УДК 528.2:629.78

Э.Н. Хомяков, В.Н. Медведев

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

СТАТИСТИЧЕСКАЯ АТТЕСТАЦИЯ ОЦЕНОК КООРДИНАТ НЕПОДВИЖНОЙ АППАРАТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЯ GPS, ГЛОНАСС ПО НАБЛЮДЕНИЯМ В ФОРМАТЕ NMEA-0183

Рассматривается задача оперативного анализа погрешностей оценок координат неподвижного потребителя GPS, ГЛОНАСС с использованием наблюдений в формате NMEA-0183. Оценки широты, долготы и ортометрической высоты преобразуются в гринвичские прямоугольные координаты в системе WGS-84. Систематические погрешности аппроксимируются квазидетерминированными последовательностями с использованием степенных функций Тейлора или ортогональных полиномов Чебышева на фиксированном интервале времени наблюдения. Случайные погрешности оценок координат полагаются в первом приближении дискретным белым гауссовским шумом с нулевым математическим ожиданием и неизвестной дисперсией. Кратко рассматриваются особенности вычислительной программы обработки данных. Приводится пример обработки оценок координат аппаратуры Навиор-24 (СН-4701).

Ключевые слова: *статистическая аттестация, неподвижный потребитель, оценки координат, NMEA-0183, степенные функции Тейлора, ортогональные полиномы Чебышева.*

Введение

Задача статистической аттестации оценок вектора состояния аппаратуры потребителей глобальных навигационных спутниковых систем является частным случаем общей задачи статистической аттестации измерительных радиосистем и комплексов [1].

Наиболее просто данная задача решается для неподвижных потребителей, поскольку координаты постоянны во времени, а компоненты вектора скорости равны нулю. Если антенна аппаратуры потребителя расположена в точке с известными координатами, то появляется возможность измерить полные погрешности оценок координат, как это делается, в частности, на контрольных станциях. Если координаты неизвестны, то можно выполнить статистический анализ динамики изменения во времени погрешностей этих оценок.

Оценки координат представляются обычно в различных форматах. Помимо специальных форматов широко используется международный формат NMEA-0183.

Представляет практический интерес разработать алгоритмы и вычислительную программу для анализа точности оценок координат неподвижного потребителя в конкретном сеансе с использованием данных в формате NMEA-0183, в частности, с использованием оценок координат в строке GGA.

Цель данной статьи заключается в кратком описании математического и программного обеспечения задачи статистической аттестации оценок гринвичских координат неподвижного потребителя по данным в формате NMEA-0183, а также в иллюстрации использования разработанного в лаборатории 530 кафедры 501 ХАИ программного обеспечения на практике.

1. Краткая характеристика исходной измерительной информации

В качестве исходной измерительной информации ниже используются оценки геодезической широты, геодезической долготы и высоты над геоидом, приведенные в строке GGA.

С учетом специфики формата NMEA-0183 при представлении широт и долгот, а также высоты представляет интерес для дальнейшего преобразовать исходные данные в гринвичские прямоугольные координаты в системе координат WGS-84. При этом необходимо использовать имеющееся в строке GGA превышение геоида над эллипсоидом, а также известные значения большой полуоси и квадрата первого эксцентриситета общего земного эллипсоида.

На рис. 1 приведены фрагменты выходных файлов в формате NMEA-0183, полученные с использованием аппаратуры потребителей ACE-III (Trimble Navigation), Навиор-14 (Оризон-Навигация), Навиор-24 (Навис-Украина). При разработке программного обеспечения данной задачи приходится учитывать некоторое различие в форматах чисел, представляющих широту, долготу, высоту и превышение геоида над эллипсоидом в выходных файлах различных приемников. Следует отметить, что в строке GGA дополнительно присутствуют:

– дата и время (UTC) наблюдения,

– индикатор общего качества сеанса (1),

– количество используемых навигационных космических аппаратов, – горизонтальный геометрический фактор.

Фрагмент NMEA – файла ACE_III (Trimble Navigation), лаборатория 530

```
$GPZDA,075942.3,02,10,2013,,*5B
$GPGGA,075942.0,5002.575,N,03617.512,E,1,05,1.75,00186,M,016,M,,*5A
$GPGLL,5002.575,N,03617.512,E,075942.0,A*3C
$GPVTG,208.0,T,201.7,M,000.6,N,001.1,K*46
$GPGSA,A,3,02,31,10,25,05,,,,,,,2.54,1.75,1.84*0C
$GPGSV,2,1,8,02,52,071,30,04,16,045,31,12,56,125,,31,31,308,40*4B
$GPGSV,2,2,8,10,19,067,,29,54,260,,25,80,287,31,05,15,120,34*42
$GPRMC,075942.0,A,5002.575,N,03617.512,E,000.6,208.0,021013,06.3,E*58
```

Фрагмент NMEA – файла BM 2000 – Навиор 14 (Оризон-Нвигация), лаборатория 530

```
$PORZD,A,10.0*0D
$GPRMC,105346,A,5002.5684,N,03617.5152,E,0.00,00.0,170800,,*1E
$GPGGA,105346.387,5002.5684,N,03617.5152,E,1,04,00.4,196.8,M,17.0,M,,*6D
$GPGLL,5002.5684,N,03617.5152,E,105346.387,A*35
$GPZDA,075346.38692755,17,08,0000,-3,0*44
$GPVTG,00.0,T,,M,0.00,N,0.00,K*50
$GPGSV,4,1,14,02,03,321,00,03,15,188,00,09,07,026,07,11,52,295,00*7A
$GPGSV,4,2,14,15,49,122,15,20,10,258,00,21,46,069,15,23,02,072,00*76
$GPGSV,4,3,14,25,04,148,00,29,59,081,15,31,39,221,00,40,27,282,00*7F
$GPGSV,4,4,14,48,38,066,15,55,30,318,00*76
$GPGSA,A,3,00,48,00,00,00,00,00,15,21,00,29,00,00,09,,00.1,*0A
$PORZX,1,0,0,0,0300,A*0C
```

Фрагмент NMEA – файла CH-4701 –Навиор 24 (Навис-Украина), лаборатория 530

```
$PORZD,A,014.2*3B
$GPGSV,6,1,22,03,53,288,27,06,70,251,,14,05,163,,15,25,053,*7A
$GPGSV,6,2,22,16,28,232,,18,67,080,,19,32,306,,21,45,088,*7D
$GPGSV,6,3,22,22,66,194,32,27,65,282,23,65,62,053,31,66,56,191,*77
$GPGSV,6,4,22,67,06,206,,72,10,033,35,73,11,357,36,80,11,309,35*7E
$GPGSV,6,5,22,81,69,325,37,82,18,314,38,88,49,125,,33,15,238,*74
$GPGSV,6,6,22,37,31,199,,39,32,194,*79
$GPGSA,A,3,82,72,73,80,81,65,,,,,,,,,,,,,,,,,,,05.5,04.4,03.4*0C
$GPGGA,111922.999,5002.57453,N,03617.51099,E,1,06,04.4,197.9,M,16.9,M,,*63
$GPRMC,111923.999,A,5002.57448,N,03617.51099,E,00.00,179.6,011113,,,A*6E
```

Рис. 1. Фрагменты выходных файлов в формате NMEA-0183

2. Математическая постановка задачи, метод решения, основные соотношения

Оценки одной из гринвичских координат представим в виде

$$u_k = \lambda_k + n_k,\ k = 1,2,...,M,$$

где λ_k – квазидетерминированная компонента, которая в случае неподвижного потребителя характеризует динамику систематической погрешности в пределах данного интервала времени наблюдения, n_k – компонента, характеризующая случайные погрешности, которые в первом приближении полагаются гауссовскими, причем

$$\langle n_k \rangle = 0,\ \langle n_k \cdot n_l \rangle = \begin{cases} \sigma_n^2,\ l = k; \\ 0\ ,\ l \neq k. \end{cases}$$

Если антенна приемника расположена в точке с известными координатами, то имеется возможность наблюдать полные погрешности

$$\delta u_k = \delta\lambda_k + n_k;\ \delta\lambda_k = \lambda_k - \lambda_0,$$

где λ_0 – известное значение координаты.

Если точное значение координаты неизвестно, то можно обрабатывать приращения вида

$$\delta u_k = \lambda_k - \bar{\lambda} + n_k;\ \bar{\lambda} = \sum_{k=1}^{M} \lambda_k \Big/ M\,.$$

Квазидетерминированную компоненту представим в виде

$$\lambda_k = \sum_{i=0}^{p} c_i \cdot \varphi_{ki}\,,$$

где φ_{ki} – известные функции дискретного времени k и индекса i, c_i – неизвестные коэффициенты, подлежащие оцениванию.

В качестве функций φ_{ki} в рассматриваемой задаче целесообразно использовать степенные функции Тейлора или ортогональные полиномы Чебышева, обладающие свойством

$$\sum_{k=1}^{M} \varphi_{ki} \cdot \varphi_{kl} = \begin{cases} \sum_{k=1}^{M} \varphi_{ki}^2,\ l = k; \\ 0,\ l \neq k. \end{cases}$$

Рекуррентные выражения для степенных функций Тейлора и ортогональных полиномов Чебышева приведены в [2]. Для решения задачи использован метод максимального правдоподобия. Оценка вектора неизвестных коэффициентов c_i, i = 0,1, ..., p определяется выражением

$$\hat{\vec{c}} = \underline{A} \cdot \vec{a}(\vec{u}),$$

где $\vec{u}^T = (u_1,\ u_2,\ ...,u_M)$, $\vec{a}(\vec{u})$ – вектор с элементами $a_j(\vec{u}) = \sum_{k=1}^{M} u_k \cdot \varphi_{kj};\ j = 0,1,2,...,p;$ $\underline{A}$ – матрица с элементами $A_{ij} = \sum_{k=1}^{M} \varphi_{ki} \cdot \varphi_{kj};\ i,j = 0,1,2,...,p.$

Полученные оценки коэффициентов $\hat{c}_l$ позволяют найти оценку квазидетерминированной компоненты

$$\hat{\lambda}_k = \sum_{i=0}^{p} \hat{c}_i \cdot \varphi_{ki}.$$

Несмещенная оценка дисперсии случайной погрешности определяется выражением

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{M-(p+1)} \sum_{k=1}^{M} \left(u_k - \hat{\lambda}_k\right)^2.$$

Матрица $\underline{\hat{\Sigma}}_{\hat{c}} = \hat{\sigma}_n^2 \cdot \underline{A}^{-1}$ характеризует дисперсии и ковариации погрешностей оценок коэффициентов степенных рядов Тейлора или Чебышева. Погрешность оценки $\hat{\lambda}_k$ определяется выражением

$$\hat{\sigma}_{\lambda_k}^2 = \hat{\sigma}_n^2 \cdot \sum_{i,j=0}^{p} A_{ij}^{-1} \cdot \varphi_{ki} \cdot \varphi_{kj}.$$

Наконец, можно получить выражение для дисперсии оценки дисперсии $\hat{\sigma}_n^2$, а именно

$$\hat{\sigma}_{\sigma_n^2}^2 = \frac{2 \cdot \hat{\sigma}_n^2}{M}.$$

3. Структура и особенности программы статистической аттестации оценок координат неподвижного потребителя

Вычислительная программа включает:

- модуль ввода исходных данных,
- модуль преобразования широты, долготы и высоты в гринвичские координаты,
- модуль расчета коэффициентов рядов Тейлора или Чебышева,
- модуль расчета квазидетерминированной компоненты и дисперсии случайной компоненты,
- модуль расчета среднеквадратических погрешностей оценок коэффициентов полиномов, оценки квазидетерминированной компоненты, дисперсии погрешности оценки дисперсии случайной компоненты.

Дополнительно в программе имеется модуль статистической обработки невязок (разностей исходных данных и оценок полиномиальной компоненты) с использованием классического статистического анализа временных рядов. Здесь вычисляются статистические моменты до четвертого включительно, коэффициенты асимметрии и эксцесса, корреляционные функции. Кроме того, строятся гистограммы, проверяется гипотеза нормальности плотности распределения вероятности с использованием известных критериев согласия.

На рис. 2 приведено основное окно программы. Здесь можно выбрать тип полинома (Тейлора или Чебышева), степень полинома (до девятой включительно). Имеется возможность выбрать обработку исходных данных или отклонений от средних значений за сеанс. Выбор исходных данных позволяет использовать данные различных навигационных сеансов (рис. 3). Результаты обработки сохраняются в текстовом файле. Предусмотрена и графическая интерпретация результатов вычислений (рис. 4).

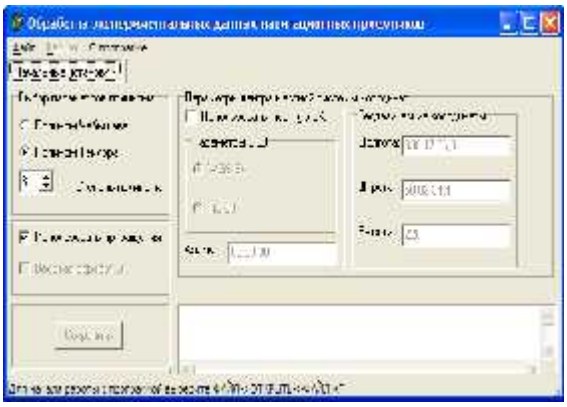

Рис. 2. Окно программы

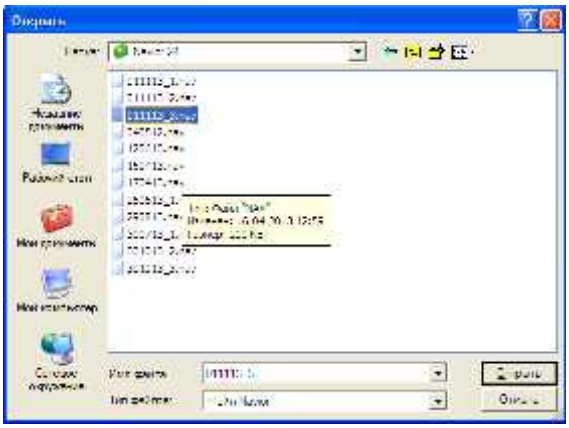

Рис. 3. Выбор навигационного сеанса

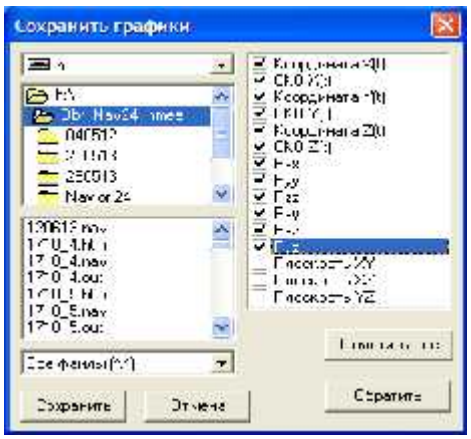

Рис. 4. Окно сохранения графиков

В последней версии программы предусмотрено сохранение результатов в формате htm.

4. Примеры обработки оценок координат аппаратуры Навиор 24

Пример обработки оценок координат аппаратуры Навиор 24 (СН-4701). На рис. 5 приведены фрагменты файла 011113_3.out при использовании полинома Тейлора третьей степени для аппроксимации медленноменяющейся погрешности наблюдения.

Пример обработки оценок координат аппаратуры Навиор 24 (графическая интерпретация). Графическая интерпретация результатов обработки оценок координат аппаратуры Навиор 24 приведена на рис. 6 – 17.

Обрабатывается файл G:\Хомяков\Программы\Obr_Nav24_nmea\Navior24\011113_3.out
Время начала обработки: 0.000
Время окончания обработки: 836.000. Объем выборки 837 точек
Среднее значение координаты X: 3308152.881
Среднее значение координаты Y: 2429356.282
Среднее значение координаты Z: 4866020.164
Входные данные – отклонения оценок координат от среднего значения и приращения относительно начального значения

Время	X	dX=X-X0	Y	dY=Y-Y0	Z	dZ=Z-Z0
0.00	0.23	0.000	0.34	0.000	-2.04	0.000
1.00	0.25	0.021	0.13	-0.207	-1.56	0.480
2.00	0.25	0.021	-0.12	-0.458	-1.04	0.996
3.00	0.30	0.062	-0.34	-0.680	-0.44	1.600
4.00	0.25	0.018	-0.64	-0.979	0.00	2.039
5.00	0.29	0.061	-0.89	-1.229	0.62	2.655

……

Сглаженный полином Тейлора и невязка

Время	XT	X-XT	YT	Y-YT	ZT	Z-ZT
0.00	0.66	-0.425	-1.37	1.712	-1.80	-0.233
1.00	0.62	-0.371	-1.37	1.500	-1.73	0.179
2.00	0.59	-0.337	-1.36	1.244	-1.67	0.627
3.00	0.56	-0.263	-1.36	1.018	-1.60	1.164
4.00	0.53	-0.275	-1.35	0.714	-1.53	1.537
5.00	0.49	-0.199	-1.35	0.460	-1.47	2.087

……

Среднеквадратические погрешности оценки полиномиальной компоненты (Sx, Sy, Sz)

Время	Sx	XT-XT0	Sy	YT-YT0	Sz	ZT-ZT0
0.00	0.120	0.000	0.214	0.000	0.401	0.000
1.00	0.119	-0.033	0.212	0.005	0.397	0.068
2.00	0.118	-0.067	0.211	0.009	0.394	0.135
3.00	0.117	-0.100	0.209	0.014	0.390	0.202
4.00	0.116	-0.132	0.207	0.019	0.387	0.269
5.00	0.115	-0.165	0.205	0.024	0.383	0.335

……

Координата X

Степень	Коэффициент	СКО[коэффициента полинома]
0	0.65795286	0.12009354
1	-0.03353957	0.00124481
2	0.00024051	0.00000692
3	-0.00000060	0.00000002

СКО невязки SIGMA[No] 0.87249965. Относительная погрешность ее оценки 0.024
Гистограмма распределения невязок

номер интервала	границы		число попаданий
1	-2.372..	-1.843	15.0
2	-1.843..	-1.314	87.0
3	-1.314..	-0.785	89.0
4	-0.785..	-0.256	123.0
5	-0.256..	0.273	166.0
6	0.273..	0.802	192.0
7	0.802..	1.331	101.0
8	1.331..	1.861	38.0
9	1.861..	2.390	15.0
10	2.390.	2.919	11.

Рис. 5. Фрагменты файла 011113_3.out

Рис. 6. Исходные данные и оценка полиномиальной компоненты координаты X

Рис. 7. Исходные данные и оценка полиномиальной компоненты координаты Y

Рис. 8. Исходные данные и оценка полиномиальной компоненты координаты Z

Рис. 9. Среднеквадратическая погрешность оценки полиномиальной компоненты и среднеквадратическое значение случайной погрешности оценки координаты X

Рис. 10. Среднеквадратическая погрешность оценки полиномиальной компоненты и среднеквадратическое значение случайной погрешности оценки координаты Y

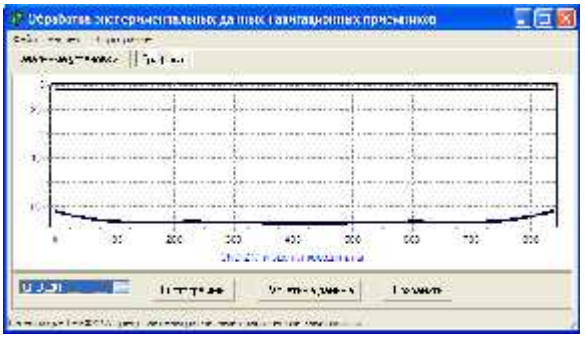

Рис. 11. Среднеквадратическая погрешность оценки полиномиальной компоненты и среднеквадратическое значение случайной погрешности оценки координаты Z

Рис. 12. Гистограмма случайной погрешности оценки координаты X

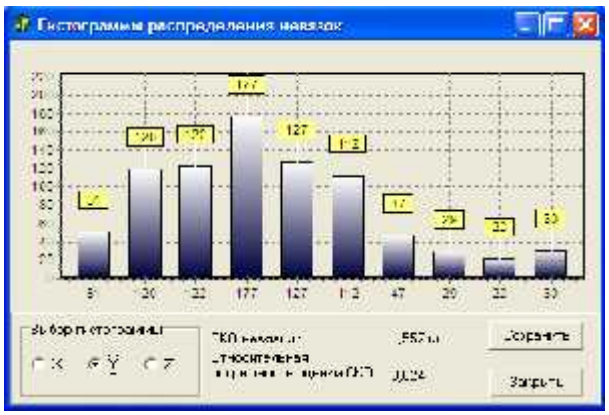

Рис. 13. Гистограмма случайной погрешности оценки координаты Y

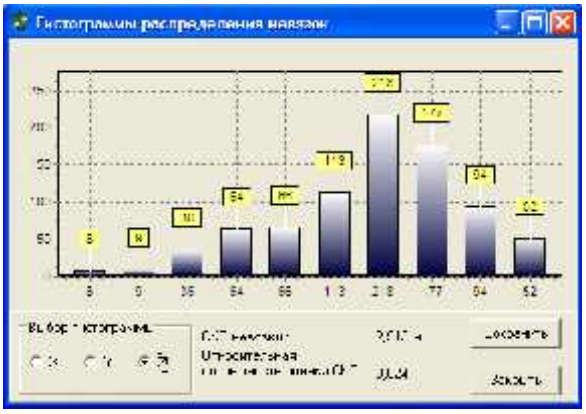

Рис. 14. Гистограмма случайной погрешности оценки координаты Z

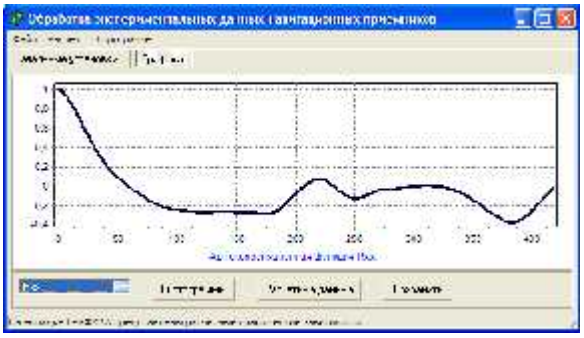

Рис. 15. Автокорреляционная функция случайной погрешности оценки координаты X

Рис. 16. Автокорреляционная функция случайной погрешности оценки координаты Y

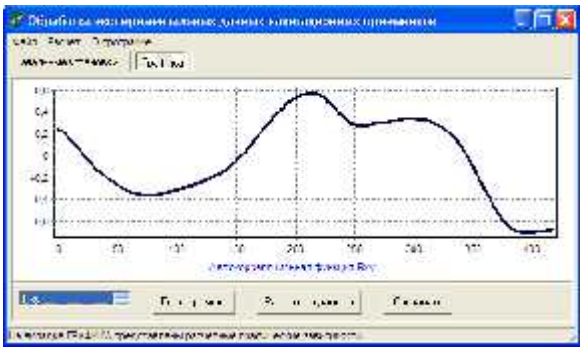

Рис. 17. Взаимно-корреляционная функция случайных погрешностей оценок координат X и Y

Краткие выводы

1. Представляется целесообразным использование приведенной технологии и соответствующей вычислительной программы для оперативного анализа качества навигационного сеанса с использованием обработки данных в формате NMEA-0183.

2. Систематическая (медленноменяющаяся) компонента аппроксимируется отрезком ряда Тейлора или ряда Чебышева.

3. В рассмотренном примере обработки оценок координат аппаратуры Навиор 24 в сеансе длительностью около 15 минут медленноменяющиеся погрешности изменялись в пределах единиц метров (рис. 6 –8). Среднеквадратические значения случайных погрешностей оценок координат не превышали 3 метров. Среднеквадратические значения погрешностей оценок полиномиальной компоненты не превышали 40 см (рис. 9 – 11).

4. Гистограммы случайных погрешностей оценок координат свидетельствуют о негауссовском распределении плотности вероятности (рис. 12 – 14).

5. Характер поведения корреляционных функций случайных погрешностей оценок координат (рис. 15 – 17) указывает на наличие коррелированной компоненты в невязках

Список литературы

1. Фалькович С.Е. Статистическая теория измерительных радиосистем / С.Е. Фалькович, Э.Н. Хомяков. – М.: Радио и связь, 1981. – 288 с.

2. Спутниковые системы координатно-временного обеспечения неподвижного потребителя: учеб. пособие / Э.Н. Хомяков, Е.Э. Наумова, С.Г. Шаповалов, Д.В. Трикоз. – Х.: Нас. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2000. – 109 с.

Поступила в редколлегию 8.09.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.В. Лукин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

СТАТИСТИЧНА АТЕСТАЦІЯ ОЦІНОК КООРДИНАТ НЕРУХОМОЇ АПАРАТУРИ СПОЖИВАЧА GPS, ГЛОНАСС ЗА СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ У ФОРМАТІ NMEA-0183

Е.М. Хомяков, В.М. Медведев

Розглядається задача оперативного аналізу погрішностей оцінок координат нерухомого споживача GPS, ГЛОНАСС із використанням спостережень у форматі NMEA-0183. Оцінки широти, довготи й ортометричної висоти перетворяться в Гринвіцькі прямокутні координати в системі WGS-84. Систематичні погрішності апроксимуються квазідетермінованими послідовностями з використанням ступеневих функцій Тейлора або ортогональних поліномів Чебишова на фіксованому інтервалі часу спостереження. Випадкові погрішності оцінок координат покладаються в першому наближенні дискретним білим гаусовським шумом з нульовим математичним очікуванням і невідомою дисперсією. Коротко розглядаються особливості обчислювальної програми обробки даних. Наводиться приклад обробки оцінок координат апаратури Навіор-24 (CH-4701).

Ключові слова: *статистична атестація, нерухомий споживач, оцінки координат, NMEA-0183, ступеневі функції Тейлора, ортогональні поліноми Чебишова.*

STATISTICAL VALIDATION OF ESTIMATES FIXED EQUIPMENT USER COORDINATE GPS, GLONASS OBSERVATIONS NMEA-0183 FORMAT

E.N. Homyakov, V.N. Medvedev

The problem of an operating error analysis for estimations of co-ordinates for fixed customer GPS, GLONASS with usage of observations in the format NMEA-0183 is considered. The estimations of a latitude, longitude and orthometric height are converted to Greenwich rectangular co-ordinates in a system WGS-84. The slow varying errors are approximated by sequences with usage of Taylor functions or Chebyshev orthogonal polynomials on a fixed time period of observation. The random inaccuracies of estimations of co-ordinates rely as a discrete white noise with zero expectation and unknown dispersion. The features of the computing program of data processing are briefly discussed. The example of processing of estimations of co-ordinates using equipment Navior-24 (CH-4701) is given.

Keywords: *statistical certification, fixed customer, estimation of coordinates, NMEA-0183, Taylor functions, Chebyshev orthogonal polynomials.*