УДК656.61.052.484

EFFICIENCY STATISTICAL VERIFICATION OF DENSITY OF NAVIGATION ERRORS ORTOGONAL DECOMPOSITION

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОРТОГОНАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПЛОТНОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

V. V. Grishin, *PhD student*
В.В. Гришин, аспирант

Odessa National Maritime Academy, Ukraine
Одесская Национальная Морская Академия, Украина

ABSTRACT

The possibility of application of ortogonal decomposition by the Ermyt's polynomials as the closeness of distributing random error terms of the navigation measurings is shown in the publication. Four selections of errors of measuring navigation parameters are resulted, histograms which by the best appearance is described by ortogonal decomposition by the Ermyt's polynomials.

Key words: safety of navigation, random error, orthogonal decomposition of closeness.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами

Одним из существенных аспектов проблемы обеспечения необходимого уровня безаварийного плавания судов является повышение точности контроля и прогноза места судна при плавании в стесненных условиях. Исследование статистических материалов по погрешностям навигационных измерений, проведенные в последние десятки лет, показали, что часто погрешности имеют закон распределения отличный от нормального, и при использовании стандартных методов обработки навигационной информации происходит потеря точности оцениваемых величин.

Поскольку мероприятия, направленные на повышение безопасности судовождения является актуальным и перспективным научным направлением, что ведет к охране человеческой жизни на море и предупреждение экологических катастроф, то разработка метода, обеспечивающего эффективные оценки координат судна при различных законах распределения погрешностей навигационных измерений, определяет актуальность темы статьи.

Анализ последних достижений и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

В последнее время в результате экспериментальных исследований было установлено, что многие выборки погрешностей навигационных измерений плохо подчиняются нормальному закону распределения, что вызвало многочисленные

попытки предложить альтернативные нормальному законы распределения, как показано в работах [1, 2].

В работе [3] подробно рассмотрены смешанные распределения вероятностей навигационных погрешностей, выражающиеся в явном виде, а в работе [4] детально рассмотрено обобщенное распределение Пуассона.

Ортогональное разложение плотностей случайных величин является универсальной операцией для законов распределения и широко применяется для описания законов распределения случайных величин [5], что требует исследования корректности применения разложения для навигационных погрешностей.

Формулировка целей статьи (постановка задачи)

Целью данной статьи является анализ статистических материалов по погрешностям навигационных измерений, полученных в реальных условиях плавания.

Изложение основного материала исследования с обоснованием полученных научных результатов

В настоящей публикации произведен анализ статистических материалов, находящихся на кафедре ТСС ОНМА, по погрешностям навигационных измерений РЛС «Наяда – 5».

Было рассмотрено четыре выборки центрированных и нормированных случайных погрешностей, причем каждаяиз выборок содержит порядка 400 значений погрешностей.

Для каждой выборки определены первый начальный момент, второй и четвертый центральные моменты. Выборки делилась на разряды, определялись частоты попадания в них значений погрешностей измерений и проверялись гипотезы о законах распределения погрешностей, как рекомендуется в работах [6, 7].

В табл. 1 приведены характеристики каждой из выборок погрешностей: число значений n в каждой из выборок, математическое ожидание M, дисперсия μ_2 и четвертый центральный момент μ_4. Проекции приведенных невязок судна при обсервациях по РЛС "Наяда-5" оставляют первые две выборки, причем первая выборка содержит проекцию по широте, а вторая - по отшествию. Третья выборкасодержит значения нормированных и центрированных погрешностей измерения дистанции РЛС "Наяда-5" на минимальной шкале, а четвертая выборка – значения погрешностей измерения пеленгов той же РЛС.

Таблица 1. Основные характеристики выборок погрешностей

Тип погрешности	n	M	μ_2	μ_4
Невязки обсервации	384	0,42 кбт	4,87	21,282
Невязки обсервации	384	0,24 кбт	4,63	29,493
Погрешности D РЛС	462	0,0003 кбт	0,011	0,04235
Погрешности П РЛС	400	0,003°	0,64	3,2768

В качестве гипотез о законах распределения погрешностей навигационных измерений выбраны ортогональное разложение на базе нормальногораспределения, обобщенное распределение Пуассона, смешанные распределения первого и второго типов (четвертый и седьмой типы кривых плотностей распределения Пирсона) ираспределение Гаусса. Аналитические выражения рассмотренных плотностей распределенийприведены в табл. 2.

Таблица 2. Используемые законы распределения

Закон распределения	Аналитический вид нормированной плотности
Ортогональное разложение	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)[1+\Phi_1^{(n)}]$, где $\Phi_1^{(n)}(x)=(\mu_4^{(n)}-3)(x^4-6x^2+3)/24$.
Обобщенное Пуассона	$f(x)=\frac{\exp(-c)}{(2\pi 2^{1/2}}c^{1/2}\sum_{k=1}^{10}\frac{c^k}{k!}\exp(-cx^2/2k)$
Первое смешанное	$f(x)=\frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n-1)^{1/2}\pi(2n)![x^2/(2n-1)+1]^{n+1}}$
Второе смешанное	$f(x)=\frac{(2n+1)!}{(2n)^{1/2}2^{2n+1}(n!)^2(x^2/2n+1)^{n+3/2}}$
Гаусса	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)$

Для оценки соответствия теоретических законов распределения статистическому материалу выборок был использован критерий согласия χ^2-Пирсона, описанный в работе [8].

Существенный параметр для обобщенного распределения Пуассона рассчитываем по формуле c= 3/(μ_4-3).

Воспользуемся результатами, полученными в работе [9], которые касаются проверки законов распределения погрешностей каждой из выборок по всем приведенным законам распределения, кроме ортогонального разложения. Результаты проверки представлены в табл. 3.

Таблица 3. Значения критерия согласия χ^2 - Пирсона для различных гипотез

Закон распределения	1-я выборка	2-я выборка	3-я выборка	4-я выборка
Гаусса	84,38	172,16	33,98	106,96
Первое смешанное	24,82	67,94	11,58	40,78
Второе смешанное	26,72	52,74	12,20	31,60
Обобщенное Пуассона	34,42	147,62	17,57	72,34

Проверим согласованность статистического материала каждой из четырех выборок с теоретическим распределением, в качестве которого выбрано ортогональное разложение с одним слагаемым:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)[1 + (\mu_4^{(n)} - 3)(x^4 - 6x^2 + 3)/24].$$

Результаты проверки гипотезы распределения погрешностей всех четырех выборок по ортогональному разложению на базе нормального распределения приведены в табл. 4.

Таблица 4. Значения критерия согласия χ^2 - Пирсона по выборкам

Выборки	1-я выборка	2-я выборка	3-я выборка	4-я выборка
Критерй χ^2	13,46	22,99	8,13	9,57

Сравнение данных, помещенных в табл. 3 и табл. 4, показывает, что распределение погрешностей измерения навигационных параметров РЛС «Наяда-5» всех четырех выборок наилучшим образом описывается ортогональным разложением полиномами Эрмита, содержащего только одно слагаемое. Дополняя полученные результаты анализом статистического материала по погрешностям навигационных измерений, проведенного в ОНМА, можно сделать следующие выводы.

Если значение четвертого центрального момента нормированной погрешности не превосходит 6,4, то наименьшее значение критерия согласия

χ^2 - Пирсона достигается при использовании ортогонального разложения. Однако, с ростом значения четвертого центрального момента в ортогональном разложении появляются отрицательные значения плотности и им нельзя пользоваться. В этом случае лучшими являются смешанные распределения с небольшим перевесом второго типа. Если же значение четвертого центрального момента, рассчитанного по исходной выборке близко к 3, то наилучшей является гипотеза о нормальном распределении погрешности.

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению

В статье показано, что ортогональное разложение плотности погрешностей навигационных измерений описывает гистограммы с лучшим согласием, чем другие принятые в судовождении законы распределения случайных погрешностей. В дальнейшем целесообразно рассмотреть двумерный случай ортогонального разложения и исследовать возможность его применения для решения задач судовождения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.- № 3. – P. 426 - 429.
2. Кондрашихин В. Т. Определение места судна / Кондрашихин В. Т. - М.: Транспорт, 1980. - 204 с.
3. Ткаченко А.С. Смешанные законы распределения погрешностей, плотности которых выражаются в явном виде/Ткаченко А.С.//Судовождение. – 2006. - № 12. – С. 93 – 99.
4. Ткаченко А.С.Применение обобщенных пуассоновских распределений для описания навигационных погрешностей / Ткаченко А.С., Алексишин В.Г.// Судовождение. – 2008. - № 15. – С. 185 – 189.
5. Крамер Г. Математические методы статистики. - М.: Мир, 1975. - 648 с.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Вентцель Е.С.- М.: Наука, 1969. - 576с.
7. Уилкс С. Математическая статистика / Уилкс С. - М.: Наука, 1967. - 348 с.
8. Дюге Д. Теоретическая и прикладная статистика / Дюге Д. – М.: Наука, 1972. – 456 с.
9. Степаненко В.В. Усовершенствование методов оценки ситуации расхождения судов. Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.16/ ОНМА. – Одесса, 2004. – 24 с.