УДК 621.396.1

О.В. Залужний

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації Державного університету телекомунікацій, Київ

МЕТОДИКА АНАЛІЗУ ТОЧНОСТІ СПОСОБІВ РОЗРАХУНКУ ЙМОВІРНІСНИХ ПАРАМЕТРІВ РАДІОЛІНІЙ ПЕРЕДАЧІ ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ

У роботі представлена методика, яка дозволяє оцінити та порівняти точність способів розрахунку основних ймовірнісних параметрів радіоліній передачі дискретних повідомлень. Запропоновані формули для приблизних обчислень. Здійснені розрахунки та проаналізовані їх результати. Сформульовані узагальнені висновки щодо можливостей використання методики.

Ключові слова: *ймовірність хибного спрацювання, ймовірність правильного прийому повідомлення, радіолінії передачі дискретних повідомлень.*

Вступ

У теперішній час все частіше виникає необхідність у застосуванні систем радіоуправління, телеметрії, моніторингу віддалених об'єктів, оповіщення та ін. Їх невід'ємною складовою є радіолінії, які слугують засобами передачі команд та повідомлень.

Особливо високі вимоги по надійності і достовірності прийому інформації висуваються до систем спеціального (відомчого) призначення, в яких часто використовується одностороння радіопередача. Це дає змогу покращити електромагнітну сумісність, зменшити енергоспоживання та масогабаритні показники, зробити неможливим викриття місцезнаходження приймача, мінімізувати витрати на виробництво, розгортання та експлуатацію. Проте в такому випадку, зазвичай, необхідно гарантувати деяку ймовірність доставки переданих повідомлень і разом з тим мінімізувати ймовірність виникнення хибних спрацювань, які можуть бути спричинені різними видами завад та умовами розповсюдження. Забезпечити можливість та необхідну точність розрахунку цих ймовірностей.

Основна частина

З точки зору інформаційного призначення вказані системи відносяться до класу радіотехнічних систем передачі дискретних повідомлень [1]. Їх особливістю є те, що випромінювана завада може впливати на приймач не тільки в момент передачі, але й під час пауз. Саме вплив завад у паузах є причиною виникнення хибних спрацювань, що особливо небезпечно при тривалому часі очікування корисних повідомлень. В умовах, коли передача даних про достовірність прийнятого повідомлення (команди) – неможливо, такі завади можуть призвести до виконання хибних команд або прийому неправдивої інформації, як дійсної. У зв'язку з цим, на відміну від тих випадків, коли факт посилки сигналу на приймальній стороні апріорі відомий, і єдиним критерієм завадостійкості є ймовірність помилкового прийому символу (ймовірність помилки на символ $p_{біт}$), яка залежить від відношення сигнал/шум в смузі фільтра, що як правило, узгоджений із символом. Завадостійкість розглянутих радіоліній оцінюється критерієм, який характеризує приймання повідомлення не тільки при наявності корисного сигналу, але і при його відсутності (в моменти пауз). Таким критерієм є статистичний критерій оптимального виявлення сигналів – критерій Неймана-Пірсона, у відповідності з яким необхідно вибрати таке правило виявлення, яке забезпечує мінімальну величину ймовірності пропуску повідомлення (максимальну ймовірність правильного прийому (виявлення) $P_п$) при умові, що ймовірність прийому хибного повідомлення (хибного спрацювання) $P_х$ не перевищує заданої величини (максимально допустима ймовірність хибного спрацювання), або навпаки, забезпечує мінімальну величину ймовірності хибного спрацювання при умові, що ймовірність правильного прийому дорівнює, або є більшою від потрібної величини [2, 3]. При цьому за повідомлення, як приклад може вважатись один або декілька блоків n-розрядних двійкових комбінацій. Відповідно, основними параметрами оцінки завадостійкості такої радіолінії є ймовірності $P_п$ і $P_х$. Останнє ускладнюється можливістю наявності імітаційної завади [4]. У тому разі, коли всі можливі заходи для зниження ймовірності помилки на біт вжиті, для підвищення завадостійкості необхідно вирішувати задачі вибору довжини повідомлення (команди) із одночасним врахуванням спільних вимог по ймовірності правильного та хибного спрацювання [4, 5]. При цьому рішення про правильний прийом повідомлення (кодового слова) приймається тоді, коли не більше ніж s = N − $N_{пор}$ символів прийняті помилково, де N – довжина кодового слова, $N_{пор}$ – мінімально допустима кількість правильно прийнятих двійкових символів (далі – поріг) [4]. Число "s" є випадковою величиною, а її розподіл відповідає біноміальному закону (працює схема Бернуллі). Відповідно, ймовірність появи випадкової величини "s" в N незалежних випробуваннях описується формулою [4, 6 – 9]:

$$P_N(s) = C_N^s p_{бит}^s (1 - p_{бит})^{N-s},$$

де $p_{біт}$ – ймовірність помилкового прийому елементарного двійкового символу;

C_N^s – число комбінацій із N по s, що обраховується за загальновідомим виразом:

$$C_N^s = \frac{N!}{s!(N-s)!}.$$

Ймовірність правильного прийому кодового слова визначається виразом [4]:

$$P_п = \sum_{i=0}^{N-N_{пор}} C_N^i \cdot p_{біт}^i (1 - p_{біт})^{N-i}. \quad (1)$$

Ймовірність хибного прийому, що зумовлено впливом завад, визначається виразом [4]:

$$P_x = \sum_{i=0}^{N-N_{пор}} C_N^i \cdot \left(p_{біт}^*\right)^i \left(1 - p_{біт}^*\right)^{N-i}, \quad (2)$$

де $p^*_{біт}$ – ймовірність помилкового прийому елементарного двійкового символу хибного повідомлення, яке зумовлене впливом завад.

У роботах [4, 6, 7, 10], представлені вирази для визначення ймовірності правильного прийому та хибного спрацювання у різних випадках: повідомлення може містити декілька блоків; може використовуватись багатократна передача, як на одній частоті так і на деякому наборові частот. Однак основні проблеми з'являються саме при обчисленні параметрів виявлення повідомлення з однієї спроби (без повторних передач) та на одній частоті (формули (1) та (2)). У цьому випадку та багатьох інших виникають значні, а іноді непоборні математичні складнощі, які зумовлені, найчастіше, значним збільшенням N [2, 9]. Тому для спрощення розрахунків ймовірнісних характеристик радіоліній застосовуються формули для приблизного розрахунку, що в свою чергу дає можливість знизити вимоги до обчислювальних модулів, а отже, до зменшення вартості необхідного обладнання. Використання таких спрощень призводить до збільшення похибки обчислень, яка може бути прийнятною в деяких випадках, але коли необхідною є максимізація точності обчислень, то потрібно здійснювати вибір найточнішого способу серед можливих приблизних розрахунків.

Метою роботи є розробка методики аналізу точності способів розрахунку основних ймовірнісних параметрів радіоліній передачі дискретних повідомлень ($P_п$ і P_x).

Вихідними даними для проведення аналізу є:

- $p_{біт}$ – ймовірність помилкового прийому елементарного двійкового символу;
- довжина повідомлення N;

Підчас розрахунку необхідно врахувати наступні обмеження:

- мінімально необхідна кількість правильно прийнятих елементарних символів $N_{пор}$ повинна знаходитись в межах: $1 \le N_{пор} \le N$ (далі – умова 1);
- значення N має бути таким, що дозволяє здійснювати розрахунки, як із використанням формул приблизного розрахунку, так і без них.

Можна припустити, що при відсутності корисного сигналу, двійкові стани елементів хибного повідомлення (послідовність двійкових символів зумовлена впливом різноманітних завад) є рівноймовірними ($p^*_{біт}$ = 0,5) та взаємонезалежними. Тобто:

$$P_x = 2^{-N} \sum_{n=0}^{N-N_{пор}} C_N^i, \quad (3)$$

Оскільки вирази для розрахунку P_x та $P_п$ однакові, то і формули приблизного розрахунку для цих параметрів будуть взаємними. Тому при розробці методики, з метою зменшення кількості обчислень, будемо проводити розрахунки тільки для P_x.

Цільову функцію запишемо у вигляді деякої простої метрики:

$$F(y, x_n) = |y - x_n| \to 0,$$

де y – значення P_x, що отримані без використання способів приблизного розрахунку;

x_n – значення P_x, які отримані із використанням одного із n різних способів.

Для об'єктивної оцінки необхідно проаналізувати точність обчислень для різних значень $N_{пор}$, тому P_x зручно представити у вигляді функцій від $N_{пор}$:

$$P_x = f(N_{пор}), \quad (4)$$

$$P^*_x = \psi_n(N_{пор}), \quad (5)$$

де $f(N_{пор})$ розраховується за формулою (3), $\psi_n(N_{пор})$ – за різними способами приблизного розрахунку, що пропонуються для використання (ψ_1 – перший спосіб, ψ_2 – другий, ψ_n – n-й спосіб). Звідки:

$$y = \int_1^N f(N_{пор}) dN_{пор},$$

$$x_n = \int_1^N \psi_n(N_{пор})dN_{пор}.$$

Для реалізації методики необхідно виконати наступну послідовність операцій:

1. Здійснити розрахунки значень функції (4) із врахуванням умови 1, використовуючи формулу (3).

2. Розрахувати значення функції (5) із урахуванням умови 1, використовуючи різні способи приблизного розрахунку, які пропонуються для аналізу;

3. Побудувати графіки функцій $f(N_{пор})$ та $\psi_1(N_{пор})$, $\psi_2(N_{пор})$, … $\psi_n(N_{пор})$;

4. За отриманими графіками здійснити аналіз точності розрахунків за кожним із можливих способів. Зробити висновки.

Приклад розрахунку

З метою спрощення розрахунків, при великих довжинах дискретних повідомлень для обчислення основних ймовірнісних параметрів рідіолінії можна скористатись наближенням, що приведене в [9] і використовується, коли кількість випробувань n – велика (n >> 1) і ймовірність p (ймовірність появи деякої події A в кожному із випробувань) не залежить від n (із ростом n, p – постійне) [11] – *перший спосіб*. Такий спосіб приблизного розрахунку було застосовано в [4].

Формула Муавра-Лапласа:

$$P(A) = \sum_{i=0}^{m} C_n^i \cdot p^i (1-p)^{n-i} \approx \Phi\left(\frac{m - np + 0{,}5}{\sqrt{np(1-p)}}\right),$$

де Φ(x) – функція нормального розподілу з параметрами (0, 1) [9], звідки:

$$P_x = \psi_1(N_{пор}) \approx \Phi\left(\frac{N - N_{пор} - N \cdot p^*_{біт} + 0{,}5}{\sqrt{N \cdot p^*_{біт} \cdot (1 - p^*_{біт})}}\right) \approx \Phi\left(\frac{0{,}5N - N_{пор} + 0{,}5}{\sqrt{N/4}}\right). \quad (6)$$

З цією ж метою формулу (3) можна представити через Гамма функцію та Гіпергеометричну функцію [11, 12] – *другий спосіб*. Для цього випадку отримаємо наступне співвідношення:

$$P_{x(п)} = \psi_2(N_{пор}) \approx 1 - 2^{-N} \cdot \left(C_N^{N-N_{пор}+1}\right) \cdot {}_2F_1(1, 1 - N_{пор}; 2 - N_{пор} + N; -1) = 1 - \frac{\Gamma(N+1) \cdot {}_2F_1(1 + N, 1 - N_{пор} + N; 2 - N_{пор} + N; -1)}{\Gamma(N_{пор}) \cdot \Gamma(N - N_{пор} + 2)}. \quad (7)$$

У якості повідомленнь використаємо послідовності фіксованої довжини з хорошими взаємокореляційними властивостями, наприклад послідовності Касамі різної довжини (N = 15, 63 та 255 біта) [13, 14]. Проаналізуємо точність запропонованих вище способів приблизного розрахунку для вказаних послідовностей. При цьому для розрахунку $\psi_1(N_{пор})$ (перший спосіб) та $\psi_2(N_{пор})$ (другий спосіб) скористаємось формулами (6) та (7) відповідно.

Результати розрахунків для повідомлення довжиною N_1 = 15 бітів подані на рисунку 1 (а), для повідомлення довжиною N_2 = 63 біта – на рисунку 1 (б), для повідомлення довжиною N_2 = 255 біт – на рисунку 1 (в).

Аналіз проведених розрахунків виявив, що:

1. У випадку використання першого способу при збільшенні довжини N похибка обчислень зростає, в свою чергу збільшення $N_{пор}$ (незалежно від довжини кодового слова) також призводить до зростання похибки.

2. При використанні другого способу результати розрахунків повторюють значення, що отримані під час обчислень без використання приблизних формул.

3. Для максимізації точності обчислень ймовірнісних параметрів радіолінії при великих довжинах повідомлень та жорстких вимогах до $P_п$ та P_x доцільно використовувати другий спосіб.

4. При відсутності необхідності забезпечення високих показників надійності радіолінії можна використовувати як перший, так і другий спосіб.

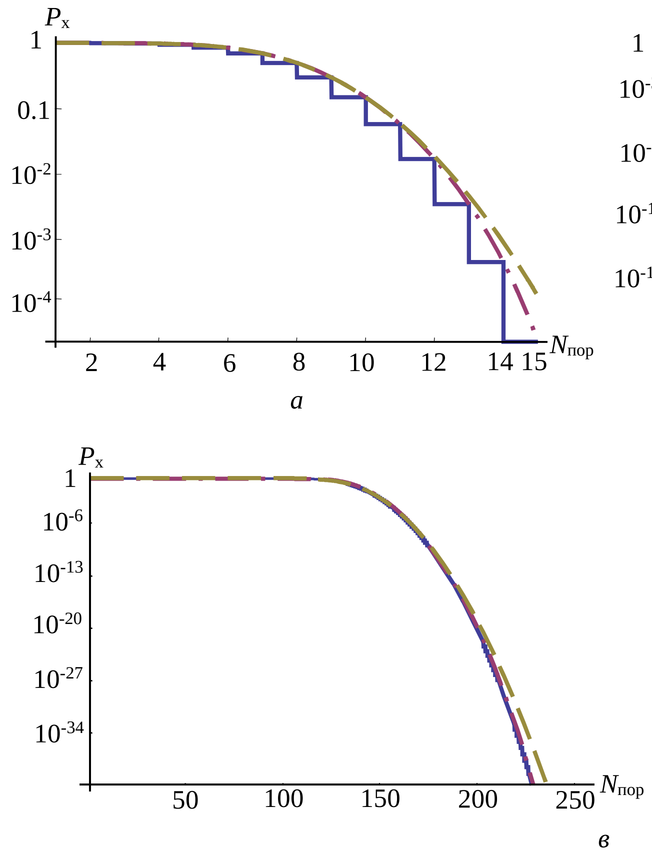

Рис. 1. Залежність ймовірності хибного прийому повідомлення ($P_х$) від величини порогу ($N_{пор}$), при використанні різних способів обчислення: а – N = 15; б – N = 63; в – N = 255; ——— – графік функції $f(N_{пор})$; — · — – графік функції $\psi_1(N_{пор})$; — — – графік функції $\psi_2(N_{пор})$

Висновки

Розроблена методика дозволяє здійснити аналіз точності приблизних розрахунків ймовірнісних параметрів високонадійних радіоліній різного призначення, в яких здійснюється передача дискретних повідомлень. Запропоновані в ній способи значно спрощують обчислення. Використання ж гіпергеометричної та гаммафункції дозволяє найбільш точно визначити значення $P_п$ та $P_х$. При цьому цільова функція максимально приближається до нуля. Методику можна адаптувати до будь яких умов функціонування радіолінії та для систем різного призначення, в яких необхідним є визначення вказаних вище ймовірнісних параметрів.

Список літератури

1. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. Изд. второе, переработанное и дополненное. / Финк Л. М. – М.: Сов. Радио, 1970. – 728 с.

2. Теория электрической связи: учебное пособие / К.К. Васильев, В.А. Глушков – Т 33, А.В. Дормидонтов, А.Г. Нестеренко; под общ. ред. К.К. Васильева. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 452 с.,

3. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. – М: Радиотехника, 2003,400 с, ил., Статистическая теория радиотехнических систем: Учеб. пособие / Д.И. Попов; Рязан. гос. радиотехн. акад. Рязань, 2003. 80 с.

4. Ерохин В. Ф. Методика расчета длины кодограммы для асимптотически надежной радиолинии управления / Ерохин В. Ф., Залужный О. В. // Вісник Національного технічного університету України "КПІ", серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2013. – №54. – С. 44 – 53.

5. Березин Л. В. Основы радиоуправления / Березин Л. В., Вейцель В. А., Волковский С. А. – М.: Советское радио, 1973. – 426 с.

6. Ашимов Н.М. К вопросу о целесообразности применения корректирующих кодов с исправлением шибок в командных радиолиниях управления / Н.М. Ашимов, Н.А. Шустик // Спецтехника и связь. – 2009. – № 3. – С. 42 – 45.

7. Ашимов Н.М. Помехоустойчивость и помехозащищенность командной радиолинии управления, работающей с широкополосными лчм-сигналами / Н.М. Ашимов, Н.А. Шустик // Спецтехника и связь. – 2010. – № 1. – С. 28 – 32.

8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. — 6-е изд. стер. / Вентцель Е.С. — М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.

9. Большев Л. Н. Таблицы математической статистики / Л. Н. Большев, И. В. Смирнов – М.: Наука, –

1983. – 416 с. – (Главная редакция физико-математической литературы).

10. Ашимов Н. М. Надежность управления радиолинии при повторении команд управления на одной частоте / Н.М. Ашимов, А. В. Кравцов, В. В. Фомин// Спецтехника и связь. – 2009. – № 3. – С. 38 – 41.

11. Абрамовица М. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / М. Абрамовица, И. Стиган; пер. с англ. под ред. В.А. Диткина, Л.Н. Кармазиной. – М.: Наука, – 1979. – 832 с. – (Главная редакция физико-математической литературы).

12. Цимринг Ш.Я. Специальные функции и определенные интегралы. Алгоритмы. Программы для микрокалькуляторов: справочник / Цимринг Ш.Я. – М: Радио и связь, – 1988. – 272 с.

13. Сикарев А.А., Лебедев О.Н. Микроэлектронные устройства формирования и обработки сложных сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 216 с.

14. Сарвате Д.В., Персли М.Б. Взаимно корреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей // ТИИЭР. – 1980. – № 5. – С. 65-90.

Надійшла до редакції 22.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Ф. Єрохін, Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", Київ.

МЕТОДИКА АНАЛИЗА ТОЧНОСТИ СПОСОБОВ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ РАДИОЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

О.В. Залужный

В работе представлена методика, которая позволяет оценить и сравнить точность способов расчета основных вероятностных параметров радиолиний передачи дискретных сообщений. Предложены формулы для приблизительных вычислений. Проведены расчеты и проанализированы их результаты. Сформулированы обобщенные выводы по возможностям применения методики.

Ключевые слова: *вероятность ложного срабатывания, вероятность правильного приема сообщения, радиолиния передачи дискретных сообщений.*

TECHNIQUE FOR ANALYZE THE CALCULATION METHODS ACCURACY OF PROBABILISTIC PARAMETERS OF DISCRETE MESSAGES RADIO TRANSMISSION LINE

O.V. Zaluzhnyi

The paper presents a technique which allows estimating and comparing the calculation methods accuracy the basic probabilistic parameters of discrete messages radio transmission line. The formulas for approximate calculations are proposed. The calculations are made and their results are analyzed. Generalized conclusions on the possibilities of application this technique are formulated.

Keywords: *probability of false operation, probability of correct message receiving, radio transmission line of discrete messages.*