УДК 681.03

В.А. Краснобаев, С.В. Сомов, А.С. Янко

Полтавский национальний технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА НЕПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Расмотренны свойства непозиционной системы счисления (НСС): независимость остатков, равноправность остатков и малоразрядность остатков. Использование основных свойств НСС дает возможности создания эффективных методов контроля, диагностики и исправления ошибок данных при введении минимальной информационной и временной избыточности, и построения отказоустойчивых и быстродействующих систем коммутации средств обработки информации (СКСОИ) реального времени.

Ключевые слова: *позиционная система счисления, непозиционная система счисления, система остаточных классов, класс вычетов, система коммутации средств обработки информации.*

Введение

В настоящее время невозможно представить себе сколько-нибудь сложную автоматическую систему без того, чтобы ее центральную часть не составляли вычислительные машины, выполняющие функции обработки информации и управления. По существу, в каждой автоматической системе специфическими являются датчики информации и исполнительные органы, а в остальном система зачастую состоит из типовых вычислительных машин, обеспечивающих взаимосвязь и координированное взаимодействие всех устройств системы. Поэтому очевидна ценность исследований, посвященных новым принципам построения электронных вычислительных машин (ЭВМ), рациональным методам организации их работы, поискам эффективных путей их применения.

Новые пути организации структуры и логики ЭВМ включают в себя как направления усложнения структуры и логики машин для увеличения их эффективности, так и поиск новых систем счисления и новых методов организации совместной работы всех устройств машины и всей машины в целом.

Результаты проводившихся в течение последних лет различными группами исследователей поисков путей повышения производительности ЭВМ, методов организации эффективной системы обнаружения и исправления ошибок и построения высоконадежных вычислительных комплексов утвердили в мнении, что в пределах позиционных систем счисления (ПСС) нельзя ожидать сколь-нибудь удовлетворительного продвижения в этих направлениях без существенного увеличения рабочих частот элементов и усложнения аппаратурной части цифровой вычислительной машины.

Следует отметить, что ПСС, в которых представляется и обрабатывается информация в современных вычислительных машинах, обладают существенным недостатком - наличием межразрядных связей, которые накладывают свой отпечаток на способы реализации арифметических операций, усложняют аппаратуру и ограничивают быстродействие.

Толчком к исследованиям в области НСС послужили опубликованные в 1955 - 1957 гг. работы чешских ученых М. Валаха и А. Свободы, посвященные представлению чисел в виде совокупности неотрицательных вычетов по группе взаимно простых оснований, и определившейся в связи с этим представлением возможности выполнения рациональных операций без учета разрядных связей между цифрами числа. Проведенные исследования в этой новой системе счисления, названной системой остаточных классов (СОК), привели к созданию весьма своеобразной машинной арифметики. Восходящая своими идейными корнями к классическим трудам Эйлера, Гаусса и Чебышева по теории сравнений система остаточных классов СОК призвана внести новую струю в разработку принципов эффективного построения высокопроизводительных и надежных вычислительных машин [1].

Основная часть

В СОК числа представляются своими остатками от деления на выбранную систему оснований, и все рациональные операции могут выполняться параллельно над цифрами каждого разряда в отдельности. Однако столь удобной в одном отношении СОК присущ ряд недостатков в других отношениях: ограниченность действия этой системы полем целых положительных чисел, трудность определения соотношений чисел по величине, определения выхода результата операции из диапазона и т. д.

Для того чтобы в СОК можно было строить вычислительные машины, необходимо найти принципиальные пути преодоления этих трудностей,

эффективные способы построения машинной арифметики и по максимуму использовать основные свойства НСС. Выделяют три основных свойства НСС: независимость остатков, равноправность остатков, малоразрядность остатков.

Независимость остатков дает возможность построить СКСОИ в виде набора информационно-независимых, параллельно работающих вычислительных трактов (отдельных "малых" вычислительных трактов обработки информации, функционирующих по своему определенному модулю m_i в СОК, не зависимо друг от друга). Таким образом, СКСОИ обладает модульностью конструкции, что позволяет осуществлять техническое обслуживание и устранение неисправностей не прекращая решение вычислительной задачи.

Время реализации арифметических операций определяется временем реализации операции в вычислительном тракте по наибольшему основанию m_i СОК.

Ошибки, возникающие за счет отказов (сбоев) схем двоичных разрядов в произвольном вычислительном тракте по основанию m_i, не «размножаются» в соседние тракты (остаются в пределах одного остатка), что дает возможность повысить достоверность вычислений в СОК. При этом безразлично, имела ли место по этому основанию m_i однократная или многократная ошибка, или даже пакет ошибок длиной не более m_i-1 двоичных разрядов. Таким образом, ошибка, возникшая в произвольном m_i тракте СКСОИ в классе вычетов (КВ), либо сохранится в этом тракте до конца вычислений, либо в процессе дальнейших вычислений самоустранится (например, если после возникшего сбоя в остатке a_i промежуточный результат умножится на число, имеющее нулевую цифру по основанию m_i). В этом случае посредством КВ можно построить систему исправления ошибок при введении минимальной избыточности, использующую динамику вычислительного процесса, введя понятие альтернативной совокупности чисел.

Совокупность оснований СОК $m_{i1}, m_{i2},\ldots, m_{ik}$, по которым числа $A_1, A_2, \ldots A_k$ отличаются от неправильного операнда $\tilde{A}$, называются альтернативной совокупностью числа $\tilde{A}$, и обозначается $\hat{W}(\tilde{A})$. Основная идея определения ошибочного остатка $a_j = a_j + \Delta a_j$ состоит в том, что для получаемой в результате операции последовательности неправильных операндов в динамике вычислительного процесса, не прерывая решения задачи, последовательно во времени определяются условные альтернативные совокупности (УАС):

$$\hat{W}(\tilde{A}) = \hat{W}_{i-1}(\tilde{A}) \wedge \hat{W}_i(\tilde{A}).$$

За определенное время УАС стягивается к ошибочному основанию (либо к двум основаниям m_i и m_n). После этого известными методами проводится коррекция искаженного остатка a_i. Отличительной особенностью данного метода коррекции ошибок является возможность исправлять ошибки без остановки вычислений, что важно для СКСОИ, функционирующих в реальном времени. Детальное исследование рассматриваемой особенности СОК позволяет сделать вывод о том, что устройства, функционирующие в КВ, относятся к легко контролируемым и легко диагностируемым объектам. Отмеченная особенность СКСОИ, функционирующей в КВ, способствует разработке эффективных методов контроля и диагностики [2].

Таким образом, данное свойство даёт возможность реализовать уникальную систему контроля и коррекции ошибок в динамике вычислительного процесса при введении минимальной кодовой избыточности без остановки вычислений, что существенно для систем функционирующих в режиме реального времени.

Равноправность остатков: любой остаток a_i числа $A=(a_1, a_2,\ldots, a_n)$ несет информацию обо всем исходном числе, что даёт возможность программными методами заменить отказавший вычислительный тракт по модулю m_i на работоспособный тракт по модулю m_j ($m_i < m_j$) не прерывая решение задачи. КВ с двумя контрольными основаниями позволяет полностью сохранить работоспособность СКСОИ при отказах любых двух рабочих трактов. При возникновении третьего или даже четвертого отказов, СКСОИ все еще может выполнять программу при некотором уменьшении точности или скорости вычислений, т.е. СКСОИ в КВ является исключительно «живучей».

Отметим, что данная особенность обуславливает одно из самых замечательных свойств СОК: одна и та же СКСОИ может иметь различную надежность при решении различных задач в зависимости от требований, предъявляемым к точности, объему памяти и быстродействию машины при их решении, т.е. в процессе решения различных задач СКСОИ в КВ возможно осуществление «обменных» операций между точностью, быстродействием и надежностью.

Совместное использование первого и второго свойств (независимость и равноправность остатков) обуславливает наличие в СКСОИ одновременно трёх основных видов резервирования: структурного, информационного и функционального.

При структурном резервировании математическая модель надежности СКСОИ в СОК построена на основе введения вторичной

структурной избыточности. Информационные и контрольные вычислительные тракты играют роль элементов резервированной системы, а резервные вычислительные тракты — роль резервных элементов. Действительно, структурное резервирование проявляется при построении вычислительной системы на основе набора независимых и работающих параллельно во времени вычислительных трактов по соответствующим основаниям m_i.

Информационное резервировании используется за счет дополнительной информации, получаемой благодаря использованию контрольных вычислительных трактов, вводимых по основаниям m_{n+1}, m_{n+2}.

При появлении ошибок, вызванных сбоями в одном из вычислительных трактов m_j (j = 1 ... n+2) СКСОИ по одному из рабочих или контрольных оснований СОК, они устраняются известными методами. Таким образом, СКСОИ в СОК, синтезированная в соответствии с разработанной математической моделью, является (как и троированная мажоритарная структура) нечувствительная к сбоям.

Функциональное резервирование используется в случае, если выполняется условие:

$$m_j \geq \prod_{i=2}^{r} m_i .$$

Это дает возможность одному работоспособному контрольному тракту взять на себя функции до r отказавших информационных вычислительных трактов.

В рассматриваемой математической модели этот вид резервирования учитывается как добавка к k вычислительным трактам еще r резервных [3].

Малоразрядность остатков позволяет существенно повысить надёжность и быстродействие выполнения арифметических операций как за счет малоразрядности вычислительных трактов СКСОИ, так и за счет возможности использования (в отличии от ПСС) табличной арифметики, где арифметические операции сложения, вычитания и умножения выполняются практически в один такт.

Эта особенность СОК позволяет эффективно применять табличные методы реализации арифметических операций. Одновременно, табличные методы выполнения арифметических операций позволяют создать на базе матричных схем высоконадежные вычислительные устройства.

В частности малоразрядность остатков в представлении чисел в СОК дает возможность широкого выбора вариантов системотехнических решений при реализации модульных арифметических операций, основанных на следующих принципах:

- сумматорный принцип (на базе малоразрядных двоичных сумматоров);
- табличный принцип (на основе использования таблиц ПЗУ);
- прямой логический принцип реализации арифметических операций, основанный на описании модульных операций на уровне систем переключательных функций булевой алгебры;
- принцип кольцевого сдвига, основанный на использовании кольцевых регистров сдвига.

На основе использования трех основных свойств НСС (независимость, равноправность и малоразрядность остатков, определяющих кодовую структуру), СОК по сравнению с ПСС обладает следующими существенными преимуществами:

- возможность распараллеливания вычислений на уровне декомпозиции операндов, что существенно повышает их быстродействие;
- пространственное разнесение элементов данных с возможностью их последующей асинхронной независимой обработки;
- возможность табличного (матричного) выполнения арифметических операций базового набора и полиномиальных функций с однотактной выборкой результата модульной операции;
- возможность создания цифровых устройств с эффективным обнаружением и исправлением сбоев и отказов, а также самокорректирующихся и высоконадежных цифровых устройств;
- возможность коррекции ошибок в динамике вычислительного процесса путем добавления малых (а, следовательно, и более надежных, чем в позиционных процессорах) резервных блоков, аппаратурные затраты которых пропорциональны объему соответствующих сумматорных или табличных вычислителей;
- обеспечение высокой активной отказоустойчивости вычислительных структур на основе оперативной реконфигурации структуры вычислителя;
- меньшая вычислительная сложность вычислительных алгоритмов для отдельных классов (типов) задач;
- проявление особого свойства структуры модулярного вычислителя, обеспечивающего отсутствие эффекта размножения ошибок вычислений;
- приспособленность структуры СКСОИ в КВ для проведения оперативной диагностики блоков и узлов системы;
- возможность повышения надежности СКСОИ в КВ за счет эффективного использования пассивной и активной отказоустойчивости.

Выводы

Результаты анализа основных свойств НСС позволяет сделать вывод о том, что СКСОИ, функционирующие в КВ, относятся к легко контролируемым и легко диагностируемым объектам. Отмеченные особенности структуры и принципов функционирования СКСОИ в КВ способствуют разработки эффективных методов контроля и коррекции (диагностики и исправления) ошибок данных, не имеющих аналогов в ПСС.

Таким образом, использование основных свойств КВ создает предпосылки к возможности создания эффективных методов контроля, диагностики и исправления ошибок данных при введении минимальной информационной и временной избыточности.

Однако низкая достоверность контроля информации, а также не достаточная оперативность процедур диагностики и исправления ошибок данных в КВ, обуславливает необходимость совершенствования существующих и разработки новых методов.

Список литературы

1. Акушский И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. - М.: Сов. Радио, 1968. - 440 с.

2. Краснобаев В.А. Методы повышения надежности специализированных ЭВМ систем и средств связи / В.А. Краснобаев. – Х., 1990. - 173 с.

3. Краснобаев В.А., Ирхин В.П. Вариант решения обратной задачи оптимального резервирования в системе остаточных классов/ В.А. Краснобаев, В.П. Ирхин // Кибернетика. - 1990. - № 3. - С. 123 - 125.

4. Торгашов В.А. Система остаточных классов и надежность ЦВМ / В.А. Торгашов. - М., 1973. - 120 с.

5. Королев А.В., Краснобаев В.А., Лысенко И.Э. Коррекция ошибок в классе вычетов / А.В. Королев, В.А. Краснобаев, И.Э. Лысенко // АСУ летательных аппаратов. Вып. 4. - 1982. - С. 145 - 151.

6. Акушский И.Я. Основы машинной арифметики комплексных чисел / И.Я. Акушский, В.М. Амербаев, И.Т. Пак. - Алма-Ата : Наука, 1970. - 248 с.

7. Краснобаев В.А. Вариант математической модели ЭВМ в системе остаточных классов / В.А. Краснобаев // Кибернетика. - 1987. № 1.- С. 25 - 26, 38.

Поступила в редакцию 10.01.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ НЕПОЗИЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

В.А. Краснобаєв, С.В. Сомов, А.С. Янко

Розглянуті властивості непозиційної системи числення (НСЧ): незалежність залишків, рівноправність залишків і малоразрядность залишків. Використання основних властивостей НСЧ надає можливості створення ефективних методів контролю, діагностики і виправлення помилок даних при введенні мінімальної інформаційної та часової надмірності, і побудови відмовостійких і швидкодіючих систем комутації засобів обробки інформації (СКЗОІ) реального часу.

Ключові слова: *позиційна система числення, непозиційна система числення, система залишкових класів, клас лишків, система комутації засобів обробки інформації.*

THE BASIC PROPERTIES OF NONPOSITIONAL NUMBER SYSTEM

V.A. Krasnobayev, S.V. Somov, A.S. Yanko

The properties of nonpositional number system (NNS): independence residues, equality residues and low-bit residues. Use the basic properties of the NNS provides possibility of creation of effective methods of control, diagnostics and error correction data with the introduction of the minimum information and temporal redundancy, and build fault-tolerant and high-speed switching systems of information processing (SSIP) of the real time.

Keywords*: positional number system, nonpositional number system, the system of residual classes, residue class, switching system of information processing.*