УДК 621.3.082.1

Т.Г. Бондаренко, О.Г. Долинская

Государственный университет телекоммуникаций, Киев

РАСЧЕТ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ РАСКАЧКЕ

Для измерения добротности кварцевого или сапфирового резонатора, применяемого в твердотельных волновых гироскопах, часто используется электростатическая раскачка ненапыленного резонатора. В предложенной статье проведена оценка силы, действующей на диэлектрик в компланарном конденсаторе со стороны обкладок, и определены требования к величине раскачивающего напряжения.

Ключевые слова: *твердотельный волновой гироскоп, измерение добротности резонатора гироскопа, электростатическая раскачка, поляризационный связанный заряд.*

Вступление

При создании твердотельных волновых гироскопов необходимо контролировать добротность используемых кварцевых или сапфировых резонаторов. Эта задача решается путем возбуждения механических колебаний в резонаторе с последующим измерением времени затухания колебаний.

Для возбуждения механических колебаний в резонаторе часто используется электростатическая раскачка ненапыленного резонатора [1 - 3]. В статье стояла задача оценить силу, действующую на такой резонатор, и определить требования к величине раскачивающего напряжения и к форме электродов.

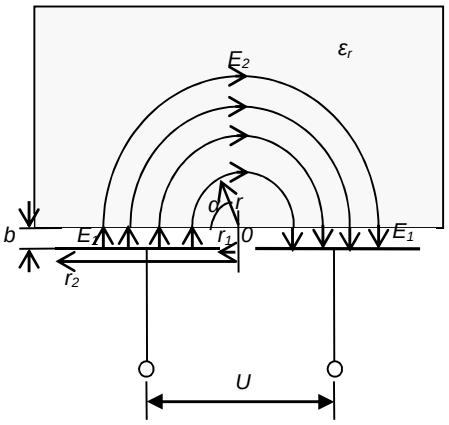

Рис. 1. Расположение металлических пластин, диэлектрика и структура электрического поля

Две металлические пластины, образующие угол π, находятся на расстоянии b от диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ε_r. Края пластин имеют координаты r_1 и r_2 в цилиндрической системе координат (r, α, z) с центром 0, находящимся на границе диэлектрика, $b << r_2 - r_1$

На пластины подано напряжение U. Обозначим вектор напряженности электрического поля между пластиной и диэлектриком E_1, внутри диэлектрика E_2.

Основная часть

Рассмотрим расчет плотности электрического заряда на пластинах

Для анализа структуры поля предположим упрощенно, что потенциал поверхности диэлектрика около левой пластины 0, а около правой пластины *U*.

Так как в диэлектрике отсутствуют свободные заряды, поле подчиняется уравнению Лапласа. В цилиндрической системе координат это уравнение относительно потенциала φ имеет вид

$$\nabla^2 ¤ = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial ¤}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 ¤}{\partial \sim^2} + \frac{\partial^2 ¤}{\partial z^2}.$$

Потенциал поля в диэлектрике φ зависит только от угла α и из условий симметрии не зависит от координаты z и радиуса r цилиндрической системы координат.

Поэтому $\frac{\partial^2 ¤}{\partial z^2} = 0,\ \frac{\partial ¤}{\partial r} = 0.$

Решение уравнения имеет вид $¤ = C_1 \sim + C_2.$

При $\sim = 0$ потенциал φ = 0, при $\sim = ®¨ = U$

Поэтому $C_1 = \frac{U}{®},\quad C_2 = 0.$

Напряженность поля внутри диэлектрика имеет только альфовую составляющую:

$$E_\sim = -grad ¤ = -\frac{\partial ¤}{r\partial \sim} = \frac{U}{® r}. \qquad (1)$$

1. Расчет напряженности поля в диэлектрике и в зазоре между пластиной и диэлектриком

Аналогичный результат можно получить также следующим способом. Предполагая перпендикулярность вектора напряженности электрического поля E_1 к металлической пластине ввиду малости зазора $b << r$, разность потенциалов на пути L, состоящем из: а) отрезка b между левой пластиной и диэлектриком, б) полуокружности радиусом r и длиной πr, и в) отрезка b между диэлектриком и правой пластиной; представляет собой интеграл

$$U = \int_L E dl = E_1 b + E_2 \® r + E_1 b.$$

Так как напряженность электрического поля внутри диэлектрика $E_2 = \frac{E_1}{£_r}$, то из этого уравнения получаем

$$E_1 = \frac{£_r U}{\® r + 2b£_r}, \quad E_2 = \frac{U}{\® r + 2b£_r}. \qquad (2)$$

Нетрудно заметить, что при $b \to 0$ получаем $E_2 = \frac{U}{\® r}$, что совпадает с формулой (1), которая была получена в предположении $b = 0$.

2. Расчет плотности электрического заряда на металлических пластинах σ

Плотность электрического заряда на металлических обкладках конденсатора находится из граничного условия для нормальной составляющей вектора индукции электрического поля на поверхности идеально проводящего тела:

$$D_{1n} = ± \ , \qquad (3)$$

откуда получаем с помощью выражения (2)

$$± = £_0 E_1 = \frac{£_0 £_r U}{\® r + 2b£_r}. \qquad (4)$$

Очевидный вывод: поверхностный заряд на пластине распределён неравномерно и плотность его зависит от координаты r. При удалении от другой пластины плотность убывает почти обратно пропорционально (т.к. $2b£_r << \® r$)

3. Расчет силы, действующей на металлические обкладки конденсатора

Около металлических пластин действует поле E_1, создаваемое двумя пластинами, поле одной пластины равно

$$\frac{E_1}{2} = \frac{£_r U}{2(\® r + 2b£_r)}. \qquad (5)$$

Сила, действующая на элемент поверхности каждой обкладки конденсатора длиной dr и шириной l, на котором находится поверхностный заряд $dQ = ± l dr$,

$$dF_M = \frac{E_1}{2} dQ_M = \frac{£_r U}{2(\® r + 2b£_r)} \cdot$$

$$\cdot \frac{£_0 £_r U}{\® r + 2b£_r} l dr = \qquad . \ (6)$$

$$= \frac{£_0 £_r^2 U^2 l}{2\left(\® r + 2b£_r\right)^2} dr$$

Отсюда находим силу, действующую одну металлическую прямоугольную обкладку, длина которой ограничена координатами r_1 и r_2:

$$F_M = \int_{r_1}^{r_2} dF_M = \int_{r_1}^{r_2} \frac{£_0 £_r^2 U^2 l}{2\left(\® r + 2b£_r\right)^2} dr =$$

$$= -\frac{£_0 £_r^2 U^2 l}{2\®\left(\® r + 2b£_r\right)}\Bigg|_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \frac{£_0 £_r^2 U^2 l\left(r_2 - r_1\right)}{2\left(\® r_1 + 2b£_r\right)\left(\® r_2 + 2b£_r\right)} \ . \qquad (7)$$

Очевидно, что на обе обкладки будет действовать сила

$$2F_M = \frac{£_0 £_r^2 U^2 l\left(r_2 - r_1\right)}{\left(\® r_1 + 2b£_r\right)\left(\® r_2 + 2b£_r\right)} \qquad (8)$$

4. Расчет плотности связанного поляризационного заряда на диэлектрической поверхности σ_n

Плотность связанного электрического заряда на диэлектрической поверхности σ_n связана с полем поляризационных зарядов $E_n = \frac{± n}{£_0}$.

Поле внутри диэлектрика является суммой внешнего электрического поля и противоположно направленного поля, созданного связанными поляризационными зарядами $E_2 = E_1 - E_n = E_1 - \frac{± n}{£_0}$.

С другой стороны известно, что поле внутри диэлектрика уменьшается в ε_r раз, т.е. $E_2 = \frac{E_1}{£_r}$.

Приравнивая два уравнения, находим плотность связанного поляризационного заряда

$$± n = £_0 E_1 \frac{£_r - 1}{£_r}. \qquad (9)$$

5. Расчет силы, действующей на связанный поляризационный заряд на диэлектрической поверхности.

На поляризационные заряды с плотностью $± n = £_0 E_1 \frac{£_r - 1}{£_r}$, находящиеся на поверхности диэлектрика, действует электрическое поле в зазоре

между металлической пластиной и диэлектриком $E_1 = \frac{£_r U}{®r + 2b£_r}$.

Отсюда рассчитаем силу, действующую на часть диэлектрика, противоположную одной пластине:

$$F_Д = \int_{r_1}^{r_2} dF_Д = \int_{r_1}^{r_2} E_1 dQ_Д = \int_{r_1}^{r_2} E_1 ±_n l dr =$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \frac{£_0 £_r (£_r - 1) U^2 l}{\left(®r + 2b£_r\right)^2} dr$$

$$= \frac{£_0 £_r (£_r - 1) U^2 l (r_2 - r_1)}{\left(®r_1 + 2b£_r\right)\left(®r_2 + 2b£_r\right)} \cdot . \qquad (10)$$

На весь диэлектрик действует сила

$$2F_Д = \frac{2£_0 £_r (£_r - 1) U^2 l \left(r_2 - r_1\right)}{\left(®r_1 + 2b£_r\right)\left(®r_2 + 2b£_r\right)}. \qquad (11)$$

Так как плотность поляризационного связанного заряда на поверхности диэлектрика неодинакова и уменьшается при увеличении r_2, то для увеличения силы, действующей на диэлектрик, необходимо уменьшать величину r_2. Следовательно, конструкция пластин должна иметь вид узких полосок или узких кругов.

Выводы

Полученные в статье формулы позволяют рассчитать силы, действующие на диэлектрик в конденсаторе с компланарными пластинами, в зависимости от напряжения поляризации и формы пластин.

Список литературы

1. Брагинский В.Б., Манукин А.Б. - Измерение малых сил в физических экспериментах.-М., Наука, 1974.-152с.

2. Sarapuloff S.A. 15 Years of Solid-State Gyrodynamics Development in the USSR and Ukraine: Results and Perspectives of Applied Theory //Proc. of the National Technical Meeting of US Institute of Navigation (ION) (Santa Monica, Calif., USA. January 14-16,1997). — P.151-164.7. http://www.ti.com/ww/ru/prod_amps.html .

3. Лунин Б.С. Физико-химические основы разработки полусферических резонаторов волновых твердотельных гироскопов -М.:МАИ,2005.-224 с.

Поступила в редколлегию 05.12.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Н. Беркман, Государственный университет телекоммуникаций, Киев.

РОЗРАХУНОК СИЛИ, ЯКА ДІЄ НА ДІЕЛЕКТРИЧНИЙ РЕЗОНАТОР ТВЕРДОТІЛЬНОГО ГІРОСКОПА ПРИ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ РОЗКАЧУВАННІ

Т.Г. Бондаренко, О.Г. Долинська

Для вимірювання добротності кварцевого або сапфірового резонатора, застосовуваного в твердотільних хвильових гіроскопах, часто використовується електростатичне розкачування ненапиленного резонатора. У запропонованій статті проведена оцінка сили, що діє на діелектрик у компланарному конденсаторі з боку обкладок, і визначені вимоги до величини розкачувальної напруги.

Ключові слова: *твердотільний хвильовий гіроскоп , вимір добротності резонатора гіроскопа, електростатичне розкачування, поляризаційний зв'язаний заряд.*

CALCULATION OF POWER, WHICH INFLUENCE ON DIELECTRIC RESONATOR OF SOLID STATE GYROSCOPE DURING ELECTROSTATIC BUILDUP

T.G. Bondarenko, O.G. Dolinskaya

While measuring corpulence factor of quartz or sapphire resonator, which is used in solid state gyroscopes, electrostatic buildup of unsprayed resonator is done often. In proposed article the task of power estimation which influence on insulator in coplanar capacitor from side plates is reviewed and requirements to oscillating voltage is determined.

Keywords: *solid state wave gyroscope, corpulence factor measurement of gyroscope resonator, electrostatic buildup, bound polarizing charge.*