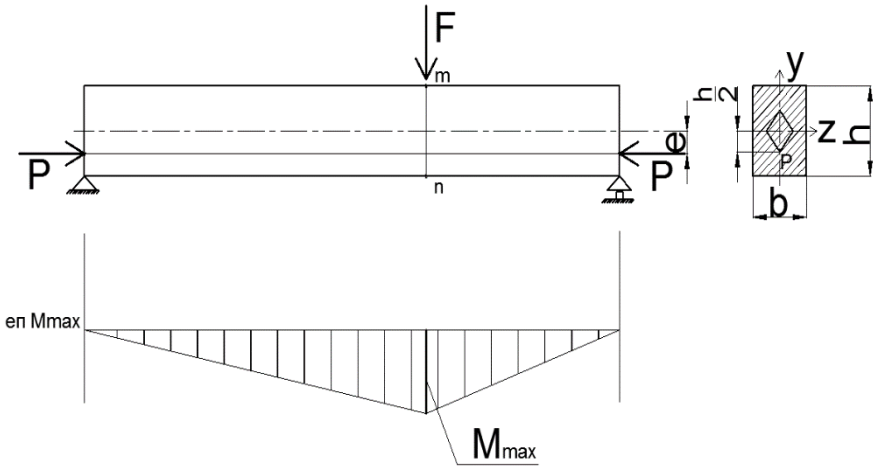


Рис.1 Схема балки та епюра згинальних моментів від дії поперечного навантаження

Умова міцності балки представлена в вигляді нерівностей:

$$\begin{cases} \sigma_m = \frac{M_{max}}{I_z} \cdot \frac{h}{2} \leq \sigma_{adm}^c, \\ \sigma_n = \frac{M_{max}}{I_z} \cdot \frac{h}{2} - \frac{2P}{A} \leq \sigma_{adm}^t. \end{cases} \quad (1)$$

Введемо такі позначення:

$$\frac{M_{max}}{I_z} \cdot \frac{h}{2} = Y; \quad \frac{P}{A} = X. \quad (2)$$

Тоді нерівності (1) будуть мати вигляд:

$$\begin{cases} Y \leq \sigma_{adm}^c, \\ Y \leq \sigma_{adm}^t + 2X. \end{cases} \quad (3)$$

На рис.2 показано графіки: $Y = \sigma_{adm}^c$ (пряма **BC**), та

$$Y = \sigma_{adm}^t + 2X \text{ (пряма **DL**).$$

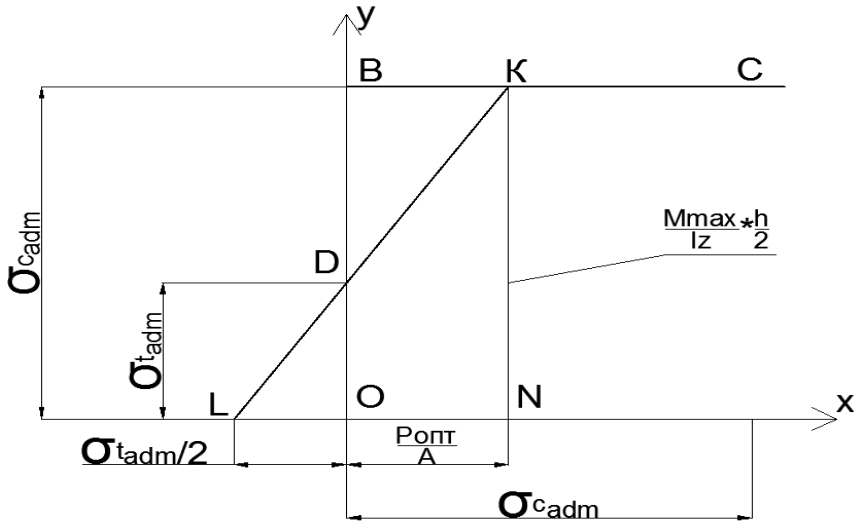


Рис.2. Графіки функцій $Y = \sigma_{adm}^c$, та $Y = \sigma_{adm}^t + 2X$

Точка **К** перетину прямих **BC** і **DL** (рис.2) являється точкою оптимального розв'язку. Ордината цієї точки (відрізок **KN** = σ_{adm}^c) відповідає максимальному допустимому поперечному навантаженню на балку (F_{adm}), а абсциса (відрізок **ON**) відповідає оптимальному значенню її попереднього обтиснення ($P_{опт}$).

З подібності трикутників **KNL** і **DOL** визначаємо:

$$P_{опт} = \frac{A}{2} (\sigma_{adm}^c - \sigma_{adm}^t), \quad (4)$$

а максимально допустиме значення згинального моменту з рис.2 буде дорівнювати:

$$M_{max} = \frac{2I_z}{h} * \sigma_{adm}^c. \quad (5)$$

З рівняння (5) можна визначити величину F_{adm} .

В таблиці 1 наведено значення $P_{опт}$, M_{max} і F_{adm} в залежності від величини ексцентриситету (e) лінії дії попереднього обтиснення балки.

Таблиця 1

Значення P_{opt} , M_{max} і F_{adm}

e	Розрахункова величина			%
	P_{opt} , кН	M_{max} , кНМ	F_{adm} , кН	
0	$\frac{A}{2} (\sigma_{adm}^c - \sigma_{adm}^t) = \frac{I_z}{h} (\sigma_{adm}^c + \sigma_{adm}^t)$	$\frac{I_z}{h} (\sigma_{adm}^c + \sigma_{adm}^t)$	$\frac{4M_{max}}{l} = 9$	-
$\frac{h}{6}$	$\frac{A}{2} (\sigma_{adm}^c - \sigma_{adm}^t) = \frac{2I_z}{h} \cdot \sigma_{adm}^c = 16,70$	$\frac{2I_z}{h} \cdot \sigma_{adm}^c = 16,70$	$\frac{4M_{max}}{l} = 1$	+75
$\frac{h}{2}$	$\frac{A}{4} \cdot \sigma_{adm}^c = 104,4$	$\frac{2I_z}{h} (\sigma_{adm}^c + \sigma_{adm}^t)$	$\frac{4M_{max}}{l} = 1$	+100

Примітка 1. Розрахунки виконувались при наступних вихідних даних:

- сила F діє посередині прогону балки;
- матеріал балки – бетон класу B25 (M350);
- $E=0,3 \cdot 10^5$ МПа – модуль пружності бетону;
- $R_{\text{н}}^c = 18,5$ МПа - нормативний опір бетону при стиску;
- $R^c = 14,5$ МПа - розрахунковий опір бетону при стиску;
- $R_{\text{н}}^t = 3,2$ МПа - нормативний опір бетону на розтяг при згині;
- $R^t = 2,1$ МПа - розрахунковий опір бетону на розтяг при згині;
- $l = 4\text{м}$ – довжина прогону балки;
- $b \times h = 12 \times 24$ (см) – розміри поперечного перерізу балки;
- $I_z = \frac{bh^3}{12} = 13824 \text{ см}^4$ – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки відносно нейтральної осі;
- $W_z = \frac{bh^2}{6} = 1152 \text{ см}^3$ – осьовий момент опору поперечного перерізу балки відносно нейтральної осі.

Примітка 2. При відсутності попереднього обтиснення балки величина допустимого поперечного навантаження дорівнюватиме:

$$F_{adm} = \frac{8 \cdot I_z}{l \cdot h} \cdot \sigma_{adm}^t = \frac{8 \cdot 13824 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 24 \cdot 10^{-2}} \cdot 2,1 \cdot 10^3 = 2,42 \text{ кН.}$$

В таблиці 2 порівнюються величини напруг, які отримані за методикою [1], з відповідними значеннями при врахуванні додаткових згинальних моментів від дії поздовжніх сил. Тобто для порівняння було виконано розрахунок попередньо розглянутих прикладів завантаження балки, як розрахунок бруса при поздовжньо-поперечному згинанні.

Причому, величини напруг в крайніх точках небезпечного перерізу балки обчислювались за методом допустимих навантажень з урахуванням ексцентриситету лінії дії поздовжніх сил [2] за формулою:

$$\sigma = -\frac{P}{A} \pm \frac{M_{max}}{W_z} \pm \frac{P \cdot e}{W_z} \pm \frac{P}{W_z} \cdot y_0 \cdot C, \quad (6)$$

де $y_0 = \frac{Fl^3}{48EI_z} - \frac{P \cdot e \cdot l^2}{8EI_z}$ - величина прогину від дії сили F і моменту $P \cdot e$;

$C = \frac{1}{1 - \frac{k \cdot P}{P_e}}$ - коефіцієнт, який враховує вплив поздовжніх сил на величину прогину;

k - коефіцієнт запасу міцності ($k = \frac{R_H^c}{R^c}$ - в зоні стиску і $k = \frac{R_H^t}{R^t}$ - в зоні розтягу матеріалу);

$P_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{l^2}$ - Ейлерова сила.

Таблиця 2

Величини нормальних напруг в крайніх точках поперечного перерізу балки

e	Напруга σ_m		Напруга σ_n		%
	За методикою [1]	За формулою (6)	За методикою [1]	За формулою (6)	
0	14,50 МПа	15,02 МПа	-	-	3,5
$h/6$	14,50 МПа	14,82 МПа	-	-	2,2
$h/2$	-	-	2,10 МПа	2,11 МПа	0,5

Примітка: при розрахунку сили P і F дорівнювали значенням $P_{\text{опт}}$ і F_{adm} (табл.1.) відповідно.

Аналіз результатів розрахунків, представлених в таблицях 1 і 2, дає можливість зробити наступні висновки:

1. При збільшенні ексцентриситету точки прикладання сили попереднього обтиснення балки вантажопідйомність балки суттєво зростає;
2. При тих вихідних даних, які було використано в розв'язку задач, похибка від нехтування додатковим згинальним моментом від поздовжнього навантаження незначна. Причому її величина зменшується з збільшенням ексцентриситету лінії дії попереднього обтиснення балки. Це пояснюється тим, що збільшення ексцентриситету точки прикладання сили P зменшує її плече при визначенні додаткового згинального моменту, який, в свою чергу, все менше впливає на величину нормальної напруги;
3. Результати дослідження можуть бути використані в навчальному процесі для студентів спеціальності «Будівництво та цивільна інженерія».

1. Варвак П.М. Новые методы решения задач сопротивления материалов.- Издательское объединение «Вища школа», 1977, 160 с.

2. Беляев Н.М. Сопротивление материалов.- Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1976, 608 с