УДК 519.2:303.092.5 Doi: 10.31767/su.1(80).2018.01.02
JEL Classification: C46

Ф. В. Моцний,
доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри економічної кібернетики і математичних методів,
Національна академія статистики, обліку та аудиту,
E-mail: motsnyifv@gmail.com; fv.motsnyi@ukr.net

Статистичні розподіли хі-квадрат, Стьюдента, Фішера – Снедекора та їх застосування

У роботі з єдиної позиції проаналізовані статистичні розподіли випадкових величин хі-квадрат, Стьюдента і Фішера – Снедекора. З'ясовані особливості застосування цих розподілів для перевірки відповідності емпіричних розподілів вибірки теоретично передбачуваним генеральної сукупності. Розглянуті числові характеристики і наведені формули для їх розрахунків. Узагальнені результати теоретичних і прикладних досліджень.

Ключові слова: *вибірка, генеральна сукупність, випадкова величина, розподіл хі-квадрат, розподіл Стьюдента, розподіл Фішера – Снедекора, числові характеристики.*

Відомі статистичні розподіли випадкових величин хі-квадрат, Стьюдента і Фішера – Снедекора тісно пов'язані з нормальним розподілом і широко використовуються в математичній статистиці для інтерпретації емпіричних розподілів вибірок [1–5; 8–14; 17; 18]. Ця стаття продовжує роботи автора [15; 16] щодо сучасного інструментарію математичної статистики. Її метою є узагальнення результатів досліджень статистичних розподілів випадкових величин хі-квадрат, Стьюдента і Фішера – Снедекора, необхідних для аналізу експериментальних даних.

Розподіл випадкової величини хі-квадрат (розподіл Пірсона) – це сума квадратів нормальних незалежних випадкових величин $X_1, X_2, ... X_n,$ математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення кожної з яких дорівнює нулю та одиниці відповідно, тобто

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 , \qquad (1)$$

де число доданків n називають числом степенів вільності цього розподілу.

Густина (щільність) розподілу ймовірностей хі-квадрат розподілу є такою [1; 2]:

$$f_{\chi^2}(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \dfrac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma(n/2)} \cdot x^{(n/2)-1} \cdot e^{-x/2}, & x > 0;\ n \ge 1, \end{cases} \qquad (2)$$

де $\Gamma(n/2) = \int_0^{\infty} t^{(n/2)-1} \cdot e^{-t} dt$ – неповна гамма-функція.

Із формули (2) слідує, що функція $f_{\chi^2}(x)$ визначається параметром n, залежність від якого показана на рис. 1 (за даними [2]).

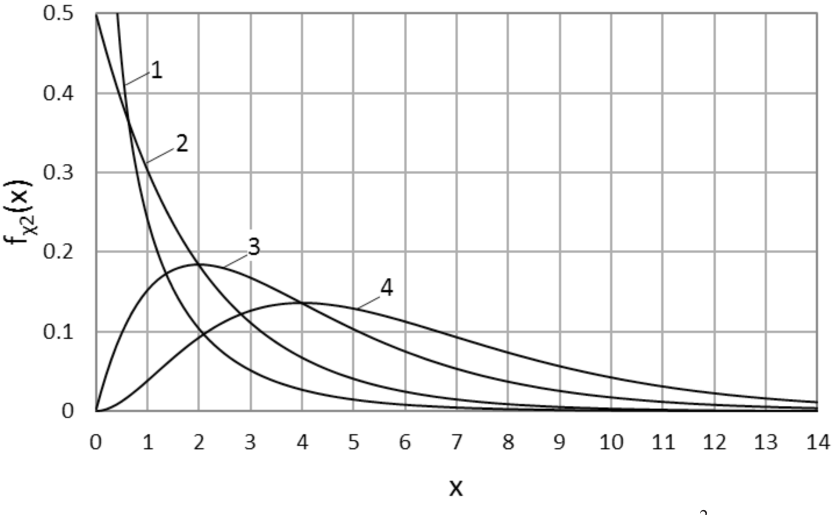

Рис. 1. Густина розподілу ймовірностей $f_{\chi^2}(x)$ розподілу χ^2 для різних степенів вільності n: 1 – n=1; 2 – n=2; 3 – n=4; 4 – n=6

Видно, що при зростанні n від 1 до 6 спадні криві трансформуються в асиметричні смуги з додатною асиметрією. При подальшому зростанні числа степенів вільності ($n \to \infty$) форма цих смуг наближатиметься до симетричної кривої Гауса, оскільки величина χ^2 матиме близький до стандартного (нормованого) нормальний розподіл ($a=0$, $\sigma=1$) на підставі центральної граничної теореми теорії ймовірностей (теореми О. Ляпунова).

Медіана χ^2-розподілу дорівнює ($n-2/3$); мода – ($n-2$) якщо $n \geq 2$; математичне сподівання – n, а дисперсія – $2n$ [2].

Функція розподілу ймовірностей χ^2-розподілу має вигляд [1]:

$$F_{\chi^2}(x) = P(\chi^2 < x) = \frac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma(n/2)} \cdot \int_0^x t^{(n/2)-1} \cdot e^{-t/2} dt. \quad (3)$$

Графіки цієї функції для різних степенів вільності n представлені на рис. 2 (за даними [2]).

Зі зростанням числа n криві змінюють форму, уповільнюють зростання і досягають імовірності 1 при більших значеннях випадкової величини X.

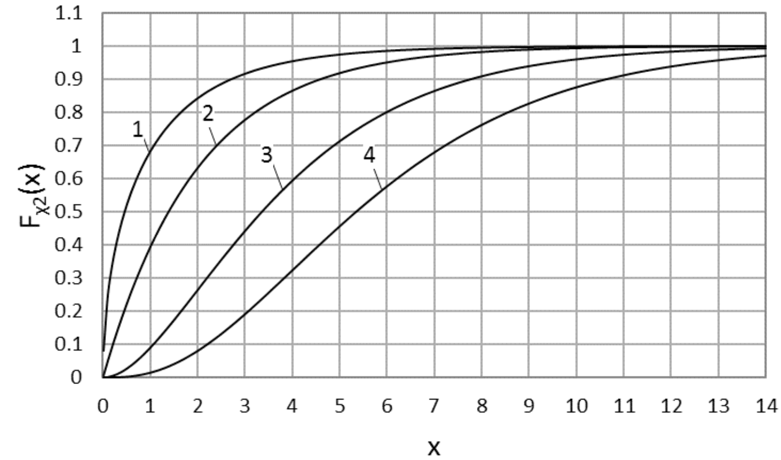

Рис. 2. Функція розподілу ймовірностей $F_{\chi^2}(x)$ розподілу χ^2 для різних степенів вільності n: 1 – n=1; 2 – n=2; 3 – n=4; 4 – n=6.

Розподіл Стьюдента, або t-розподіл – це розподіл випадкової величини, що задається формулою:

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/n}}. \quad (4)$$

Характерним для цього розподілу є незалежність випадкової величини V від стандартної нормальної випадкової величини Z ($M(Z)=0$, $\sigma(Z)=1$) і підпорядкованість закону χ^2 із n степенями вільності [1; 3].

Густина ймовірностей t-розподілу [1; 4; 5]:

$$f_t(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \cdot \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\Gamma(n/2)} \cdot (1 + x^2/n)^{-(n+1)/2}, \quad (5)$$

$-\infty < x < +\infty$

визначається також числом степенів вільності n, залежність від якого ілюструє рис. 3 (за даними [5]).

Відзначимо симетрію смуг у точці x=0 при різних значеннях n і збіг t-розподілу до нормального при $n \to \infty$.

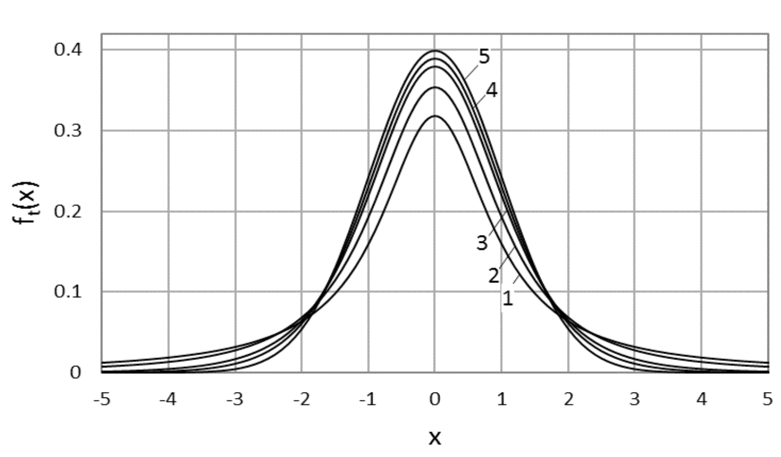

Рис. 3. Густина розподілу ймовірності $f_t(x)$ розподілу Стьюдента для різних степенів вільності n: 1 – n=1; 2 – n=2; 3 – n=5; 4 – n=10; 5 – n=∞.

Медіана, мода і математичне сподівання t-розподілу збігаються і дорівнюють нулю, а дисперсія – $n/(n-2)$, якщо $n>2$ [5]. Функція ймовірностей цього розподілу записується так [4; 5]:

$$F_t(x) = 1/2 + \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \cdot \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\Gamma(n/2)} \cdot x \cdot {}_2F_1\,(1/2, (n+1)/2\,; 3/2\,; -x^2/n)\,, \qquad (6)$$

де ${}_2F_1\,(1/2, (n+1)/2\,; 3/2\,; -x^2/n)$ – гіпергеометрична функція [6].

Графіки функції $F_t(x)$ для різних степенів вільності n показані на рис. 4 (за даними [5]).

Спостерігається чітка симетрія кривих щодо точки перегину з координатами (0; 0,5). Більше того, зі зростанням числа n t-розподіл збігається швидше до ймовірності 1.

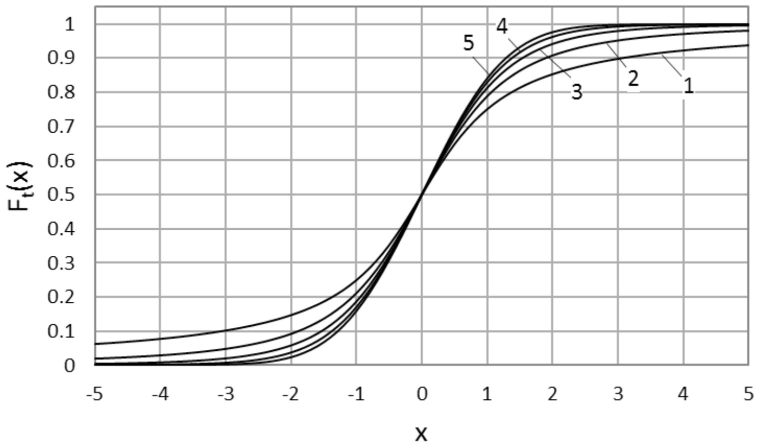

Рис. 4. Функція розподілу ймовірностей $F_t(x)$ розподілу Стьюдента для різних степенів вільності n: 1 – n=1; 2 – n=2; 3 – n=5; 4 – n=10; 5 – n=∞.

Зауваження. 1. Перед застосуванням розподілу Стьюдента необхідно перевірити вибірку на нормальність, оскільки всі його різновиди базуються на припущенні про її нормальний розподіл. Якщо виявиться, що гіпотеза нормальності не підходить, бажано застосувати інші розподіли. Якщо ж і вони не підійдуть, тоді слід використати непараметричні статистики [7].

2. На практиці вважають, що розподіл Стьюдента можна замінити нормальним розподілом при $n \propto 30$.

Розподіл Фішера – Снедекора або F-розподіл – це розподіл випадкової величини

$$F = \frac{U/n_1}{V/n_2}\,, \qquad (7)$$

де U і V – незалежні випадкові величини, що розподілені за законом χ^2 з двома степенями вільності n_1 і n_2 [1].

Густина і функція розподілу ймовірностей F-розподілу визначаються за формулами [8; 9]:

$$f_{n_1,n_2}(x) = \begin{cases} 0, \quad x \le 0, \\ \dfrac{\Gamma((n_1+n_2)/2)}{\Gamma(n_1/2)\cdot\Gamma(n_2/2)} \cdot \dfrac{(n_1/n_2)^{n_1/2} \cdot x^{(n_1-2)/2}}{[1+(n_1/n_2)\,x]^{(n_1+n_2)/2}}, \quad x \ge 0 \end{cases} \qquad (8)$$

та

$$F_{n_1,n_2}(x) = \frac{\Gamma((n_1+n_2)/2)}{\Gamma(n_1/2)\cdot\Gamma(n_2/2)} \cdot \int_0^x \frac{(n_1/n_2)^{n_1/2} \cdot t^{(n_1-2)/2}}{[1+(n_1/n_2)\cdot t]^{(n_1+n_2)/2}}\,dt\,, \qquad 0 \le x < \infty \qquad (9)$$

відповідно. Графіки цих функцій для $n_1 > 2;\ n_2 \ge 1$ представлені в [9; 12]. Зокрема для n_1=15; n_2=20 вони показані на рис. 5 (за даними [9]).

Крива $f_{n_1,n_2}(x)$ має вигляд асиметричної смуги з додатною симетрією і максимумом при $x \approx 0{,}8$, тоді як крива $F_{n_1,n_2}(x)$ є зростаючою кривою, що досягає ймовірності 1 при $x \approx 3{,}5$. Зазначимо також, що форма цих кривих нагадує певною мірою форму кривих функцій $f_{\chi^2}(x)$ і $F_{\chi^2}(x)$ для n=4 і n=6 (див. рис. 1, рис. 2).

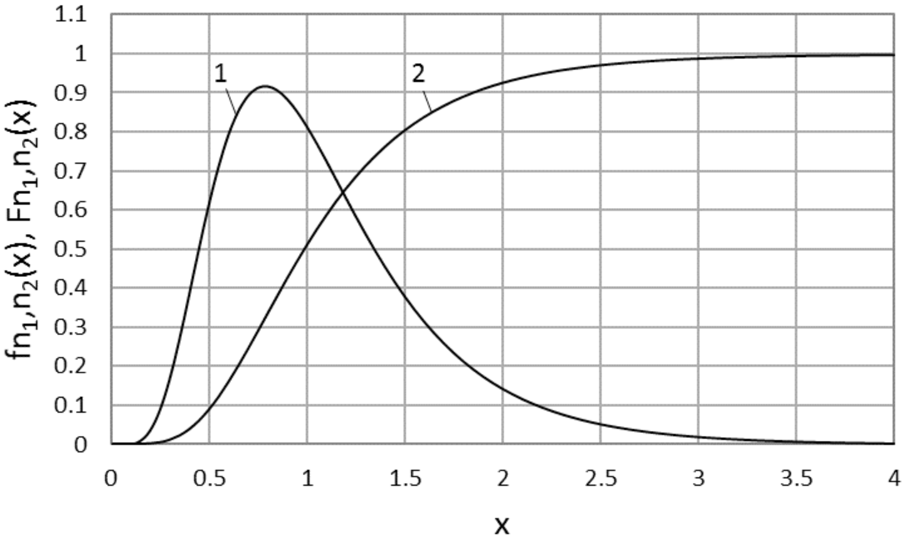

Рис. 5. Густина розподілу ймовірності $f_{n_1,n_2}(x)$ (крива 1) та функція розподілу ймовірностей $F_{n_1,n_2}(x)$ (крива 2) розподілу Фішера – Снедекора (n_1=15; n_2=20).

Залежність функцій $f_{n_1,n_2}(x)$ і $F_{n_1,n_2}(x)$ від числа степенів вільності n_1 простежена нами при незмінному числі степенів вільності n_2=20 (рис. 6, рис. 7).

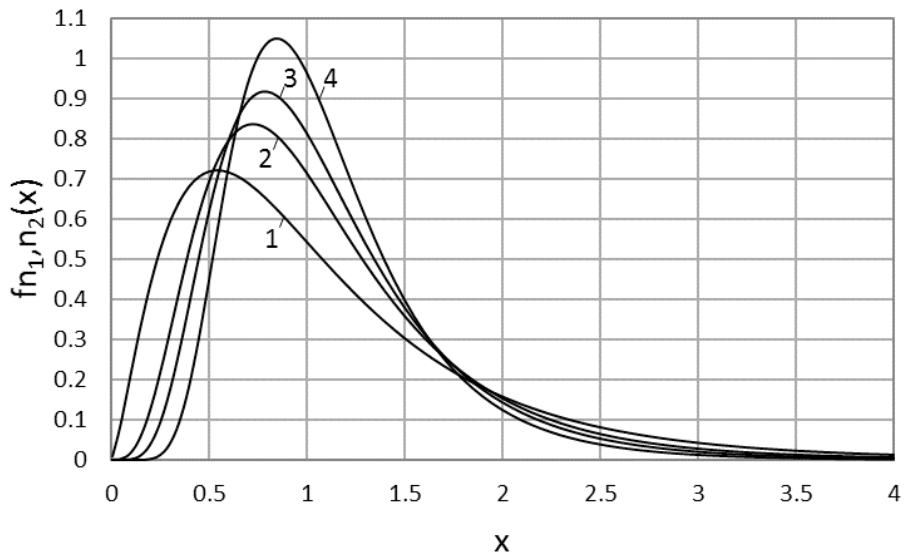

Рис. 6. Вплив числа степенів вільності n_1 на густину розподілу ймовірностей $f_{n_1,n_2}(x)$ розподілу Фішера – Снедекора при сталому числі степенів вільності n_2=20: 1 – n_1=5; 2 – n_1=10; 3 – n_1=15; 4 – n_1=30.

Видно, що при зростанні числа n_1 від 5 до 30 має місце зсув смуги в бік більших *x*, зростання її симетрії та інтенсивності в максимумі (рис. 6), а також швидше досягнення функцією $F_{n_1,n_2}(x)$ ймовірності, що дорівнює одиниці (рис. 7).

Для випадкової величини *F* мода відповідає $x=[(n_1-2)/n_1]\cdot[n_2/(n_2+2)]$ [10; 11], якщо $n_1 \geq 2$ і $n_2 \geq 1$, тобто завжди менше 1, і наближається до 1 при $n_1 \rightarrow \infty$ і $n_2 \rightarrow \infty$; математичне сподівання дорівнює $n_1/(n_2-2)$ [10–13], якщо $n_2>2$, а дисперсія – $2n_2^2\cdot(n_1+n_2-2)/n_1\cdot(n_2-4)\cdot(n_2-2)^2$ [10–13], якщо $n_2>4$.

Зауваження. 1. Якщо $\chi^2_{n_1}$ і $\chi^2_{n_2}$ – дві незалежні випадкові величини з n_1 і n_2 степенями вільності відповідно, то формулу (7) можна записати як відношення двох незалежних нормованих χ^2-розподілених величин, а саме: $F=(\chi^2_{n_1}/n_1)/(\chi^2_{n_2}/n_2)$

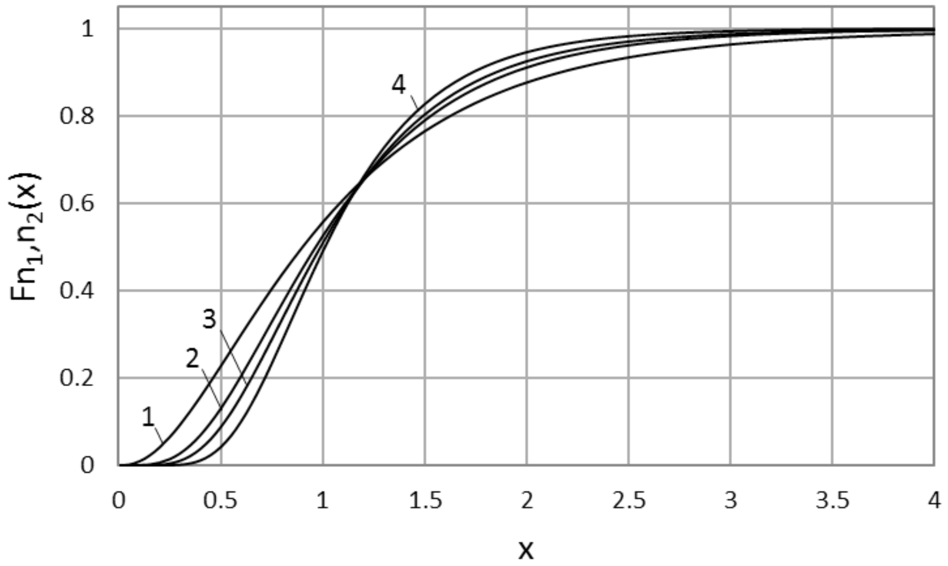

Рис. 7. Вплив числа степенів вільності n_1 на функцію розподілу ймовірностей $F_{n_1,n_2}(x)$ розподілу Фішера – Снедекора при сталому числі степенів вільності n_2=20: 1 – n_1=5; 2 – n_1=10; 3 – n_1=15; 4 – n_1=30.

[14]. Тому розподіл Фішера – Снедекора називається ще розподілом дисперсійного відношення, оскільки в дисперсійному аналізі вважається, що експериментальні дані розподілені нормально, а отже, їх дисперсії розподілені за законом χ^2. 2. Якщо нормальні вибірки є незалежними, то згідно з теоремою Фішера [17; 18] вибіркові середнє x_S* і дисперсія D_S* є також незалежними, причому відношення $(n-1)(D_S^*)^2/(\sigma_S^*)^2$ належить розподілу χ^2 з $(n-1)$ степенями вільності.

Завдяки тісному зв'язку розглянутих розподілів з нормальним розподілом зазначимо такі їх теоретичні та прикладні аспекти:

• χ^2-розподіл використовується при аналізі таблиць спряження залежності частот випробовування від фактора ризику, побудові довірчих інтервалів, перевірці статистичних гіпотез, встановленні закону розподілу виправленої дисперсії, а також у критеріях згоди Пірсона, Стьюдента, Фішера – Снедекора і Романовського [1; 2].

• Розподіл Стьюдента застосовується при побудові довірчих інтервалів для середніх, оцінці різниці двох вибіркових середніх, перевірці гіпотез вибірки невеликого обсягу ($n \propto 30$) з невідомим стандартним відхиленням, у лінійному регресійному аналізі при перевірці гіпотез на значущість окремих регресійних коефіцієнтів тощо [1; 3–5; 17].

• Розподіл Фішера – Снедекора використовується при перевірці гіпотез про адекватність моделі в регресійному аналізі, рівності дисперсій двох нормальних розподілів (*F*-тест) та в інших задачах [1; 8–14; 17; 18].

Отже, у цій статті узагальнені численні результати експериментальних і теоретичних досліджень випадкових величин на основі розподілів хі-квадрат, Стьюдента і Фішера – Снедекора – сучасного базового інструментарію математичної статистики. При цьому слід пам'ятати, що застосування цих розподілів вимагає об'єктивних результатів вимірювань і перевірки відповідності отриманих даних нормальному закону. Робота може бути корисна студентам, аспірантам і викладачам у галузі статистики та іншим спеціалістам при вивченні курсу "Теорія ймовірностей та математична статистика".

Подальші наукові розвідки можуть бути пов'язані з узагальненням непараметричних і параметричних критеріїв згоди та встановленням законів розподілу випадкових величин.

Список використаних джерел

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. Москва: Высшая школа. 1999. 480 с.

2. Распределение_хи-квадрат. URL: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title

3. Student. The probable error of a mean // Biometrika. 1906. Vol. 6, No 1. P. 1–25. URL: https://www.jstor.org/stable/2331554?seq=1#page_scan_tab_contents

4. Taylor C. Student's t Distribution Formula. URL: https://www.thoughtco.com/students-t-distribution-formula-3126276

5. Распределение Стьюдента. URL: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title

6. Hypergeometric Function. URL: http://mathworld.wolfram.com/HypergeometricFunction.html
7. Лемешко Б. Ю. Непараметрические критерии согласия: рук. по применению. Москва: ИНФРА-М, 2014. 163 с.
8. Функция F-распределения вероятности. URL: http://help/prognoz.com/ru/mergedProjects/Lib/05_statistics/distrib_func/lib_fdist.htm
9. Распределение Фишера (F-распределение). Распределения в математической статистике в MS Excel. URL: http://excel2.ru/articles/raspredelenie-fishera-f-raspredelenie-raspredeleniya-matematicheskoy-statistiki-v-ms-excel
10. Фишера F-распределение. URL: https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/5884/%D0%A4%D0%98%D0%A8%D0%95%D0%A0%D0%90
11. Фишера – Снедекора распределение (F-распределение). URL: http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php/
12. Распределение Фишера – Снедекора (F-распределение). URL: http://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/konspekt-lektcii-po-teorii-veroiatnostei-i-matematicheskoi-statistike-komogortcev-v-f/1-26-raspredelenie-fishera-snedekora-f-raspredelenie
13. F-распределение. URL: http://algolist.manual.ru/maths/matstat/Fdistr/index.php
14. Statistical Distributions / Forbes C. et al. John Wiley & Sons, Inc. 230 p. URL: onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9780470627242.ch20/summary
15. Моцний Ф. В. Сучасний базовий інструментарій математичної статистики: у 2 ч. Ч. 1. Основні поняття математичної статистики // Науковий вісник НАСОА. 2015. № 2. С. 16–29.
16. Моцний Ф. В. Сучасний базовий інструментарій математичної статистики: у 2 ч. Ч. 2. Вибіркові характеристики статистичних розподілів // Науковий вісник НАСОА. 2015. № 3. С. 14–25.
17. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп. Москва: Едиториал УРСС. 2005. 448 с. URL: //www.alleng.ru/d/math/math333.htm
18. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей и случайных процессов. Основы математического аппарата и прикладные аспекты. Москва: Изд-во МГУ. 1992. 400 с. URL: http://booksshare.net/index.php?id1=4&category=biol&author=tutubalin-vn&book=1992

References

1. Gmurman, V. E. (1999). *Teoriia veroiatnostei i matematicheskaia statistika [The probability theory and mathematic statistics]*. Moscow: Vysshaia shkola (in Russian).
2. Raspredelenie Khi-kvadrat *[Chi-square distribution]*. *machinelearning.ru*. Retrieved from http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title (in Russian).
3. Student. (1906). The probable error of a mean. *Biometrika*. *Vol. 6,* 1, 1–25. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/2331554?seq=1#page_scan_tab_contents (in English).
4. Taylor, C. Student's t Distribution Formula (2017). *thoughtco.com*. Retrieved from https://www.thoughtco.com/students-t-distribution-formula-3126276 (in English).
5. Raspredelenie Studenta *[Student's distribution]*. *machinelearning.ru*. Retrieved from http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title (in Russian)
6. Hypergeometric Function. *mathworld.wolfram.com*. Retrieved from http://mathworld.wolfram.com/HypergeometricFunction.html (in Endlish).
7. Lemeshko, B. Yu. (2014). *Neparametricheskie kriterii soglasiia [Nonparametric criteria of agreement]. Moskow: INFRA-M*. (in Russian).
8. Funkciia F-raspredeleniia veroiatnosti [F-distribution function of probability]. *help/prognoz.com*. Retrieved from http://help/prognoz.com/ru/mergedProjects/Lib/05_statistics/distrib_func/lib_fdist.htm (in Russian).
9. Raspredelenie Fishera (F-raspredelenie). Raspredeleniia v matematicheskoi statistike v MS Excel [Fisher's distribution(F-distribution). Distribution in math statistics in MS Excel]. *excel2.ru*. Retrieved from http://excel2.ru/articles/raspredelenie-fishera-f-raspredelenie-raspredeleniya-matematicheskoy-statistiki-v-ms-excel (in Russian).
10. Fisher F-raspredelenie [F-distribution]. *dic.academic.ru*. Retrieved from https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/5884/%D0%A4%D0%98%D0%A8%D0%95%D0%A0%D0%90 (in Russian).
11. Raspredelenie Fishera – Snedekora (F-raspredelenie) [The Fisher – Snedecor distribution (F-distribution)]. *www.wikiznanie.ru*. Retrieved from http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php/ (in Russian).
12 Raspredelenie Fishera-Snedekora (F-raspredelenie) [The Fisher – Snedecor distribution (F-distribution)]. *matica.org.ua*. Retrieved from http://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/konspekt-lektcii-po-teorii-veroiatnostei-i-matematicheskoi-statistike-komogortcev-v-f/1-26-raspredelenie-fishera-snedekora-f-raspredelenie (in Russian).

13. F-raspredelenie [F-distribution]. (2000). *algolist.manual.ru*. Retrieved from http://algolist.manual.ru/maths/matstat/Fdistr/index.php (in Russian).

14. Forbes, C., Evans, M., Hastings, N., & Peacock, B. (2010). *Statistical Distributions*. John Wiley & Sons, Inc. Retrieved from onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9780470627242.ch20/summary (in English).

15. Motsnyi, F. V. (2015). Suchasnyi bazovyi instrumentarii matematychnoi statystyky. Ch. 1: Osnovni poniattia matematychnoi statystyky [Advanced Based Tools of Mathematical Statistics. Part 1. Basic Concepts of Mathematical Statistic]. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoi academii statystyky, obliku ta audytu – Scientific Bulletin of the National Academy of Statistics, Accounting and Audit, 2*, 16–29 (in Ukrainian).

16. Motsnyi, F. V. (2015). Suchasnyi bazovyi instrumentarii matematychnoi statystyky. Ch. 2: Vybirkovi kharakterystyky statystychnykh rozpodiliv [Advanced Based Tools of Mathematical Statistics. Part 2. Sample Characteristics of Statistics Distributions]. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoi academii statystyky, obliku ta audytu – Scientific Bulletin of the National Academy of Statistics, Accounting and Audit, 3*, 14–25 (in Ukrainian).

17. Gnedenko, B. V. (2005). *Kurs teorii veroiatnostei [The probability course]. (8th ed.)*. Moscow: Editorial URSS. Retrieved from //www.alleng.ru/d/math/math333.htm (in Russian).

18. Tutubalin, V. N. (1992). *Teoriia veroiatnostei i sluchainych processov. Osnovy matematicheskogo apparata i prikladnye aspekty [Probability theory and random processes. The base of mathematical apparatus and applied aspects]*. Moscow: Izd-vo MGU. Retrieved from http://booksshare.net/index.php?id1=4&category=biol&author=tutubalin-vn&book=1992 (in Russian).

Ф. В. Моцный,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры экономической кибернетики и математических методов,
Национальная академия статистики, учета и аудита

Статистические распределения хи-квадрат, Стьюдента, Фишера-Снедекора и их применения

В работе с единой точки зрения проанализированы статистические распределения случайных величин хи-квадрат, Стьюдента и Фишера – Снедекора. Выяснены особенности применения этих распределений при проверке соответствия эмпирических распределений выборки теоретически предсказываемых генеральной совокупностью. Рассмотрены их числовые характеристики. Обобщены результаты теоретических и прикладных изысканий.

Ключевые слова: *выборка, генеральная совокупность, случайная величина, распределение хи-квадрат, распределение Стьюдента, распределение Фишера – Снедекора, числовые характеристики.*

F. V. Motsnyi,
DDSc in Physics & Mathematics, Professor,
Professor of Department for Economic Cybernetics and Mathematical Methods,
National Academy of Statistics, Accounting and Audit

Chi-square, Student and Fisher-Snedecor Statistical Distributions and Their Application

The Chi-square distribution is the distribution of the sum of squared standard normal deviates. The degree of freedom of the distribution is equal to the number of standard normal deviates being summed. For the first time this distribution was studied by astronomer F. Helmert in connection with Gaussian low of errors in 1876. Later K. Pearson named this function by Chi-square. Therefore Chi –square distribution bears a name of Pearson's distribution.

The Student's t-distribution is any member of a family of continuous probability distributions that arises when estimating the mean of a normally distributed population in situations where the sample size is small and population standard deviation is unknown. It was developed by W. Gosset in 1908.

The Fisher–Snedecor distribution or F-distribution is the ratio of two-chi-squared variates. The F-distribution provides a basis for comparing the ratios of subsetsof these variances associated with different factors. The Fisher-distribution in the analysis of variance is connected with the name of R.Fisher (1924), although Fisher himself used quantity for the dispersion proportion.

The Chi-square, Student and Fisher – Snedecor statistical distributions are connected enough tight with normal one. Therefore these distributions are used very extensively in mathematical statistics for interpretation of empirical data. The paper continues ideas of the author's works [15, 16] devoted to advanced based tools of mathematical statistics. The aim of the work is to generalize the well known theoretical and experimental results of statistical distributions of random values. The Chi-square, Student and Fisher – Snedecor distributions are analyzed from the only point of view. The application peculiarities are determined at the examination of the agree criteria of the empirical sample one with theoretical predictions of general population. The numerical characteristics of these distributions are considered. The theoretical and experimental results are generalized. It is emphasized for the corrected amplification of the Chi-square, Student and Fisher – Snedecor distributions it is necessary to have the reliable empirical and testing data with the normal distribution.

Key words: *sample, general population, random value, the Chi-square distribution, Student distribution, Fisher – Snedecor distribution, numerical characteristics.*

Бібліографічний опис для цитування:

Моцний Ф. В. Статистичні розподіли хі-квадрат, Стьюдента, Фішера – Снедекора та їх застосування // Статистика України. 2018. № 1. С. 16–23.