

УДК 656.61.052.484

**ON THE EXPRESSION OF VESSEL'S CROSS-TRACK
ERROR DISTRIBUTION DENSITY VIA NORMAL LAW****ВЫРАЖЕНИЕ ПЛОТНОСТИ БОКОВОГО ОТКЛОНЕНИЯ
СУДНА ОТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПРИ
НОРМАЛЬНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

I. I. Vorohobin, *PhD, associate professor*, **V. V. Severin**, *senior lecturer*
И. И. Ворохобин, *к.т.н., доцент*, **В. В. Северин**, *ст. преподаватель*

National University «Odessa Maritime Academy», Ukraine
Национальный университет «Одесская морская академия», Украина

ABSTRACT

Vessel cross track error distribution density estimation procedure via two-dimensional vector position error is offered in the article.

Analytical expressions of cross track error and ship safe passage probability are obtained.

Key words: safety of navigation, cross track error, position vector's error.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами.

Обеспечение безопасности судовождения является одной из наиболее актуальных проблем судоходства. Ее решение ведет к снижению числа аварий, возникающих по причине посадок судов на мель и навалов на причал, чего можно достичь с помощью математической модели формирования вероятности безаварийного плавания судна по выбранному маршруту. Такая модель позволяет выявить существенные факторы и предупредить их отрицательное влияние на процесс судовождения.

Однако для реализации указанной модели следует преобразовать двумерную плотность векториальной погрешности в одномерную плотность бокового отклонения судна от программной траектории движения, чему посвящена данная статья.

Анализ последних достижений и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Оценка надежности судовождения в случае движения судна мимо выделяющихся навигационных опасностей рассматривалась в работе [1], а в работе [2] обоснован критерий навигационной безопасности.

В работе [3] предложены два альтернативных способа оценки безопасности судовождения при плавании судна в стесненных условиях.

Формулировка целей статьи (постановка задачи). Целью статьи является разработка процедуры преобразования двумерной плотности векториальной погрешности в одномерную плотность бокового отклонения судна.

Изложение основного материала исследования с обоснованием полученных научных результатов

Для оценки вероятности безаварийного плавания судна P_b по выбранному маршруту, как показано в работе [3], целесообразно использовать математическую модель с одномерной плотностью распределения бокового отклонения судна от программной траектории движения при заданной двумерной плотности распределения векториальной позиционной погрешности. Поэтому необходимо найти выражение одномерной плотности $f_b(z)$ бокового отклонения z при заданной двумерной плотности распределения вероятностей позиционной траекторной погрешности $f_t(x, y)$.

Двумерная плотность $f_t(x, y)$ при нормальном законе распределения может быть представлена системой независимых составляющих x и y , второй смешанных момент которых равен нулю, а ковариационная матрица содержит дисперсии σ_x^2 и σ_y^2 .

На рис. 1 показана зависимость бокового отклонения z от составляющих x и y векториальной позиционной погрешности, а также курса судна K .

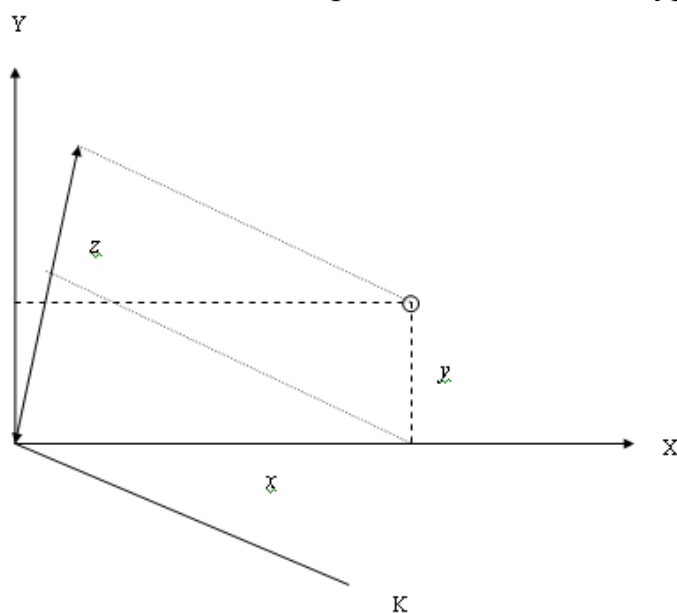


Рис. 1. Зависимость бокового отклонения z от составляющих x и y

Из рис. 1 следует:

$$z = x \sin\left(K - \frac{\pi}{2}\right) + y \cos\left(K - \frac{\pi}{2}\right), \text{ или}$$

$$z = y \sin K - x \cos K.$$

В этом случае боковое отклонение z также будет подчиняться нормальному закону с параметрами [4]:

$$m_z = m_y \sin K - m_x \cos K ,$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K ,$$

где m_z и σ_z^2 - соответственно математическое ожидание и дисперсия бокового отклонения;

m_x и m_y - математические ожидания составляющих x и y .

Таким образом, выражение для плотности распределения бокового отклонения принимает следующий вид:

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(z - m_z)^2}{2\sigma_z^2}\right], \text{ или}$$

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K)}} \exp\left\{-\frac{[z - (m_y \sin K - m_x \cos K)]^2}{2(\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K)}\right\}.$$

Обращаем внимание на то, что вероятность ρ_i того, что отдельно взятое i -е боковое отклонение z не превосходит нормальные расстояния $L_{sti}(X, Y)$ и $L_{pti}(X, Y)$ до правой и левой границ допустимой области плавания определяется следующим аналитическим выражением:

$$\rho_i = P\{L_{pti} \leq z \leq L_{sti}\} = \int_{-L_{pti}}^{L_{sti}} f_b(z) dz ,$$

где $f_b(z)$ - плотность распределения бокового отклонения судна от программной траектории движения.

Для безаварийной проводки судна по программной траектории необходимо, чтобы все точки истинной траектории движения судна принадлежали безопасной области плавания D , поэтому вероятность P безопасной проводки судна по безопасной области D получим как произведение вероятностей ρ_i по всем точкам программной траектории:

$$P = \prod_i \rho_i , \quad \text{или} \quad P = \prod_i \int_{-L_{pti}}^{L_{sti}} f_b(z) dz .$$

Подставляя выражение плотности $f_b(z)$, получим:

$$P = \prod_i \int_{-L_{pti}}^{L_{sti}} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K)}} \exp\left\{-\frac{[z - (m_y \sin K - m_x \cos K)]^2}{2(\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K)}\right\} dz .$$

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению

В статье рассмотрена процедура получения плотности бокового отклонения судна от программной траектории в зависимости от двумерной плотности позиционной векториальной погрешности.

В дальнейшем целесообразно произвести анализ возможности формирования одномерной модели оценки безопасного плавания, исходя из двумерных характеристик существенных параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / В.Т. Кондрашихин - М.: Транспорт, 1989. - 230с.
2. Мельник Е.Ф. Обоснование выбора критерия навигационной безопасности судовождения / Е.Ф. Мельник // Судовождение. – 2002. - № 5. – С. 65-73.
3. Ворохобин И.И. Эквивалентность оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 25. – Одесса: «ИздатИнформ», 2015 - С. 40-47.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель - М.: Наука, 1969. – 576 с.