

**ДО РОЗРАХУНКУ ЗГИНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА
ДЕФОРМАЦІЯМИ**

**TO THE CALCULATION OF THE BENDING ELEMENTS BY
DEFORMATIONS**

**Бондарський О.Г., к.т.н., доц., Ужегова О.А., к.т.н., доц.,
Ужегов С.О., Ротко С.В., к.т.н., доц., Задорожнікова І.В., к.т.н., доц.,
(Луцький національний технічний університет)**

**Bondarskyi O.H., Ph.D. in Engineering, Associate Professor,
Uzhehova O.A., Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Uzhehov S.O.,
Rotko S.V., Ph.D. in Engineering, Associate Professor,
Zadorozhnikova I.V., Ph.D. in Engineering, Associate Professor, (Lutsk
National Technical University)**

На основі чинних нормативних документів складено алгоритм для виконання розрахунку попередньо напружених згинальних елементів за деформаціями. Скориставшись наведеним алгоритмом можна легко виконати необхідні розрахунки і зробити висновок про забезпечення (або незабезпечення) жорсткості елемента.

Calculation of deformations (deflections) is required for bending precast concrete structures, especially large spans. Deformation of the element or structure should not adversely affect their proper functioning and appearance.

Limit state of deformation may be checked by limiting the ratio "span/height" or comparing the calculated deflection with the maximum permissible deflection. Calculation of deformations are performed by providing that the construction deflection or displacement of external loads acting shall not exceed the maximum permissible values of the deflections or displacements: $f \leq f_u$.

Total calculated deflection for the prestressed flexible elements is determined by the formula: $f = f_1 - f_2 + f_3 - f_4$, f_1 – the deflection of a short-period acting of static, variable long and short loads (total load), if $\gamma_{fm} = 1$; f_2 – the deflection of a short-period acting of static and variable long loads, if $\gamma_{fm} = 1$; f_3 – the deflection of a short-period acting of static

and variable long loads, if $\gamma_{fm} > 1$; f_4 – bending of the element due to shrinkage and creep of concrete caused by the efforts of the precompression.

The deflection or displacement of concrete structures is determined by the general rules of structural mechanics.

For flexible elements in the general case, the deflection is determined by the formula: $f_m = \int_0^l M_x \left(\frac{1}{r} \right)_x dx$. For statically defined elements of constant cross section, that are works on beam design, deflection is determined by the formula: $f = \frac{1}{r} k_m l^2$.

The maximum allowable deflections f_u should be determined according to DSTU B V.1.2-3. Under the action of static, variable long and short-time loads, and deflection of reinforced concrete elements in all cases shall not exceed 1/150 of the span and 1/75 of overhanging length.

Based on the existing regulations it was composed the algorithm of the calculation of prestressed bending elements by deformations. Using this algorithm it is easy to calculate the hardness of elements and draw conclusions about its provision (or non-provision).

Ключові слова: розрахунок, деформації, прогин, граничний стан.

Keywords: calculation, deformation, deflection, limit state.

Розрахунок за деформаціями (прогинами) є обов'язковим для згинальних збірних залізобетонних конструкцій, особливо значних прольотів. Для зниження ваги таких конструкцій перерізи їх оптимізують, виконують ребристими, порожнистими (тонкостінними), а бетон і арматуру застосовують високої міцності, що допускає підвищені розрахункові напруження. Збільшення напружень, в свою чергу, викликає ріст повзучості бетону стиснутої зони перерізів.

Деформації елемента або конструкції не повинні несприятливо впливати на їх належне функціонування і зовнішній вигляд. Вимоги щодо обмеження прогинів наведено в [1, п. 7.4] та [2, п. 5.4].

Деформації конструкцій не повинні негативно впливати на інші закріплені елементи (перегородки, скління, лицювання, комунікації,

оздоблення), на функціонування обладнання й апаратури, а також запобігати деформаціям від затоплення плоских покрівель.

Необхідно обмежувати прогини, які можуть спричинити пошкодження прилеглих частин конструкції. Після завершення будівництва прийнятним є граничний прогин $1/500$ прольоту при основному сполученні навантажень.

Граничний стан за деформацією може перевірятись шляхом обмеження співвідношення проліт/висота або порівнянням розрахункового прогину з гранично допустимим [2, п. 5.4.1.5].

Прогини не перевищуватимуть допустимих і обчислення можна не виконувати, якщо виконуються умови [2, п. 5.4.2]:

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_o}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_o}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right], \text{ якщо } \rho \leq \rho_o, \quad (1)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_o}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_o}} \right], \text{ якщо } \rho > \rho_o, \quad (2)$$

де l/d – граничне відношення проліт/висота (табл. 1);

K – коефіцієнт, що враховує різні конструктивні системи (табл. 1);

ρ_o – довідковий відсоток армування, $\rho_o = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$;

ρ – необхідний відсоток армування для розтягнутої арматури в середині прольоту для сприйняття моменту від розрахункових навантажень (на опорі для консолей);

ρ' – необхідний відсоток армування для стиснутої арматури в середині прольоту для сприйняття моменту від розрахункових навантажень (на опорі для консолей); f_{ck} – в МПа.

Ці залежності були одержані за результатами параметричних досліджень серій шарнірно опертих балок і плит прямокутного перерізу за умови, що напруження у сталі при відповідному розрахунковому навантаженні за другою групою граничних станів у середині прольоту балки або на опорі консолі становить 310 МПа (що наближено відповідає $f_{yk} = 500$ МПа). Якщо спостерігаються інші рівні напружень, то отримані значення множать на $310/\sigma_s$. У [2, п. 5.4.2.1] рекомендують приймати:

$$310 / \sigma_s = 500 / (f_{yk} A_{s,red} / A_{s,prov}), \quad (3)$$

де σ_s – напруження розтягу сталі в середині прольоту (на опорі консолі) при розрахунковому навантаженні за другою групою граничних станів; $A_{s,prov}$ – фактична (встановлена) площа арматурної

сталі; $A_{s,red}$ – необхідна площа арматурної сталі за першою групою граничних станів.

Таблиця 1

Основні показники проліт/фактична висота l/d для залізобетонних елементів без осьового стиску ([2, табл. 5.4], [3, табл. 7.4])

Конструктивна система	К	Бетон при високому рівні напружень $\rho = 1,5\%$	Бетон при незначному рівні напружень $\rho = 0,5\%$
Шарнірно оперта балка; шарнірно оперта в одному або двох напрямках плита	1,0	14	20
Крайній проліт нерозрізної балки або нерозрізної в одному напрямку плити, або опертої у двох напрямках і нерозрізної вздовж довшої сторони	1,3	18	26
Внутрішній проліт балки або плити, опертої в одному або в обох напрямках	1,5	20	30
Плити, оперті на колони, без балок (плоскі перекриття) на основі довшого прольоту	1,2	17	24
Консолі	0,4	6	8

Якщо на основі аналізу результатів спрощених методів визначення прогинів вважається, що розрахунок є обов'язковим, то цей розрахунок виконують за умови, що прогини або переміщення конструкції від дії зовнішнього навантаження не повинні перевищувати гранично допустимих значень прогинів або переміщень [1, (7.4)]:

$$f \leq f_u. \quad (4)$$

Повний розрахунковий прогин визначають за формулою [4, (6.87)]:

$$f = f_1 - f_2 + f_3 - f_4, \quad (5)$$

де f_1 – прогин від нетривалої дії постійних, змінних тривалих і короточасних навантажень (повного навантаження) при $\gamma_m = 1$;

f_2 – прогин від нетривалої дії постійних і змінних тривалих навантажень при $\gamma_{fm} = 1$;

f_3 – прогин від тривалої дії постійних і змінних тривалих навантажень при $\gamma_{fm} > 1$;

f_4 – вигин елемента внаслідок усадки і повзучості бетону від зусилля попереднього обтиску Р.

Прогини або переміщення залізобетонних конструкцій визначають за загальними правилами будівельної механіки.

Гранично допустимі прогини f_u слід визначати згідно ДСТУ Б В.1.2-3. При дії постійних і змінних тривалих, а також і короточасних навантажень прогин залізобетонних елементів в усіх випадках не повинен перевищувати 1/150 прогону та 1/75 вильоту консолі [1, п. 7.4.4.5].

Для згинальних елементів у загальному випадку прогин визначають за формулою [2, (5.18)]:

$$f_m = \int_0^l M_x \left(\frac{1}{r} \right)_x dx, \quad (6)$$

де M_x – згинальний момент у перерізі x від дії одиничної сили, прикладеної у перерізі x у напрямку шуканого переміщення;

$(1/r)_x$ – кривина у перерізі, визначена при навантаженні, за якого визначають прогин.

Кривина $1/r$, залежно від розрахункової ситуації, може мати такі складові:

- кривина, обумовлена короточасною дією попереднього натягу;
- кривина, обумовлена тривалою дією попереднього натягу;
- кривина, обумовлена усадкою;
- кривина, обумовлена дією постійних та тривалих навантажень;
- кривина, обумовлена короточасною дією епізодичних навантажень.

Для статично визначених елементів постійного перерізу, що працюють за балковою схемою, прогин визначають за формулою:

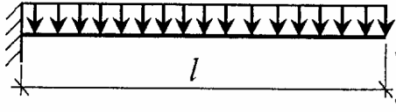
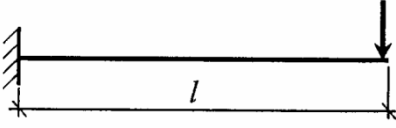
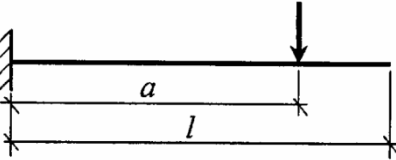
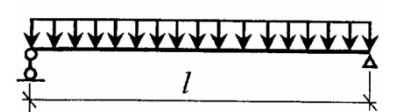
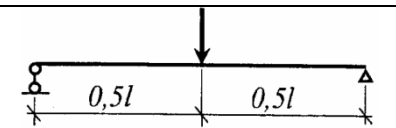
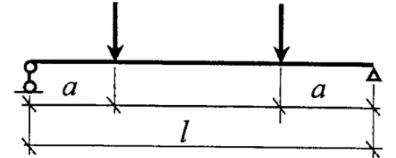
$$f = \frac{1}{r} k_m l^2, \quad (7)$$

де $\frac{1}{r} = \xi = \frac{(\epsilon_{c(1)} + \epsilon_{c(2)})}{h}$ – кривина вигнутої осі у перерізі з

найбільшим згинальним моментом [2, п. 4.2.4]; $\epsilon_{c(1)}$ – деформації бетону стиснутої фібри; $\epsilon_{c(2)}$ – осереднені деформації розтягнутої

фібри бетону; k_m – коефіцієнт, що залежить від розрахункової схеми і визначається за таблицею 2 [2, табл. 5.5].

Таблиця 2

Схема навантаження	Коефіцієнт k_m
	$1/4$
	$1/3$
	$\frac{a}{6l} \left(3 - \frac{a}{l} \right)$
	$5/48$
	$1/12$
	$\frac{1}{8} - \frac{a^2}{6l^2}$

На основі викладеного теоретичного матеріалу складено алгоритм розрахунку попередньо напружених згинальних елементів за деформаціями (табл. 3).

Таблиця 3

Алгоритм розрахунку попередньо напружених згинальних елементів за деформаціями

Вихідні дані: максимальні згинальні моменти від нетривалої дії постійних, змінних тривалих і короточасних навантажень (повного навантаження) M_{ser} , від нетривалої дії постійних і

<p>змінних тривалих навантажень M_{nl}, від тривалої дії постійних і змінних тривалих навантажень M_l; фактично прийнята робоча арматура та площа її перерізу $A_{p,факт}$; розрахунковий опір арматури f_{pd}; модуль пружності напруженої арматури E_p; захисний шар бетону для робочої арматури c; клас бетону; розрахункова міцність бетону на стиск f_{cd}; висота перерізу h; розрахункове значення модуля пружності бетону E_{cd}; розрахунковий проліт l; коефіцієнт для визначення прогину, що залежить від розрахункової схеми k_m; зусилля попереднього обтиску P; відстань від нижньої грані до центру ваги перерізу y; радіус інерції перерізу r; граничне значення відносної висоти стиснутої зони перерізу ξ_R; площа зведеного перерізу A_{red}; момент опору зведеного перерізу W_{red}.</p>	
<p>Визначення прогину f_1 від нетривалої дії постійних, змінних тривалих і короткочасних навантажень (повного навантаження) при $\gamma_{fm} = I$ і $M_{ser} = M_n$</p>	
1	Фактична робоча висота перерізу: $d = h - a$.
2	Коефіцієнт: $\alpha_m = M / bd^2 f_{cd}$.
3	За α_m знайти відповідні значення ξ ζ .
4	Висота стиснутої зони: $x = d\xi$.
5	Необхідна кількість арматури (за розрахунком на дію згинального моменту) $A_p = M / f_{pd} d \zeta$.
6	Фактичні деформації арматури: $\varepsilon_s = \frac{A_p}{A_{p,факт}} \frac{f_{pd}}{E_p}$.
7	Деформації бетону стиснутої фібри: $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_s \frac{x}{d - x}$.
8	Осереднені деформації розтягнутої фібри бетону: $\varepsilon_{c(2)} = \varepsilon_{c(1)} \frac{h - x}{x}$.
9	Кривина $\frac{1}{r_1} = \varkappa = \frac{(\varepsilon_{c(1)} + \varepsilon_{c(2)})}{h}$.
10	Прогин: $f_1 = \frac{1}{r_1} k_m l^2$.
<p>Визначення прогину f_2 від нетривалої дії постійних і змінних тривалих навантажень при $\gamma_{fm} = I$ і M_{nl} (повторити розрахунок за алгоритмом, починаючи з п.2)</p>	

	Визначення прогину f_3 від тривалої дії постійних і змінних тривалих навантажень при $\gamma_{fm} > 1$ і M_1 (повторити розрахунок за алгоритмом, починаючи з п.2)
	Визначення вигину f_4 елемента внаслідок усадки і повзучості бетону від зусилля попереднього обтиску P
11	Ексцентриситет сили попереднього натягу: $e_{op} = y - a$.
12	Якщо $e_{op} > r$, то розрахунок виконати за другою формою рівноваги, перейти до п. 13. Якщо $e_{op} < r$, розрахунок виконують за першою формою рівноваги.
13	Висота стиснутої зони: $x = x_R = d\xi_R$.
14	Напруження в бетоні стиснутої зони: $\sigma_{c(2)} = \frac{P}{A_{red}} + \frac{P \cdot e_{op}}{W_{red}}$.
15	Деформації у бетоні стиснутої зони: $\varepsilon_{c(2)} = \frac{\sigma_{c(2)}}{E_{cd}}$.
16	Деформації у бетоні розтягнутої зони: $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{c(2)} \frac{h-x}{x}$.
17	Кривина вигину від попереднього напруження: $\frac{1}{r_4} = \varkappa = \frac{(\varepsilon_{c(1)} + \varepsilon_{c(2)})}{h}$.
18	Вигин від попереднього напруження: $f_4 = \frac{1}{r_4} \times \frac{1}{8} \times l^2$.
19	Розрахунковий прогин: $f = f_1 - f_2 + f_3 - f_4$.

Скориставшись наведеним алгоритмом можна легко виконати необхідні розрахунки і зробити висновок про забезпечення (або незабезпечення) жорсткості елемента.

1. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення / Мінрегіонбуд України: ДБН В.2.6-98:2009. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с. **2.** Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування / Мінрегіонбуд України: ДСТУ Б В.2.6.-156: 2010 – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 123 с. **3.** Eurocode-2: Design of concrete structures. – Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1-1. – [Final draft, december, 2004]. – Brussels: CEN, – 2004. – 225 p. – Європейський стандарт. **4.** Залізобетонні конструкції: Підручник / А.Я. Барашиков, Л.М. Буднікова, Л.В. Кузнецов та ін.; За ред. А.Я. Барашикова.– К.: Вища шк., 1995. – 591 с. іл.