УДК 004.77:621.39

В.В. Казімірова

НТУ «ХПІ», Харьков

ОСОБЛИВОСТІ ВЕЙВЛЕТ-МОДЕЛЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО ТРАФІКУ МУЛЬТІСЕРВІСНИХ МЕРЕЖ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

У статті проаналізовано базові функції вейвлет-перетворення. Визначено вейвлет-перетворення для функцій. Також розглянуто безперервне вейвлет-перетворення модельних сигналів. Побудовано енергограми та спектральні характеристики фрактального сигналу мультисервісної мережі передачі даних. У подальшому обиратимуться базисні ввейвлет-функції для аналізу різних типів фрактального сигналу.

Ключові слова: *трафік, фрактальність, довготривала залежність, вейвлет-перетворення, спектрограма, енергограма, скелетон.*

Введення

Постановка задачі та аналіз літератури. У наш час при описі та моделюванні багатьох процесів використовується фрактальна (самоподібна або 1/f) природа [1, 2]. В області обробки зображень фрактали використовуються в комп'ютерній графіці, моделювання текстур. [3, 4].

Фрактальні характеристики властиві також процесам, які відбуваються в телекомунікаційних мережах [5]. Зокрема, мережевий трафік мультисервісних мереж проявляє такі фрактальні властивості як само подібність та довгочасову залежність (ДЧЗ). Існуючі класичні пуасонівські або марківські моделі передачі даних у телекомунікаційних мережах не відображають адекватно всі ці властивості. [5]. Наприклад, прогноз продуктивності мережі, який заснований на класичних моделях трафіку, доволі часто занадто оптимістичний в порівнянні з її реальною продуктивністю. Фрактальні моделі трафіку створюють базу для розробки нових алгоритмів прогнозування та керуванням процесом передачі даних в мережі.

Найбільш відомі такі фрактальні моделі трафікових процесів: фрактальний броунівський рух (ФБР), фрактальний гаусовський шум (ФГШ), незалежна гаусівська модель область вейвлета (НГМОВ).

Фрактальний броунівський рух (ФБР) B(t) є моделлю фрактального процесу, яка найбільш широко використовується [5 – 7]. Його перевага полягає в простоті: ФБР є статистично самоподібним, тобто

$$B(at)\overset{fd}{=}a^{H}B(t), \qquad (1)$$

де a – const; H – параметр Херста.

У результаті статистичного аналізу цієї моделі встановлено, що ФБР нестаціонарний, але її інкременти представляють собою стаціонарний процес фрактального гаусівського шуму (ФГШ). Коли параметр Херста H > 0,5, ФГШ проявляє властивість ДЧЗ. При моделюванні процесів передачі даних у комп'ютерних мережах на основі моделі ФГШ існуючі методи апроксимації володіють значною обчислювальною складністю (зазвичай $O(N^3)$), що може викликати перевантаження, особливо в мережевих додатках, в яких найчастіше $N >> 10^6$. Для таких великих задач розроблена техніка апроксимації O(N)-складності, яка заснована на вейвлет-перетвореннях.

Дискретне вейвлет-перетворення представляє собою одновимірний процес X(t), який формується зі зміщених та розширених версій прототипу вейвлет-функції полоси пропускання $\psi(t)$ та зміщених версій низькочастотної функції масштабування $\phi(t)$ [8 – 10]. Вейвлет-функції та функції масштабування, визначені як

$$\psi_{j,k}(t) := 2^{j/2}\psi\left(2^{j}t-k\right), \qquad (2)$$

$$\phi_{j,k}(t) := 2^{j/2}\phi\left(2^{j}t-k\right), \quad j,k\in Z, \qquad (3)$$

та утворюють ортонормальний базис. Тоді справедливе розкладання процесу X(t) за базисом (2) – (3):

$$X(t)=\sum_{k}U_{J_0,k}\phi_{J_0,k}(t)+\sum_{j=J_0}^{\infty}\sum_{k}W_{j,k}\psi_{j,k}(t), \qquad (4)$$

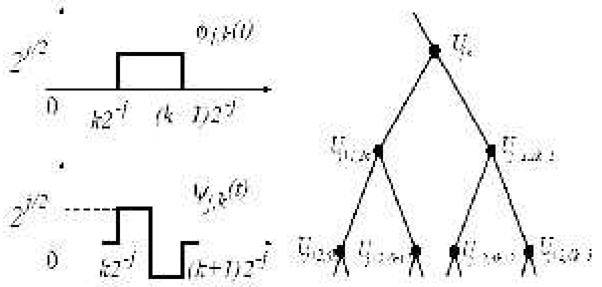
де відповідні коефіцієнти вейвлет-перетворення $W_{j,k}$ и $U_{j,k}$ приймають вигляд:

$$W_{j,k} := \int X(t)\psi_{j,k}(t)dt; \qquad (5)$$

$$U_{j,k} := \int X(t)\phi_{j,k}(t)dt . \qquad (6)$$

Для вейвлет-функції $\psi(t)$ з частотою f_0, симетричною відносно значення $t_0 = 0$, коефіцієнт вейвлету $W_{j,k}$ вимірює величину сигналу поблизу моменту часу $2^{-j}k$ та частоти $2^{j}f_0$. Коефіцієнт масштабування $U_{j,k}$ вимірює середнє значення поблизу моменту часу $2^{-j}k$. В вейвлет-перетворенні j вказує шкалу аналізу: J_0 вказує найбільшу шкалу або найменшу точність аналізу, більше значення j відповідає більшої точності аналізу.

Вейвлет-функція та функція масштабування Хаара (рис. 1, а) представляють з себе найпростіший приклад ортогонального вейвлет-базиса. Згідно (3), підтримка функцій масштабування на дрібних шкалах несе в собі підтримку функцій масштабування на більш крупних шкалах; це можна представити двійковим деревом (рис. 1, б). Ряд (шкала) j дерева коефіцієнтів масштабування містить апроксимацію X(t) з роздільної здатністю 2 – j. Фактично, коефіцієнти $U_{j+1,k}$ представляють масштабовані додаток та різниця коефіцієнтів $U_{j,k}$ та $W_{j,k}$.



а б

Рис. 1. Ортогональний вейвлет-базис (а) та двійкове дерево коефіцієнтів масштабування (б)

Найчастіше для аналізу трафікових процесів у мультисервісних мережах використовується дискретне перетворення Хаара, але з погляду на те, що форма мережевого трафіку не є строго квадратною (в ньому можуть спостерігатися імпульсні сплески). Для уточнення моделювання та аналізу зверхширокополосних сигналів, які є фізичним аналогом фрактального трафіку можуть використовуватися вейвлет-перетворення.

Таким чином, перевірка можливості використання вейвлет-перетворень та інших базисних функцій для дослідження та аналізу трафікових процесів у мультисервісних комп'ютерних мережах забезпечує **актуальність** проблеми, яка розглядається в статті.

Метою статті є обґрунтування можливості використання стандартних базових функцій та вейвлет-перетворень для підвищення адекватності представленої моделі трафікового процесу мультисервісної мережі.

Аналіз базових функцій вейвлет-перетворення. Розширимо набір сигналів з особливостями, які будемо досліджувати, та кількість методів їх опису. Будемо використовувати безперервне вейвлет-перетворення (наприклад, [9-18]), результати якого будуть порівнюватися з аналогічними результатами віконного перетворення Фур'є [1-9]. У якості моделей сигналів з особливостями виберемо наступні функції:

1. Нескінченно короткий імпульс (δ-функція Дірака):

$$f(t) = A\delta(t - t_0)$$

2. Імпульс кінцевої довжини:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \notin [t_0 - \varepsilon; t_0 + \varepsilon], \\ A/(2\varepsilon) & t \in [t_0 - \varepsilon; t_0 + \varepsilon], \end{cases}$$

де A та ε – амплітуда і напівширина імпульсу відповідно. При $\varepsilon \to 0$ ця функція перетворюється до δ-функції.

3. Накладення імпульсної перешкоди на гармонійний сигнал:

$$f(t) = A\delta(t - t_0) + B\sin\omega_0 t$$

4. Різкий стрибок амплітуди:

$$f(t) = A\Theta(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ A, & t \ge t_0. \end{cases}$$

Тут $\Theta(t)$ - функція Хевісайда. Така модель добре описує ідеальну ударну хвилю.

5. Різкий стрибок фази гармонійного сигналу:

$$f(t) = \begin{cases} A\sin\omega_0 t, & t < t_0, \\ A\sin(\omega_0 t + \Delta\varphi), & t < t_0, \end{cases}$$

6. Різкий стрибок частоти гармонійного сигналу:

$$f(t) = \begin{cases} A\sin\omega_0 t, & t < t_0, \\ A\sin[\omega_1(t - t_0) + \omega_0 t(1 - F(\omega_0, \omega_1))], & t \ge t_0, \end{cases}$$

де $F(\omega_0, \omega_1) = 1 - \dfrac{1}{\omega_0 t_0}\arccos\left(\dfrac{\omega_0}{\omega_1}\cos\omega_0 t_0\right)$.

Перевагою цієї моделі є те, що похідна $f'(t)$ виявляється безперервною усюди, у тому числі і в крапці $t = t_0$, що дозволяє розділити ефекти, що виникають при скачках фази і похідної.

7. Ізломи:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ A(t - t_0), & t_0 \le t \le t_1, \\ A(t - t_0), & t > t_1, \end{cases}$$

8. Похідна δ-функції:

$$f(t) = A\delta'(t - t_0)$$

9. Сума похідної δ -функції і гармонійного сигналу:

$$f(t) = A\delta'(t - t_0) + B\sin\omega_0 t$$

10. Вертикальний перегин:

$$f(t) = A\sqrt[3]{t - t_0}$$

Досить близько до цієї моделі наближаються моделі нелінійних хвилевих процесів, зокрема, ударних хвиль, кинка і антикинка, вейвлет-аналіз яких проведений в [19].

11. Шпиль:

$$f(t) = A\sqrt{t - t_0}$$

12. Накладення шпиля на гармонійний сигнал:

$$f(t) = A\sqrt{t - t_0} + B\sin\omega_0 t$$

Безперервне вейвлет-перетворення модельних сигналів. Безперервне вейвлет-перетворення (БВП) сигналу як відомо, задається співвідношенням:

$$Wf(a,b) = |a|^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt,$$

де $\Psi(t)$ - речова вейвлетоутворююча функція, яку часто називають просто вейвлетом; a – параметр масштабування; b – параметр зрушення.

Результати вживання БВП для аналізу сигналів з особливостями порівнюватимемо з результатами динамічного (віконного) перетворення Фур'є (ДПФ), яке має вигляд:

$$Sf(\omega,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)w(t - \tau)e^{-i\omega t}dt,$$

де $w(t)$ - віконна функція (ВФ). Для порівняння з БВП у функції спектральної щільності (ФСЩ) ДПФ $Sf(\omega,\tau)$ зручно замінити частоту ω на період T = π/ω, оскільки параметр масштабування a безпосередньо пов'язаний з періодом співвідношенням a = kT, де k - коефіцієнт пропорційності (k>0), залежний від обраної функції $\Psi(t)$. Зокрема, для вживаних нижче MHAT-вейвлета (mexh) і вейвлета Гауса (gaus1) першого порядку маємо $k \approx 0.25$ та $k \approx 0.20$ відповідно.

Для аналізу сигналів зручно використовувати наступні їх характеристики: вейвлет-спектр $Wf(a,b)$, його модуль $|Wf(a,b)|$, щільність енергії сигналу $P_w f(a,b)$, скелетон, енергограму та дисперсію модуля вейвлет-коефіцієнтів.

Щільність енергії сигналу задається співвідношенням:

$$P_w f(a,b) = |Wf(a,b)|^2 .$$

Деякі автори залежність $P_w f(a,b)$ називають скейлограмою. Її аналог для ДПФ – спектрограма:

$$P_s f(T,\tau) = |Sf(T,\tau)|^2 .$$

Під скелетоном поверхні в просторі розуміють картину ліній, що з'єднують локальні екстремуми (окремо мінімуми і максимуми) цієї поверхні. У цій роботі будемо використовувати скелетон модуля вейвлет-коефіцієнтів $Wf(a,b)$ та модуля ФСП ДПФ $|Sf(T,\tau)|$. Зрозуміло, в цьому випадку лінії локальних максимумів і локальних мінімумів виявляються невиразними. Під енергограмою НВП будемо розуміти інтеграл

$$E_w f(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |Wf(a,b)|^2 db = \int_{-\infty}^{\infty} |P_w f(a,b)| db.$$

Цю величину не слід називати скалограмою, як раніше робили деякі автори, оскільки виникає певна плутанина. Слово "скалограма" і схоже на нього "скейлограма" є українським написанням одного й того ж англійського слова "scalogramm", хоча і позначають різні величини. У роботі [3] для $E_w f(a)$ уживається термін "глобальний спектр енергії", який не прижився в літературі. Енергограма є розподілом повної енергії сигналу E. Остання пов'язана з енергограмою наступним співвідношенням:

$$E = \int_{0}^{\infty} E_w f(a) \frac{da}{a^2} ,$$

де інтеграція проводиться по всіх масштабах a. Положення максимумів на $E_w f(a)$ можна інтерпретувати як середній період елементарних подій, що вносять основний вклад до енергії аналізованого процесу [3]. З енергограмою ми порівнюватимемо характеристику, побудовану по аналогічному принципу із спектрограми ДПФ:

$$E_s f(T) = \int_{-\infty}^{\infty} |Sf(T,\tau)|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |P_s f(T,\tau)| d\tau.$$

Остання, при інтегруванні по $\omega = 2\pi / T$ також дає повну енергію сигналу:

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_s f(\omega) d\omega .$$

Скорочено називатимемо її енергограмою Фур'є. Представляється також корисним розгляд дисперсій $|Wf(a,b)|$ та $|Sf(T,\tau)|$:

$$D_w f(a) = \frac{1}{b_{max} - b_{min}} \int_{b_{min}}^{b_{max}} \left[|Wf(a,b)| - \langle |Wf(a,b)| \rangle \right]^2 db$$

$$\langle |Wf(a,b)| \rangle =$$

$$= \frac{1}{(a_{max} - a_{min})(b_{max} - b_{min})} \int_{a_{min}}^{a_{max}} \int_{b_{min}}^{b_{max}} |Wf(a,b)| dadb$$

$$D_s(T) = \frac{1}{\tau_{max} - \tau_{min}} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \left[|Sf(T,\tau)| - \langle |Sf(T,\tau)| \rangle \right]^2 d\tau,$$

$$\langle |Sf(T,\tau)| \rangle =$$

$$= \frac{1}{(T_{max} - T_{min})(\tau_{max} - \tau_{min})} \int_{T_{min}}^{T_{max}} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} |Sf(T,\tau)| dTd\tau,$$

де a_{max}, a_{min}, b_{max}, b_{min} - максимальні та мінімальні значення параметрів a та b, при використанні яких вираховується реальний вейвлет-спектр $Wf(a,b)$; T_{max}, τ_{max}, T_{min}, τ_{min} - максимальні та мінімальні значення параметрів T та τ, при використанні яких вираховується ФСП ДПФ $Sf(T,\tau)$.

Указані дисперсії описують вклад компонент різних масштабів у сигнал, який досліджується обчислений іншим способом, ніж відповідно в енергограмах $E_w f(a)$ та $E_s f(T)$.

Результати аналізу з використанням згаданих вище характеристик будуть представлені в спеціальному форматі, який успішно застосовувався в роботі [11]. У нім для зручності порівняння результатів НВП і ДПФ у всіх числових характеристиках параметр масштабування a замінюється на період T(a = kT), а параметр зсуву на змінну часу τ (b=τ).

Розглянемо формат, який використовується більш детальніше на прикладі рис. 2. У верхній половині малюнка приводяться сигнал, що досліджується f(t) та результати його НВП. Під графіком сигналу f(t) (рис. 2, а) показано модуль його вейвлет-коефіцієнтів $|Wf(T,\tau)|$(рис. 2, б). Будучи функцією двох змінних, графічний образ $|Wf(T,\tau)|$ є поверхнею в тривимірному просторі. Її проекція на плоскість виконана в градаціях сірого кольору. Білий колір відповідає нульовому, а чорний – максимальному значенню функції $|Wf(T,\tau)|$. Праворуч від цього графіка зображена енергограма сигналу $E_w f(T)$ (рис. 2, г), а знизу – скелетон (рис. 2, в). Праворуч від скелетона показана дисперсія модуля вейвлет-коефіцієнтів сигналу $D_w f(T)$ (рис. 2, д). У нижній половині рисунка в аналогічному порядку приведені результати ДПФ досліджуваного сигналу f(t). Це модуль ФСП ДПФ $|S(T,\tau)|$, (рис. 2, е), його скелетон (рис. 2, ж), енергограма $E_s f(T)$ (рис. 2, з), та дисперсія модуля коефіцієнтів ФСП ДПФ $D_s f(T)$ (рис 2, і). Взаємне розташування графіків, яке використовується, дозволяє проводити порівняння відповідних характеристик, що отримуються в результаті НВП і ДПФ досліджуваного сигналу.

Необхідно звернути увагу на особливості проведення чисельних розрахунків інтеграла (13). Оскільки замість визначеного на всій числовій осі сигналу f(T) використовується його дискретний аналог у вигляді вектора-рядка кінцевої розмірності, на вейвлет-спектрограмі і у відповідному їй скелетоні, енергограмі та дисперсії модуля вейвлет-коефіцієнтів виникають крайові ефекти. Для опису їх впливу вводиться кут правдоподібності. Усередині цього кута, як відомо, крайові ефекти виявлятися не можуть , оскільки кожна особливість , в тому числі і виникає на краях аналізованого сигналу , надає лише локальну дію на вейвлет-спектрограму і скелетон (всередині відповідного конуса впливу) [10]. Виключити вплив крайових ефектів на енергограмі і дисперсії модуля коефіцієнтів, на жаль, не представляється можливим.

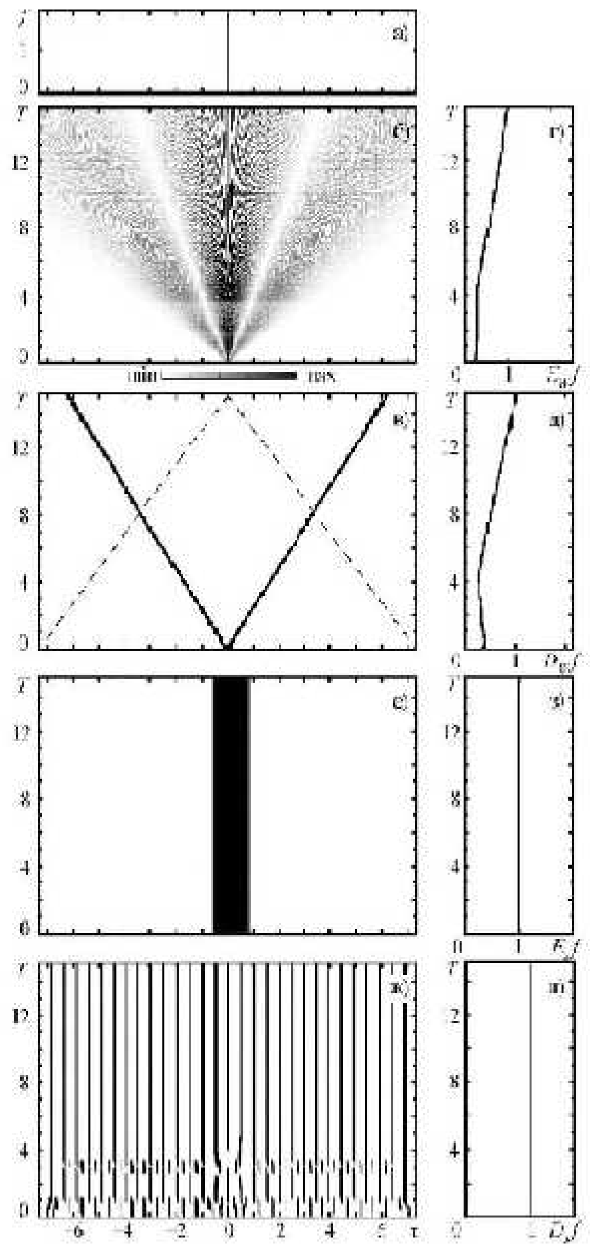


Рис. 2. Спектральні характеристики нескінченно короткого імпульсу: а) f(t) – сигнал в тимчасової області; б) модуль вейвлет-коефіцієнтів $|Wf(T,\tau)|$, отриманий з використанням вейвлета mexh; в) скелетон; г) енергограма $E_W f(T)$; д) – дисперсія модуля вейвлет-коефіцієнтів $D_W f(T)$; е) модуль ФСП ДПФ $|S(T,\tau)|$; ж) скелетон ФСП ДПФ; з) енергограма Фур'є $E_S f(T)$; і) дисперсія модуля коефіцієнтів ФСП ДПФ $D_S f(T)$. Пунктирною лінією показаний кут правдоподібності

Висновки

1. Проаналізовано базові функції вейвлет-перетворення.

2. Визначено вейвлет-перетворення для різних типів фрактального сигналу в мультисервісній мережі.

3. Розглянуто безперервне вейвлет-перетворення модельних сигналів.

4. Побудовано енергограми та спектральні характеристики фрактального сигналу.

У подальшому будуть обрані вейвлет-базиси для моделювання різних типів фрактального сигналу.

Список літератури

1. Crovella M. Self-similarity in World Wide Web traffic: evidence and possible causes / M. Crovella, A. Bestavros // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – Vol. 5. – P. 835-846.

2. Erramilli A. Experimental Queuing Analysis with Long-Range Dependent Traffic / A. Erramilli, O. Narayan, W. Willinger // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1996. – № 7. – P. 135-141.

3. Willinger W. Self-Similarity Through High-Variability: Statistical Analysis of Ethernet LAN Traffic at the Source Level / W. Willinger, M.S. Taqqu, R. Sherman, D.V. Wilson // ACM SIGCOMM'91. – 1991. – P. 149-157.

4. Leland W. On the self-similar nature of IP-trafic / W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – P. 423-431.

5. Передача інформації у гетерогенних комп'терних мережах: Моногрфія / О.О. Можаєв – Х: НТУ «ХПІ», 2012. – 219 с.

6. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 2005. – 671 с.

7. Короновский А. А., Храмов А. Е. Непрерыв-ный вейвлет-анализ и его приложения. – М: Физматлит, 2003. – 176 с.

8. Астафьева Н. М. Вейвлет анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, №11. – С. 1115-1180.

9. The transforms and applications handbook / Edi-tor-in-chief, Alexander Poularikas.– USA: CRC Press, 1996. – 1335 p.

10. Holschneider M. Wavelets: An Analysis Tool. – Oxford: Calderon Press, 1995. – 423 p.

11. Воробьев В. И., Грибунин В. Г. Теория и прак-тика вейвлет-преобразования. – Санкт-Петер- бург: ВУС, 1999. – 204 с.

12. Дремин И. М., Иванов О. В., Нечитайло В. А. Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171, №5. – С. 465-501.

13. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории – к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.

14. Чуи К. Введение в вейвлеты / Пер. с англ. Я. М. Жилейкина. – М.: Мир, 2001. – 412 с.

15. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Вейвлет-анализ нелинейных волновых процессов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2005. – №10. – С. 3-21.

Надійшла до редколегії *00.11.2012*

Рецензент: професор, д.т.н. Порошин С.М.

ОСОБЕННОСТИ ВЕЙВЛЕТ-МОДЕЛИРОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНОГО ТРАФИКА МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЕЙ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

В.В. Казимирова

В статье проанализировано базовые функции вейвлет-преобразования. Определено вейвлет-преобразования для различных функций. Также рассмотрено непрерывное вейвлет-преобразование модельных сигналов. Построены энергограммы и спектральные характеристики фрактального сигнала мультисервисной сети передачи данных. В дальнейшем будет выбраны базисные вейвлет-функции для анализа различных типов фрактального сигнала.

Ключевые слова: *трафик, фрактальность, долговременная зависимость, вейвлет-преобразования, спектрограмма, енергограмма, скелетон.*

PECULIARITIES OF WAVELET MODELING FOR FRACTAL TRAFFIC IN MULTI-SERVICE INFORMATION TRANSMISSION NETWORKS

Kazimirova V.V.

This paper analyzed the basic functions of wavelet transform . The wavelet-transformants for the set selected functions are identified. The continuous wavelet transform for model signals are also exemined. Energograms and spectral characteristics of the multi-fractal signal data in multiservice network are built.The future research will be focused in choosing proper basic wavelet-functions for the analysis of various types of fractal signals.

Keywords: *traffic, fractal, long-term relationship, wavelet transform, spektroh-frame enerhohrama Skeleton.*