УДК 621.396.2

В.В. Григорович

Державний університет телекомунікацій, Київ

ДОСЛІДЖЕННЯ ПИТАННЯ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ

У статті дослідженні методи прогнозування надійності інфокомунікаційних мереж майбутнього методом розрахунку характеристик надійності передачі повідомлення і часу передачі повідомлення в мережі.

Ключові слова: *канал зв'язку, інфокомунікаційна мережа, мультограф, комутація каналів, надійність передачі.*

Вступ

Дослідимо математичні моделі інфокомунікаційних мереж, що мають N джерел, M комунікаційних пунктів і L адресатів. Усі пункти мережі зв'язані каналами зв'язку. Передбачається, що кожен канал зв'язку характеризується надійністю проведення повідомлення і часом проведення повідомлення. Вважається, що ці два параметри зв'язано функціональною залежністю, вигляд якої не деталізований. Усі джерела можуть служити комунікаційними пунктами.

Мета статті полягає в розрахунках управління мережею, що включає оптимальну комутацію каналів між даним джерелом і даним адресатом, яка забезпечує прийнятні ймовірнісні і часові характеристики проведення повідомлення; вибір характеристик мережі, які оптимізують проведення повідомлень від джерел до адресатів.

Основний матеріал

Дослідимо уточнені постановки завдань і можливі підходи до них.

Ототожнимо цю інформаційну мережу з орієнтованим мультиграфом(G, M^*), поклавши для простоти $G = (0,1,\cdots,n)$ – сукупність вершин графу (пунктів мережі) і $M^* \subset G \times G$ – сукупність дуг мультиграфу (каналів зв'язку). У множині M^* присутні однотипні елементи, що визначають канали зв'язку між сусідніми пунктами.

Спочатку розглянемо простий випадок, коли в мережі є одне джерело (O) і один адресат (n). Як прийнято в теорії мереж, зручно замість множини M^* розглянути бінарні змінні $\left(x_{ij}^{(K_{ij})}\right)_{i,j=0}$, де K_{ij} - кількість каналів зв'язку, що сполучають i-тий і j-тий пункти мережі $x_{ij}^{(K_{ij})} = \{0 \; або \; 1\}$.

Аналогічно, часи передачі повідомлень по каналах зв'язку можна охарактеризувати матрицею $\mathrm{T}^* = \left(t_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$ в якій елементи $t_{ij}^{(K_{ij})}$ вважаються рівними ∞, якщо i-тий та j-тий пункти є несусідніми, тобто не мають між собою каналів зв'язку. Надійність передачі повідомлення каналами зв'язку може бути визначена випадковою матрицею $X^* = \left(X_{ij}^{(K_{ij})}\right)_{i,j=0}^{n}$, де елементи є незалежними біноміально розподіленими випадковими величинами з рядами розподілу

$X_{ij}^{(K_{ij})}$	0	1
P	$1 - P_{ij}^{(K_{ij})}$	$P_{ij}^{(K_{ij})}$

де $P_{ij}^{(K_{ij})}$ – вірогідність правильної передачі повідомлення по K_{ij}-тому каналу зв'язку між сусідніми пунктами i і j.

Дослідимо тільки характеристики надійності передачі повідомлення і часу передачі повідомлення в мережі. Дещо спростимо модель, замінивши пучок каналів зв'язку між i-тим і j-тим сусідніми пунктами одним каналом із характеристиками: надійністю передачі повідомлення $X_{ij} = \min\limits_{K_{ij}} X_{ij}^{(K_{ij})}$

і часом передачі повідомлення $t_{ij} = \min_{K_{ij}} t_{ij}^{(K_{ij})} \left(X_{ij}^{(K_{ij})} \right)^{-1}$. Простий випадок ми отримуємо, коли $t_{ij}^{(K_{ij})} = 2_{ij}$ при фіксованих *i* та j. Неважко встановити закони розподілу випадкових величин X_{ij} і t_{ij}. Саме, $P_{ij} = P\{X_{ij} = 1\} = 1 - \prod_{K_{ij}} \left(1 - P_{ij}^{(K_{ij})}\right)$, отже, випадкова величина X_{ij} має ряд розподілу

X_{ij}	0	1
P	$1 - P_{ij}$	P_{ij}

Випадкова величина в простому випадку, має ряд розподілу

t_{ij}	2_{ij}	∞
P	P_{ij}	$1 - P_{ij}$

Загальний випадок відрізняється громіздкістю, тому не будемо розглядати.

Дослідимо наступну модель як зразок мережі. Розглянемо орієнтований граф (G, M), $G = (0,1,\cdots,n)$; $M \subset G \times G$, на якому визначено дві випадкові матриці $X = \left(X_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$ і $T = \left(t_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$ з елементами, визначеними вище.

Позначимо $\Phi_1(x), x = \left(x_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$, структурну функцію мережі. $\Phi_1(x)$ – бінарна функція, що набуває значення 1, коли є хоч би один маршрут між джерелом О і адресатом n, і значення 0 в протилежному випадку. Суперпозиція структурної функції $\Phi_1(x)$ з випадковою матрицею Х дає нам випадкову величину $\Phi_1(X)$, що характеризує надійність зв’язку між джерелом O і адресатом n. Саме

$$P\{\Phi_1(X) = 1\} = \mathrm{E}\Phi(X) = \Psi_1(P), \qquad (1)$$

де $P = (P_{ij})_{ij=0}^{n}$ - матриця, в якій елементи $P_{ij} = 0$ для несуміжних вузлів i та j. Функцію $\Psi_1(P)$ прийнято називати функцією надійності мережі. Вона характеризує надійність зв’язку без врахування часових обмежень.

Перейдемо до обліку часових обмежень на передачу повідомлення. Для цього введемо функцію $\Phi_s(S), S = \left(S_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$, де S_{ij} – невипадковий час проведення повідомлення між сусідніми пунктами i і j. Ця функція на фіксованій матриці S набуває значення, що дорівнює мінімальному сумарному часу проведення повідомлення від джерела О до адресата п по різних маршрутах. Суперпозиція функції $\Phi_2(S)$ з випадковою матрицею T, дає нам випадкову величину $\Phi_2(T)$, що характеризує час передачі повідомлення. Особливий інтерес для нас представляє функція розподілу випадкової величини $\Phi_2(T)$. Очевидно, що величина $\Phi_2(T)$ вироджена і її дефект прямо пов’язаний з функцією $\Psi_1(P)$. Саме

$$P\{\Phi_2(T) < \infty\} \equiv \Psi_1(P). \qquad (2)$$

Якщо нас цікавить ситуація, коли повідомлення має бути передане за час не більший ніж (штатний час), то ми можемо розглянути функцію

$$\Psi_2(P, 2, t_0) = P\{\Phi_2(T) < t_0\}, \qquad (3)$$

де $P = \left(P_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$, $2 = \left(2_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$.

Функції Φ_1, Φ_2, можуть грати роль цільової функції в різного роду оптимізаційних задачах.

Розглянемо методику обчислення функцій надійності інфокомунікаційної мережі Ψ_1, Ψ_2. З формальної точки зору обчислення значень функцій $\Psi_1(P)$, $\Psi_2(P, 2, t_0)$ має бути наступним

$$\Psi_1(P) = \sum_{y} \Phi_1(y) \prod_{i,j} P_{ij}^{y_{ij}} \left(1 - P_{ij}\right)^{1 - y_{ij}}; \quad (4)$$

$$\Psi_2(P, 2, t_0) = \sum_{y} 1_{(\Phi_2(y_1) < t_0)} \prod_{i,j} P_{ij}^{y_{ij}} \left(1 - P_{ij}\right)^{1 - y_{ij}}, \quad (5)$$

де $y = \left(y_{ij}\right)_{i,j=0}^{n}$, $y_{ij} = 0$ або 1; $y_1 = \left(y_{ij}^{(1)}\right)_{i,j=0}^{n}$; $y_{ij}^{(1)} = \frac{2_{ij}}{y_{ij}}$;

1_A – індикаторна функція множини А, $O^0 = 1$.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Доцільним способом обчислення даних функцій є метод статистичного моделювання (метод Монте-Карло). Зміст методу надзвичайно простий. Матриця P, що несе на собі характеристику всієї випадковості в системі, замінюється випадковою матрицею ® з незалежними елементами, які мають біноміальний розподіл з параметрами 1 та P_{ij} для відповідних величин. Маючи в своєму розпорядженні послідовність $\{®_K\}_{K=1}^{\infty}$ незалежних копій матриці ®, ми приходимо до наступних граничних співвідношень

$$\frac{1}{N}\sum_{K=1}^{N}\Phi_1(®_K)\xrightarrow[N\to\infty]{P}\Psi_1(P) \qquad (6)$$

$$\frac{1}{N}\sum_{K=1}^{N}1_{(\Phi_2(y_1(K))<t_0)}\xrightarrow[N\to\infty]{P}\Psi_2(P,{}^2,t_0), \qquad (7)$$

де $y_1(K)=\left(y_{ij}^{(1)}(K)\right)_{i,j=0}^{n}$; $y_{ij}^{(1)}=\frac{{}^2{}_{ij}}{®_k^{(ij)}}$; $®_K=\left(®_K^{(ij)}\right)_{i,j=0}^{n}$.

Співвідношення (6), (7) виходять із закону великих чисел. Для отримання оцінок функцій Ψ_1, Ψ_2, за допомогою граничних співвідношень (1.6), (1.7) необхідно вирішити завдання оцінки точності.

Обидві функції Ψ_1, Ψ_2, представляють вірогідності, тому оцінка точності наближення з допомогою (6) і (7) зводиться до класичного завдання побудови довірчого інтервалу для невідомої вірогідності в біноміальному розподілі. Довірчий інтервал для вірогідності $q=\Psi_1,\Psi_2$, що використовує нормальну асимптотику добре відомий і має наступний вигляд

$$\frac{N}{N+\ddot{}_{\sim}^{2}}\left(q^*+\frac{\ddot{}_{\sim}^{2}}{2N}\pm\ddot{}_{\sim}\sqrt{\frac{q^*(1-q^*)}{N}+\frac{\ddot{}_{\sim}^{2}}{4N^2}}\right) \qquad (8)$$

де N – число реалізацій; $\ddot{}_{\sim}$ – $\sim\cdot 100\%$ – верхній квантиль для модуля стандартної нормальної випадкової величини; q^*N число реалізацій з N, які дають позитивну відповідь; $\sim$ – рівень значущості.

Просте застосування довірчого інтервалу полягає в тому, що за заданим рівнем значущості $\sim$ і поточному значенню q^* підібрати N (зупинити випробування) в той момент, коли вперше довжина довірчого інтервалу $\frac{2N\ddot{}_{\sim}}{N+\ddot{}_{\sim}^{2}}\sqrt{\frac{q^*(1-q^*)}{N}+\frac{\ddot{}_{\sim}^{2}}{4N^2}}$ досягне необхідного рівня точності . У простому випадку можна звільнитися від поточного значення q^* і обмежитися грубою оцінкою $\frac{N\ddot{}_{\sim}}{N+\ddot{}_{\sim}^{2}}\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{\ddot{}_{\sim}^{2}}{N^2}}$, замінивши величину $q^*(1-q^*)$ її максимальним значенням рівним 1/4. Останній вираз показує, що кількість випробувань для досягнення рівня точності повинна мати порядок $^{-2}$.

Точніші оцінки можна отримати, використовуючи поточне значення q^*, що обчислюється періодично. Скористаємося евристичним правилом. Довжина довірчого інтервалу обчислюється через кожних $\left[\frac{0.1}{{}^2}\right]$ ітерацій. Зупинка обчислень проходить в той момент, коли вперше довжина довірчого інтервалу досягає необхідної величини.

Це правило дозволяє дещо скоротити число реалізацій у визначенні величини цільової функції, зберігаючи в цілому порядок обчислень. Проте, в реальних мережах, де потрібна висока надійність передачі повідомлення від джерела до адресата, можливий інший підхід, що базується на перевірці статистичних гіпотез і дозволяє різко скоротити число реалізацій в процедурі моделювання. Суть цього підходу полягає в наступному. Виберемо значення відповідної цільової функції рівним q_0, вважаючи його гранично низьким в наших умовах. Маючи в своєму розпорядженні N реалізацій випадкового графа, що відображає відмови каналів зв'язку, ми приходимо до наступного статистичної задачі. Є N незалежних біномінально розподілених випадкових величин $U_1(w),\ldots,U_N(w)$ з параметрами 1 та q $(0<q<1)$. Вірогідність q невідома. По єдиній реалізації $U_1(w_0),\ldots,U_N(w_0)$ потрібно перевірити статистичну гіпотезу $H_0: q=q_0$ проти альтернативи $H_1: q<q_0$. Як відомо із загальної теорії перевірки статистичних гіпотез, в нашому випадку існує достатня статистика $z=\sum_{k=1}^{N}U_k$, за допомогою якої легко побудувати найбільш потужну критичну область K^* для перевірки гіпотези H_0 проти альтернативи H_1. Область K^* має простий вид $K^*=\{0,1,2,\ldots,n_{\sim}\}$, де число $n_{\sim}$ визначається з умови $P_{q_0}\{z\le n_{\sim}\}=\sim$, де $\sim$ – вірогідність помилки першого роду. Вибір необхідного обсягу вибірки N здійснюється виходячи з величини вірогідності помилки другого роду.

Висновки

Можливі різні плани досліджень, такі як - до першої появи фіксованого числа відмов або послідовні плани.

Відзначимо, що вказана критична область, як відомо, існує не для всіх значень вірогідності помилки першого роду $\sim$. Аби зняти це обмеження переходять або до нерівності, або до процедури рандомізації. Запропонована процедура не дає нам точного або навіть кількісного значення цільової функції, а відповідає на питання, чи задовольняє наша цільова функція нерівності $\Psi \geq q_0$. Відповідь на це питання проводиться скороченням числа ітерацій в методі Монте-Карло в порівнянні із звичайними методами зупинки.

Розроблений алгоритм дозволяє оцінити в цілому надійність функціонування складної мережі зв'язку, основні характеристики елементів якої задані.

Список літератури

1. *Беркман Л.Н., Корбко В.В. Цифровые итерационные системы. Вісник Національного*
2. *політехнічного університету.- "ХПИ". - 2000. - № 2. – С. 47-49.*
3. *Беркман Л.Н. Архитектура Интеллектуальной сети //Информатика и связь: сб. научн. Трудов УГАС им.А.С. Попова Одесса.- 1996г. – 30 с.*
4. *Бирюков Н.Л., Стеклов В.К. Транспортные сети и системы электросвязи – системы мультиплексирования.-К.: ЗАТ "Віпол", 2003. – 352 с.*

Надійшла до редколегії 25.01.2014

Рецензент: д.т.н., проф. С.В. Толюпа, Державний університет телекомунікацій, Київ.

ИССЛЕДОВАНИЯ ВОПРОСА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

В.В. Григорович

В статье исследовании методы прогнозирования надежности инфокоммуникационных сетей будущего методом расчета характеристик надежности передачи сообщения и времени передачи сообщения в сети.

Ключевые слова: *канал связи, инфокоммуникационная сеть, мультограф, коммутация каналов, надежность передачи.*

ASSESSMENT STUDY QUESTIONS EFFICIENCY OF INFORMATION AND COMMUNICATION NETWORKS

V.V. Grigorovich

In this paper the research methods of predicting the future reliability of the information and communication network by calculating the performance reliability of message transmission and message transmission time in the network.

Keywords: *channel, information and communication network, multohraf, circuit-switching, reliability of transmission.*