УДК 358.4 : 656.7

Р.В. Хращевський

Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Кіровоград

КООРДИНУВАННЯ В СИСТЕМІ ПЛАНУВАННЯ РОЗПОДІЛУ ПОВІТРЯНОГО ПРОСТОРУ

На основі визначених принципів координації системи планування розглянуті основні шляхи по внутрішній і міжрівневій координації. Сформульовані основні умови та математична інтерпретація здійснення координації системи планування відносно завдань, що стоять перед багаторівневою системою планування.

Ключові слова: *координація, система планування, модифікація.*

Обґрунтування актуальності дослідження та аналіз літератури

Постановка завдання аналізу. Успіх у синтезі механізму координування системи планування залежить від принципів, що прийняті за основу її формування, локальних оптимізаційних задач та їх взаємозв'язків [1, 2]. Зважаючи на це необхідно визначити основні шляхи по внутрішній і міжрівневій координації, сформульовати основні умови та здійснити математичну інтерпретацію щодо координації системи планування відносно завдань, що стоять перед багаторівневою системою планування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанню дослідження принципів координації систем планування та їх взаємозв'язків приділяється багато уваги [1 - 3].

Значний внесок у дослідження зазначеного питання зробили такі вчені як М. Месарович, Д. Мако, І. Такахара, Л.М. Артюшин, О.М. Загорка, В.О. Косевцов, Р. Куликівський, С.П. Мосов, В.Б. Толубко та багато інших.

Аналіз публікацій з даного питання показав, що координація систем планування, в основному, розглядалося як функціонування системи одного рівня. Оцінка ж якості міжрівневої координації переносилась в область організації взаємодії і надавалась, переважно якісна оцінка процесу прийняття рішення по кінцевому результату. Тому, вважаю за доцільне продовжити дослідження питань координації системи прийняття рішення як багаторівневої системи планування з подальшою метою синтезу механізму координації багаторівневих систем планування.

Метою статті є формулювання основних умов та здійснення математичної інтерпретація по координації системи планування відносно завдань, що стоять перед багаторівневою системою планування.

Основний матеріал дослідження

У статті зосередимо увагу на координованості системи планування при використанні принципу узгодження взаємодій і принципу узгодження функцій якості відповідно до [4]. Отримані результати відносяться до випадку, коли відсутня конфліктність і розглянута система планування має властивість безумовної узгодженості.

Оскільки буде використовуватися координація тільки шляхом зміни цілей (принципи узгодження призначені головним чином для тих випадків, коли ми маємо справу з «розв'язаними» взаємодіями), то множиною координуючих сигналів є множина B. Тоді для кожного $\beta \in B$ символ x^β позначає пару (m^β, u^β) із прямого добутку множин $M \times U$, таку, що для кожного i, $1 \le i \le n$, пари $\left(m_i^\beta, u_i^\beta\right)$ є β-оптимальною, тобто

$$g_{i\beta}\left(m_i^\beta, u_i^\beta\right) = \min_{M_i \times U_i} g_{i\beta}\left(m_i, u_i\right)$$

і, отже, $\left(m_i^\beta, u_i^\beta\right)$ – оптимальне рішення локальної задачі оптимізації $D_i(\beta)$. Елемент $\hat{m}$ із M означає глобально оптимальний керуючий вплив.

Під «координованістю» з використанням тих або інших принципів узгодження будемо розуміти наступне:

1) Принцип узгодження взаємодій застосуємо тоді й тільки тоді, коли справедлива наступна пропозиція:

$$(\forall\beta)\left(\forall x^\beta\right)\left(\exists\hat{m}\right)\left\{\left[\begin{array}{l}(m,u) = x^\beta \quad i \\ u = K(m)\end{array}\right] \Rightarrow m = \hat{m}\right\}. \quad (1)$$

Принцип не застосуємо тоді й тільки тоді, коли існують таке β і така пара $(m^\beta, u^\beta) = x^\beta$, що $u^\beta = K(m^\beta)$, але управління m^β не є глобально оптимальним. Система планування може бути скоординована на основі принципу узгодження взаємодій тоді й тільки тоді, коли можливе застосування принципу та існує такий координуючий сигнал β і таке $x^\beta = (m^\beta, u^\beta)$, що $u^\beta = K(m^\beta)$.

2) Застосування принципу узгодження функцій якості можливе, якщо справедлива наступна пропозиція:

$$(\forall\beta)\left(\forall x^{\beta}\right)(\exists m)\left\{\begin{bmatrix}(\hat{m},u)=x^{\beta}\ \ i\\ \overline{g}_{\beta}\left(m,K(m)\right)=\overline{g}_{\beta}(m,u)\end{bmatrix}\Rightarrow\right\}, \quad (2)$$

$$m=\hat{m}$$

де $\overline{g}_{\beta}(m,u)=\left(g_{1\beta}(m_1,u_1),\ldots,g_{n\beta}(m_n,u_n)\right)$.

Координованість при використанні принципу узгодження. Система планування може бути скоординована на основі принципу узгодження функцій якості, якщо принцип може бути застосований та існують такі β у B і така пара (m^{β}, u^{β}) = x^{β}, що

$$g_{\beta}\left(m^{\beta},K\left(m^{\beta}\right)\right)=g_{\beta}\left(m^{\beta},u^{\beta}\right).$$

При аналізі координованості на основі принципів узгодження будемо переходити від більше слабких до більше сильних вимог. Є дві властивості – безумовна міжрівнева узгодженість, що пов'язана із застосовністю принципів, і загальна властивість – безумовна локальна узгодженість, – стосовно до існування оптимального координуючого впливу. Міжрівнева узгодженість – точкова властивість є більше слабким із зазначених двох властивостей; тому почнемо аналіз із розгляду систем, наділених цією властивістю.

Системи з міжрівневою узгодженістю. Для застосування обох принципів узгодження досить існування міжрівневої узгодженості. Система не обов'язково повинна володіти міжрівневою узгодженістю для того, щоб були застосовні принципи узгодження; однак при досить слабких умовах міжрівнева узгодженість виявляється необхідною. Система планування, для якої будемо застосовувати певний принцип узгодження, повинна мати локальну узгодженість, якщо передбачається, що система координується при використанні цього принципу. Однак при порівняно слабких додаткових умовах, при яких стає необхідною міжрівнева узгодженість, локальна погодженість є не тільки необхідною, але також і достатньою умовою для координованості при використанні цього принципу.

З концептуальної точки зору надзвичайно важливим представляється насамперед такий результат:

Принцип узгодження взаємодій будемо застосовувати для розглянутої системи планування тоді й тільки тоді, коли для неї будемо застосовувати принцип узгодження функцій якості, а система планування координується на основі принципу узгодження взаємодій тоді й тільки тоді, коли вона координується на основі принципу узгодження функцій якості [1, 2].

Таким чином, можна вважати, що обидва принципи узгодження математично еквівалентні; тому ми можемо обмежити наш аналіз розглядом принципу узгодження взаємодій. Із змістовної ж точки зору ці принципи відрізняються один від іншого. Використання принципу узгодження взаємодій вимагає, щоб фактичні сполучні входи були або вимірними, або обчислювальними, у противному випадку принцип узгодження взаємодій не може бути використаний. Виникаючі при цьому труднощі можна обійти, якщо використовувати принцип узгодження функцій якості, тому що уявні і фактичні локальні витрати найчастіше бувають відомі.

Перейдемо до аналізу координованості системи планування при використанні принципу узгодження взаємодій. Завдяки наведеним вище твердженням результати наступного аналізу будуть справедливі й для принципу узгодження функцій якості.

Принцип узгодження взаємодій будемо застосовувати для всякої системи планування, що має міжрівневу узгодженість.

Припустимо тепер, що ця система планування не має міжрівневої узгодженості; тоді принципи узгодження будуть все-таки застосовні за умови, що для кожного координуючого впливу, що не приводить до міжрівневої узгодженості, або не виконується умова координованості, або щонайменше для однієї локальної задачі не досягається оптимальне рішення. Це вказує на те, що при певних (досить слабких) умовах міжрівнева узгодженість не тільки достатня, але й необхідна.

Припустимо, що для кожного координуючого сигналу β у розглянутій системі планування і будь-якого i, $1 \le i \le n$,

$$\min_{M_i\times U_i} g_{i\beta}\left(m_i,u_i\right)=\min_{M} g_{i\beta}\left(m_i,K_i(m)\right)$$

має місце щораз, коли існує його права частина. Тоді наявність у системі міжрівневої узгодженості як необхідно, так і достатньо для застосовності принципу узгодження взаємодій.

Виконання зазначених вище передумов пов'язане з умовою: для кожного i, $1 \le i \le n$,

$$Mi \times Ui = \{(m_i, K_i(m)): m \in M\}.$$

Ця умова задовольняється, якщо для всіх i, $1 \le i \le n$ зв'язуючі входи u_i, що отримуються за допомогою функцій K_i, не залежать від керуючих впливів m_i, і $Ui = K_i(M)$.

Але навіть якщо даний принцип узгодження можна застосувати для розглянутої системи планування, ця система може бути некоординованою при використанні даного принципу. Координованість на основі того або іншого принципу не буде мати місця, якщо не існує такого координуючого сигналу, для якого виконувалася б умова координованості.

Припустимо, що принцип узгодження

взаємодій у цій системі планування можна застосувати. Тоді для того, щоб система була координованою при використанні цього принципу, вона повинна мати локальну узгодженість [1, 2].

Таким чином, для того щоб умова координованості, при використанні якого-небудь із двох принципів узгодження задовольнялася, система повинна насамперед мати локальну узгодженість. Однак так само, як міжрівнева узгодженість не є необхідною для застосовності принципів узгодження, локальна узгодженість буде як необхідною, так і достатньою умовою для координованості на основі принципу узгодження взаємодій.

Системи, що мають властивість безумовної локальної узгодженості. Ціль модифікації локальної функції якості – зробити систему координованою. Маючи на увазі отримані вище результати, проаналізуємо тепер системи з погляду того, при яких умовах ці системи координовані за допомогою принципів узгодження. Відомо, що для координованості необхідна, а в деяких випадках і достатня локальна узгодженість. Нехай для даної системи планування g_B – уявна глобальна функція витрат, а g нехай позначає глобальну цільову функцію системи.

Система планування координована на основі принципу узгодження взаємодій, тільки якщо виконується наступна рівність:

$$\max_{M\times U} \min g_B(\beta, m, n) = \min_M g(m). \qquad (3)$$

Рівність (3) є необхідною, але не достатньою умовою для координованості на основі якого-небудь із принципів узгодження. Може статися й так, що жодна з локальних задач у цій системі планування не має оптимального рішення; тоді система не буде координованою.

Припустимо, що нерівність

$$g(m) \le \sup g_B(\beta, m, u) \qquad (4)$$

виконується для всіх (m, u) з M × U. Тоді існування сідлової точки g_B, тобто виконання рівності

$$\max_{M\times U} \min g_B(\beta, m, u) = \min_{M\times U} \min_{M\times U} g_B(\beta, m, u)$$

є одночасно необхідною й достатньою умовою для координованості на основі принципу узгодження взаємодій.

Система планування координована при використанні певного принципу узгодження (принципу узгодження взаємодій або принципу узгодження функцій якості) тоді й тільки тоді, коли існує такий координуючий сигнал, що конкретизовані локальні задачі оптимізації мають оптимальні рішення, які задовольняють умові координованості для даного принципу координації. Такі координуючі сигнали ми будемо називати компенсуючими. Отримані вище результати дають умови існування компесуючих сигналів у системі.

Координованість при використанні принципу прогнозування взаємодій. Цей принцип можна охарактеризувати таким чином: глобального оптимуму можна досягти за допомогою локальних дій, якщо правильно прогнозуються сполучні входи, але частіше доводиться використовувати ще й координацію шляхом зміни цілей (модифікувати відповідним чином локальні функції якості).

Застосовність принципу прогнозування взаємодій, а також координованість на його основі залежать від того, чи використовується координація шляхом зміни цілей. Розглянемо два випадки:

1) координація шляхом зміни цілей не використовується (застосовується тільки спосіб прогнозування взаємодій);

2) координація шляхом зміни цілей здійснюється відповідно до прогнозу сполучних входів.

Сформулюємо основні положення, що стосуються координованості.

1. Принцип прогнозування взаємодій будемо застосовувати (без координації шляхом зміни цілей) тоді й тільки тоді, коли справедливе наступне твердження:

$$(\forall\alpha)\left(\forall m^{\alpha}\right)(\exists\hat{m})\left\{\begin{bmatrix} m = m^{\alpha} & i \\ K(m) = \alpha & \end{bmatrix} \Rightarrow m = \hat{m}\right\}. \qquad (5)$$

Система планування (без координації шляхом зміни цілей) буде координована при використанні принципу прогнозування взаємодій тоді й тільки тоді, коли цей принцип можна застосувати і існує вірний прогноз α; інакше кажучи, для якогось α з A існує таке m^{α}, що $K(m^{\alpha}) = \alpha$.

Система планування, для якої використовується тільки спосіб прогнозування взаємодій, цілком може й не бути координованою за допомогою принципу прогнозування взаємодій.

Цей принцип не застосовується і у тому випадку, коли є правильний прогноз, що, однак, не приводить до глобально оптимального поводження. Глобальний оптимум досягається при наявності вірного прогнозу α, тільки якщо α оптимально в тому розумінні, що $\alpha = K(\hat{m})$ для деякого глобально оптимального керуючого впливу $\hat{m}$. Навіть якщо принцип можна застосовувати, координованість може бути відсутньою, якщо всі прогнози, оптимальні у вищевказаному змісті, виявляються невірними (тобто не реалізуються на практиці).

Наведені причини некоординованості можна усунути, якщо виконати відповідні модифікації локальних функцій якості відповідно до прогнозних значень сполучних входів.

2. Принцип прогнозування (взаємодій) можна застосовувати при використанні відображення η: M

→ В тоді й тільки тоді, коли для будь-якого координуючого сигналу (α, β), для якого β = η(α), виконується наступна умова:

$$(\forall\gamma)\left(\forall m^{\gamma}\right)(\exists\hat{m})\left\{\begin{bmatrix} m \equiv m^{\gamma} & i \\ q_{\eta}(m) = \gamma & \end{bmatrix} \Rightarrow m \equiv \hat{m}\right\}, \quad (6)$$

де $q_\eta(m) = (K(m), \eta(m))$.

Система планування координована при використанні цього принципу при використанні η тоді й тільки тоді, коли принцип можна застосовувати при використанні η і, крім того, існує координуючий сигнал γ, для якого є таке m^{γ}, що $q_\eta(m^{\gamma}) = \gamma$.

Координованість при фіксованих цілях. Спочатку розглянемо випадок, коли координація шляхом зміни цілей не використовується. Тоді відповідні цільові властивості, необхідні для координованості, являють собою властивості обмеженої узгодженості. Результати більш-менш подібні з тими, які відносяться до зв'язку властивостей безумовної узгодженості з координованістю на основі принципів узгодження. Принцип прогнозування взаємодій можна застосовувати і без зміни цілей у будь-якій системі планування, яка володіє обмеженою міжрівневою узгодженістю [1, 2].

Система планування могла б і не мати обмеженої міжрівневої узгодженості, і все-таки принцип прогнозування взаємодій міг би виявитися можливим для застосування без модифікації цілей.

Нехай система планування така, що кожне $\alpha = K(m)$, $m \in M$, задовольняє n рівностям

$$\min_{M_i} g_i(m_i, \alpha_i) = \min_{(m \in M: K_i(m) = \alpha_i)} g_i(m_i, K_i(m))$$

щораз, коли праві частини цих рівностей існують. Тоді існування в системі обмеженої міжрівневої узгодженості є необхідною й достатньою умовою для застосовності принципу прогнозування взаємодій без зміни цілей.

Для того щоб принцип прогнозування взаємодій був застосовний у системі планування без зміни цілей, необхідно й достатньо, щоб кожний не керуючий вплив, що $\tilde{m}$ є глобально оптимальним, з M задовольняло нерівності

$$\inf_{M_i} g_i(m_i, K_i(\tilde{m})) < g_i(\tilde{m}_i, K_i(\tilde{m}))$$

для деякого i, $1 \le i \le n$.

Застосовність принципу прогнозування взаємодій без зміни цілей сама по собі марна, якщо не можна одержати вірний прогноз. Якщо вірний прогноз не може бути отриманий, то, хоча принцип і може бути застосованим без зміни цілей, проте система не буде координованою за допомогою розглянутого принципу. Таким чином для координованості за допомогою даного принципу без зміни цілей необхідна обмежена локальна узгодженість.

Але наявність обмеженої локальної узгодженості недостатньо для координованості. Точно так само обмежена міжрівнева узгодженість не є необхідною для застосовності принципу. Знайдемо умову, при якому обмежена локальна узгодженість є одночасно необхідною й достатньою.

Припустимо, що принцип прогнозування взаємодій можна застосувати без зміни цілей у системі планування. Тоді наявність у системі обмеженої локальної узгодженості необхідно й достатньо для координованості за допомогою даного принципу без зміни цілей [1, 2].

Координованість при використанні модифікації цілей. Система планування, що використовує для координації тільки спосіб прогнозування взаємодій, без модифікації цілей, легко може виявитися не координованою на основі принципу прогнозування взаємодій. Але якщо використовувати модифікацію цілей у сполученні із прогнозуванням взаємодій, є можливим досягти координованості зазначеним принципом і в тих випадках, коли іншими шляхами домогтися координованості не вдається.

Координація з використанням модифікації цілей може бути застосована в сполученні із прогнозуванням взаємодій для того, щоб скоординувати систему на основі принципу прогнозування взаємодій. Загалом кажучи, це вірно лише тоді, коли є достатня свобода модифікації локальних функцій якості. Тому питання про те, чи можна зробити систему координованою на основі принципу прогнозування з використанням модифікації цілей має сенс лише в тому випадку, якщо модифікації локальних функцій якості задаються заздалегідь або ж зводяться до часткових класів модифікацій.

Нехай B – деяка задана множина можливих координуючих сигналів при використанні також і координації цілей; кожне $\beta \in B$ задає сімейство локальних цільових функцій $g_{i\beta}$, $1 \le i \le n$. По суті вважаємо, що множина B визначає модифікації локальних функцій якості. Питання про те, чи координується система за допомогою принципу прогнозування при використанні модифікації цілей, зводиться до питання про існування такого відображення η: M → B, щоб мало місце (6) і, крім того, існували координуючий сигнал $\gamma = (\alpha, \beta)$ і керуючий вплив m, таке, що $q_\eta(m^{\gamma}) = \gamma$.

Якщо існує відображення η: M → B, так, що система координована на основі принципу прогнозування відносно η, та існує відображення Θ: A → B, таке, що

$$\eta(m) = \Theta(K(m)),$$

то підходящі координуючі сигнали β, що тягнуть за собою зміни цілей, можуть бути визначені

безпосередньо у вигляді функції від прогнозних значень сполучних входів α; $\beta = \Theta(\alpha)$. У цьому випадку координаторові необхідно лише правильно прогнозувати сполучні входи.

Якщо ж є система планування, для якої функція взаємодії підпроцесів K є взаємно однозначною, то для існування такого відображення η: M → B, при використанні якого був би застосовний принцип прогнозування, необхідно й достатньо, щоб кожний керуючий вплив $\hat{m}$ з M, що не є глобально оптимальним, задовольняв нерівності

$$\inf_{M_i} g_{i\beta}\left(m_i, K_i(m)\right) < g_{i\beta}\left(\tilde{m}_i, K_i(\tilde{m})\right)$$

для деякого $\beta \in$ B і деякого i, $1 \le i \le n$.

Припустимо тепер, що принцип прогнозування не може бути застосованим ні при якому відображенні η: M → B. Тоді існує таке α з A, що для всіх $\beta \in$ B існує m^{γ}, де $\gamma = (\alpha, \beta)$, що не є глобально оптимальним, але $K(m^{\gamma}) = \alpha$. Тому що K – взаємно однозначна функція, то $m^{\gamma} = \tilde{m}$, де $\alpha = K(\tilde{m})$. Тому для всіх β з B і кожного i, $1 \le i \le n$, маємо

$$g_{i\beta}\left(\tilde{m}_i, K_i(\tilde{m})\right) = \min_{M_i} g_{i\beta}\left(m_i, K_i(m)\right)$$

звідки слідує достатність.

Розглянемо тепер координованість системи планування на основі принципу прогнозування з використанням відображення η: M → B. На жаль, при вибраній загальній постановці завдання треба припустити існування координуючого сигналу β з B, що модифікує цілі й координує розглянуту систему на основі принципу узгодження взаємодій; інакше кажучи, для сигналу, що модифікує цілі β існує така пара (m^{β}, u^{β}), що $K(m^{\beta}) = u^{\beta}$, і при будь-яких (m^{β}, u^{β}) керування m^{β} є глобально оптимальним щораз, коли $K(m^{\beta}) = u^{\beta}$. Однак це припущення є більше сильним, ніж припущення про обмежену локальну узгодженість.

Якщо припустити, що для системи планування існує координуючий сигнал, що модифікує цілі β із B, який координує її на основі принципу узгодження взаємодій при використанні деякого відображення η: M → B , то система координована на основі цього принципу і при використанні іншого відображення $\hat{\eta}$: M → B, не обов'язково співпадаючого з η.

Нехай до цієї системи планування можна застосовувати принцип узгодження взаємодій. Припустимо, що для кожного $\alpha \in$ A існують такі $\beta \in$ B і (m^{β}, u^{β}), що $\alpha = u^{\beta}$. Тоді існує таке відображення η: M → B, яке дає можливість застосовувати принцип прогнозування з використанням η. Крім того, якщо система координована на основі принципу узгодження взаємодій, система координована також і за допомогою принципу прогнозування з використанням деякого відображення η: M → B.

Якщо принцип узгодження взаємодій можна застосовувати, а умову $K(M) \subseteq A$ можна послабити, завжди можемо знайти відповідну підмножину $A \subseteq U$, таку, щоб існувало відображення Θ: A → B. Однак у деяких випадках єдиною підходящою підмножиною все-таки є множина, що складається з одного елемента $\{\hat{\alpha}\}$, де $\hat{\alpha} = K(\hat{m})$ для деякого глобально оптимального керуючого впливу $\hat{m}$.

Висновки

Таким чином можна зробити висновок, що при підходящих умовах координованість при використанні якого-небудь із принципів узгодження є достатньою умовою для координованості на основі принципу прогнозування з використанням деякого відображення η: M → B і достатньою умовою для формування механізму координації багаторівневої системи планування.

Список літератури

1. М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара Теория иерархических многоуровневых систем: Пер. с англ. М.: Мир -1973. С.344.

2. Хращевський Р.В. Формування локальних функцій якості системи планування та їх модифікація //Х.: ХУПС, – Системи озброєння і військова техніка № 4(20). - 2009. – С. 22 - 26.

3. Куликовский Р., Оптимальное управление сложными иерархическими системами, см. сб. «Дискретные самонастраивающиеся системы» (Труды III конгресса ИФАК, вып. 3), изд-во «Наука», М., 1971.

4. Хращевський Р.В. Обґрунтування контурів координації та адаптації системи планування застосування ПС ЗС України // Хм.: НА ДПСУ, – Збірник наукових праць № 15.1– 2009. –С.154-165.

Надійшла до редколегії 15.08.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Кравченко, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ.

КООРДИНИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ ПЛАНИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ПРОСТРАНСТВА

Р.В. Хращевский

На основе определенных принципов координации системы планирования рассмотрены основные пути по внутренней и межуровневой координации. Сформулированы основные условия и математическая интерпретация осуществления координации системы планирования относительно целей, стоящих перед многоуровневой системой планирования.

Ключевые слова: *координация, система планирования, модификация.*

COORDINATION IN THE PLANNING ALLOCATION AIRSPACE

R.V. Khrashcevskyi

On the basis of certain principles of co-ordination of the planning system basic paths are considered on internal and interlevel coordination. Basic terms and mathematical interpretation of realization of co-ordination of the planning system are formulated in relation to aims which are placed before the multilevel system of planning.

Keywords: *coordination, planning system, modification.*