

УДК 621.372

В.В. Козловский

Государственный университет телекоммуникаций, Киев

МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕПАДА ВОЛНОВЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ

Разработана процедура оптимизации секций фильтров нижних частот, построенных на многоступенчатых линиях передачи.

Введение

В работе [1] для увеличения частотной полосы заграждения распределённых фильтров низких частот (ФНЧ) предложено в качестве секций фильтров использовать нерегулярные отрезки многоступенчатых линий передачи. Однако, как показано в [1], данная задача имеет множество решений: заданную полосу заграждения можно обеспечить, используя нерегулярные линии с различными волновыми сопротивлениями.

Важным технологическим параметром нерегулярной линии является перепад волновых сопротивлений m , равный отношению максимального волнового сопротивления к минимальному волновому сопротивлению.

Чем меньше волновой перепад, тем проще технически реализовать линию передачи. Поэтому при построении ФНЧ стремятся уменьшить перепад волновых сопротивлений. Задача определения линий, имеющих заданную полосу заграждения и минимальный перепад волновых сопротивлений на сегодняшний день не решена.

Целью статьи является построение процедуры оптимизации линий по критерию минимума волнового перепада и определение оптимальных зависимостей волновых сопротивлений от длины линии передачи.

Основная часть

Будем рассматривать секции ФНЧ, построенные на основе многоступенчатых каскадно-соединённых регулярных линий передачи, имеющих одинаковое время задержки. Такие цепи относятся к цепям Ричардса стержневого типа.

Известно [2], что синтез таких цепей по входному сопротивлению осуществляется в соответствии с процедурой Ричардса, заключающейся в следующем.

1. По реактивному входному сопротивлению $Z_1(s)$, $s = thpt_c$, находим волновое сопротивление первого ЕЭ (единичного элемента, который

представляет отрезок однородной линии с заданным временем задержки t_c , p - комплексная частотная переменная) $Z_{e1} = Z_1(1)$.

2. Определяем сопротивление нагрузки выделенного ЕЭ

$$Z_2(s) = \frac{Z_{e1}(Z_1(s) - sZ_{e1})}{Z_{e1} - sZ_1(s)}. \quad (1)$$

3. Числитель и знаменатель $Z_2(s)$ сокращаем на $1 - s^2$ и по полученному сопротивлению $Z_2(s)$ определяем волновое сопротивление второго ЕЭ $Z_{e2} = Z_2(1)$ и т.д. Процесс повторяется до тех пор, пока не будут выделены все единичные элементы. После сокращения на $1 - s^2$ порядок последующей цепи будет уменьшен на 1.

Основной трудностью при программной реализации процедуры является реализация п. 3, что связано с трудностью осуществления деления полиномов числителя и знаменателя входного сопротивления на $1 - s^2$.

Численное исследование сопротивлений, построенных по рекуррентной формуле (1), показало, что вместо деления на $1 - s^2$ для исключения неопределённости $0/0$ можно воспользоваться правилом Лопиталя [3]. При этом дифференцирование полиномов числителя и знаменателя сопротивления типа (1) может осуществляться как в численной, так и в символической форме. При использовании численной формы в целях повышения точности целесообразно использовать двухстороннюю производную.

Поскольку

$$1 - s^2 = (1 - s)(1 + s),$$

то правило Лопиталя можно использовать при $s \rightarrow \pm 1$. В результате волновое сопротивление с номером n можно определять исходя из формулы (1) при $s = \pm 1$:

$$Z_{en}(s) = \frac{\frac{d[Z_{en-1}(Z_{n-1}(s) - sZ_{en-1})]}{ds}}{\frac{d[Z_{en-1} - sZ_{n-1}(s)]}{ds}} = -Z_{en-1} \frac{\frac{d}{ds} Z_{n-1}(s) - Z_{en-1}}{Z_{n-1}(s) + s \frac{d}{ds} Z_{n-1}(s)}, \quad s = \pm 1. \quad (2)$$

Известно, что при многочисленном численном дифференцировании снижается точность вычислений. Следовательно, с ростом номера ЕЭ, точность определения волнового сопротивления при использовании (2) будет снижаться. При этом самая низкая точность будет при определении волнового сопротивления с наивысшим номером (последнего волнового сопротивления). Упростить нахождение последнего волнового сопротивления можно исходя из известной статической ёмкости многоступенчатой линии, состоящей из n ступеней. Величина n определяет максимальную степень полинома числителя и (или) знаменателя в общей формуле для разомкнутой многоступенчатой секции:

$$Z(s) = \frac{a_0 + a_2 s^2 + a_4 s^4 + \dots}{b_1 s + b_3 s^3 + b_5 s^5 + \dots}, \quad s = thpt_c, \quad (3)$$

Статическую ёмкость C_{cm} находим из условия поведения $Z(s)$ при $s \rightarrow 0$:

$$Z(s) = \frac{1}{pC_{cm}} = \frac{a_0}{b_1 s} = \frac{a_0}{b_1 p t_c}. \quad (4)$$

Откуда

$$C_{cm} = \frac{b_1 t_c}{a_0}. \quad (5)$$

С другой стороны статическая ёмкость определяется как суммарная ёмкость распределённых (погонных) ёмкостей:

$$C_{cm} = \sum_{k=1}^n \frac{t_c}{Z_{ek}}. \quad (6)$$

Приравнявая (5) и (6), находим последнее волновое сопротивление

$$Z_{en} = \frac{1}{\frac{b_1}{a_0} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{Z_{ek}}}. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет на последнем этапе процедуры Ричардса избежать операции дифференцирования и избежать ошибок при определении волновых сопротивлений по критерию статической ёмкости, то есть при использовании формулы (7) отсутствует накопление ошибок в определении статической ёмкости. Кроме того, поскольку в области нижних частот при $W \rightarrow 0$ амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) ФНЧ определяется C_{cm} , то при использовании (7) гарантируется наилучшее воспроизведение АЧХ фильтра в низкочастотной области.

Для определённости рассмотрим оптимизацию трёхступенчатой секции ФНЧ. В работе [1] показано, что нерабочие полосы пропускания (частотные полосы каналов утечки информации) ФНЧ определяются полюсами сопротивления разомкнутой секции (рис. 1). Поэтому оценивать выигрыш по полосе заграждения различных ФНЧ будем по отношению первого полюса трёхступенчатой секции к первому полюсу одноступенчатой секции (однородной линии).

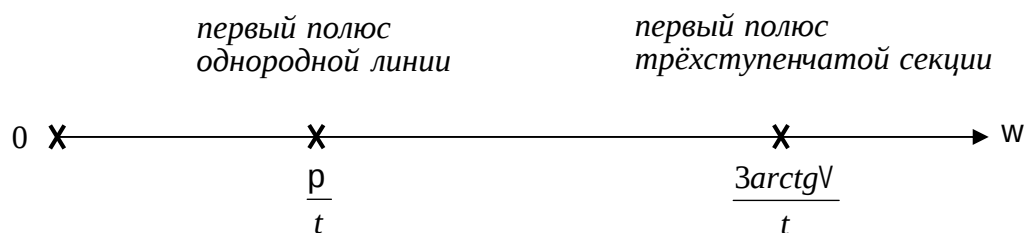


Рис. 1. Взаимное расположение первого полюса однородной линии и трёхступенчатой секции при одинаковом общем времени задержки t

В данном случае сопротивление разомкнутой секции

$$Z(s) = \frac{s^2 + d^2}{s(s^2 + V^2)}, \quad 0 < d < V. \quad (8)$$

Обозначим время задержки ЕЭ через t_c . Тогда центральная частота W_1 первой нерабочей полосы пропускания определяется выражением $W_1 t_c = \arctg V$. Следовательно, чтобы был выигрыш по полосе заграждения электрическая длина трёхступенчатой секции должна быть больше p , то есть должно выполняться условие $W_1 t = 3W_1 t_c = 3\arctg V > p$. Отсюда находим

$$\frac{p}{3} < \arctg V < \frac{p}{2}. \tag{9}$$

В случае n – ступенчатой линии для получения выигрыша по полосе заграждения в $\frac{n}{2}$ раз должно быть выполнено неравенство

$$\frac{p}{n} < \arctg V_1 < \frac{p}{2}. \tag{10}$$

Условия (9), (10) можно переформулировать иначе:

$$\operatorname{tg} \frac{p}{3} = \sqrt{3} < V < \infty, \quad \operatorname{tg} \frac{p}{n} < V_1 < \infty. \tag{11}$$

Из рис. 1 следует, что выигрыш по области заграждения ФНЧ на трехступенчатых секциях составляет

$$B = \frac{3\arctg Z}{\pi}. \tag{12}$$

При использовании n -ступенчатых секций выигрыш определяется аналогичным выражением

$$B = \frac{n \cdot \arctg Z_1}{\pi}. \tag{13}$$

Из (13) следует, что максимальный выигрыш будет при $Z_1 \rightarrow \infty$ и составляет

$$B_{\text{макс}} = n/2. \tag{14}$$

При использовании трёхступенчатых секций (рис. 2) заданной величиной является Z (рис. 1), которая определяет расположение первой паразитной полосы пропускания. При этом величина

d (определяет положение максимума затухания в полосе заграждения [1]) в (8) не определена. При технической реализации многоступенчатых линий проще изготавливать линии с малым отличием волновых сопротивлений, которое характеризуется волновым перепадом (отношение максимального волнового сопротивления к минимальному волновому сопротивлению)

$$m = \frac{Z_{\text{вмакс}}}{Z_{\text{вмин}}}. \tag{15}$$

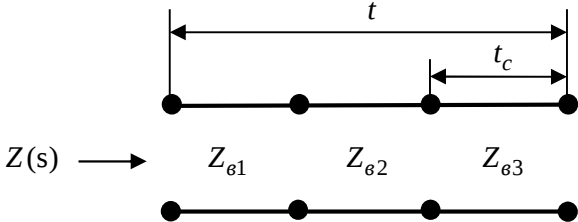


Рис. 2. Трёхступенчатая секция

Если расположение максимума затухания не принципиально, то d можно выбрать исходя из минимума волнового перепада m (оптимальное значение d обозначим через d_{opt}). Оптимизация по критерию минимума m осуществлялась в математической среде MathCAD при использовании выражений (2, 7) при ограничениях физической реализуемости [2] (8): $0 < d < V$. При этом оказалось, что минимум волнового перепада реализуется при равенстве волновых сопротивлений первого и третьего отрезка линий, то есть при $Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 3}$. Волновое сопротивление второго отрезка $Z_{\epsilon 2} = Z_{\epsilon 1} / m$. Результаты оптимизации и получающийся при этом выигрыш по полосе заграждения сведены в табл. 1. Для трёхступенчатой секции предельный выигрыш по полосе заграждения (14) равен $B_{\text{макс}} = 1,5$.

Таблица 1

Результаты оптимизации трёхступенчатой секции ФНЧ										
V	2	4	6	8	10	14	20	30	60	100
d_{opt}	0,573	0,474	0,399	0,349	0,314	0,366	0,223	0,182	0,129	0,1
B	1,057	1,266	1,342	1,381	1,405	1,432	1,452	1,468	1,484	1,49
$m = \frac{Z_{\epsilon 1}}{Z_{\epsilon 2}}$	1,336	3,123	5,08	7,06	9,048	13,034	19,025	29,012	59	99

В случае четырёхступенчатой секции (рис. 3) сопротивление $Z(s)$ представим в виде

$$Z(s) = \frac{(s^2 + d_1^2)(s^2 + d_2^2)}{s(s^2 + z_1^2)} = \frac{d_1^2 d_2^2 + s^2(d_1^2 + d_2^2) + s^4}{s z_1^2 + s^3} \tag{16}$$

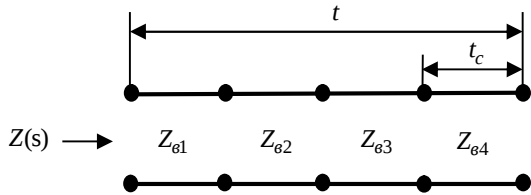


Рис. 3. Чотирьохступенчатая секция

Результаты оптимизации по критерию обеспечения минимума волнового перепада

представлены в табл. 2. Варьируемыми параметрами являются d_1, d_2 . Ограничения: $0 < d_1 < z_1 < d_2$. Полученные результаты пронормированы относительно волновых сопротивлений $Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 4}$, которые приняты за единицу.

При рассмотрении пятиступенчатой секции (рис. 4)

$$Z(s) = \frac{(s^2 + d_1^2)(s^2 + d_2^2)}{s(s^2 + z_1^2)(s^2 + z_2^2)} = \frac{d_1^2 d_2^2 + s^2(d_1^2 + d_2^2) + s^4}{s z_1^2 z_2^2 + s^3(z_1^2 + z_2^2) + s^5} \tag{17}$$

Таблица 2

Результаты оптимизации четырехступенчатой секции ФНЧ

z_1	2	3	4	5	6	8	10
d_{1opt}	0,31	0,223	0,171	0,139	0,116	0,088	0,07
d_{2opt}	3,226	4,492	5,839	7,215	8,605	11,403	14,2
B	1,41	1,59	1,688	1,749	1,79	1,842	1,873
$Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 4}$	1	1	1	1	1	1	1
$Z_{\epsilon 2} = Z_{\epsilon 3}$	0,25	0,111	0,062	0,04	0,028	0,016	0,01
$m = \frac{Z_{\epsilon 1}}{Z_{\epsilon 2}}$	4	9	16	25	36	64	100

Для соблюдения условий физической реализуемости должно быть выполнено условие чередования нулей и полюсов $Z(s)$:

$0 < d_1 < z_1 < d_2 < z_2$. В данном случае для получения выигрыша по полосе заграждения надо

выполнить неравенство $z_1 > tg \frac{\rho}{5}$. Выигрыш и максимально возможный выигрыш соответственно равны

$$B = \frac{5 \cdot arctg z_1}{\pi}, \quad B_{\text{макс}} = 2,5. \tag{18}$$

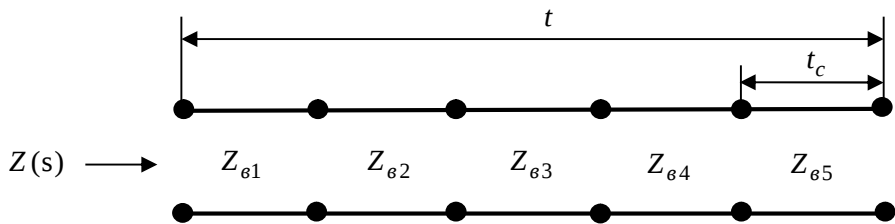


Рис. 4. Пятиступенчатая секция

Результаты оптимизации представлены в табл. 3. Варьируемыми параметрами являются d_1, d_2, z_2 . Полученные результаты

пронормированы относительно волновых сопротивлений $Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 5}$, которые приняты за единицу.

Таблица 3

Результаты оптимизации пятиступенчатой секции ФНЧ

Z_1	0,727	1,7	2	2,33	3,1	6
d_{1opt}	0,325	0,182	0,144	0,124	0,086	0,033
d_{2opt}	1,376	2,1	2,381	2,771	3,65	7,029
Z_{2opt}	3,078	5,3	7,213	7,11	6,953	13,046
B	1	1,654	1,76	1,86	2	2,237
$Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 5}$	1	1	1	1	1	1
$Z_{\epsilon 2} = Z_{\epsilon 4}$	1	0,161	0,098	0,08	0,055	0,0135
$Z_{\epsilon 3}$	1	0,076	0,044	0,028	0,011	0,001345
$m = Z_{\hat{a}1}/Z_{\hat{a}3}$	1	13,11	22,8	35,26	91,9	743,3

При рассмотрении шестиступенчатой секции (рис. 5)

$$Z(s) = \frac{(s^2 + d_1^2)(s^2 + d_2^2)(s^2 + d_3^2)}{s(s^2 + Z_1^2)(s^2 + Z_2^2)} = \frac{a_0 + a_2s^2 + a_4s^4 + a_6s^6}{b_1s + b_3s^3 + b_5s^5} \tag{19}$$

$$d_1 = 0,081, \; z_1 = 1,75, \; d_2 = 2,1, \; z_2 = 2,9, \; d_3 = 9,8, \tag{21}$$

$$\frac{Z_{\epsilon 1}}{Z_{\epsilon 1}} = 1, \; \frac{Z_{\epsilon 2}}{Z_{\epsilon 1}} = 0,196, \; \frac{Z_{\epsilon 3}}{Z_{\epsilon 1}} = \frac{Z_{\epsilon 4}}{Z_{\epsilon 1}} = 0,019, \; \frac{Z_{\epsilon 5}}{Z_{\epsilon 1}} = 0,07, \; \frac{Z_{\epsilon 6}}{Z_{\epsilon 1}} = 0,976.$$

Отношение максимального волнового сопротивления к минимальному равно $m = 52,6$.

На рис. 6 представлены обобщённые данные по выигрышу по полосе заграждения для различных оптимальных многоступенчатых секций ФНЧ.

Заключение

На основании проведенных исследований разработана процедура оптимизации секций ФНЧ, построенных на многоступенчатых линиях, по критерию минимума волнового перепада при условии заданного выигрыша по полосе заграждения. Анализ результатов оптимизации

В данном случае

$$B = \frac{6 \cdot \arctg Z_1}{\pi}, \; B_{\max} = 3. \tag{20}$$

Ниже приводятся результаты оптимизации методом последовательного приближения для двукратного выигрыша $B = 2$:

показал, что с увеличением количества ступеней секции фильтра уменьшается перепад волновых сопротивлений.

Теоретический предел в выигрыше по полосе заграждения определяется исключительно количеством ступеней секции n и составляет $B_{\max} = n / 2$.

Разработанные секции фильтров могут быть использованы при проектировании и разработке новых типов распределённых ФНЧ для предотвращения образования новых частотных каналов утечки информации.

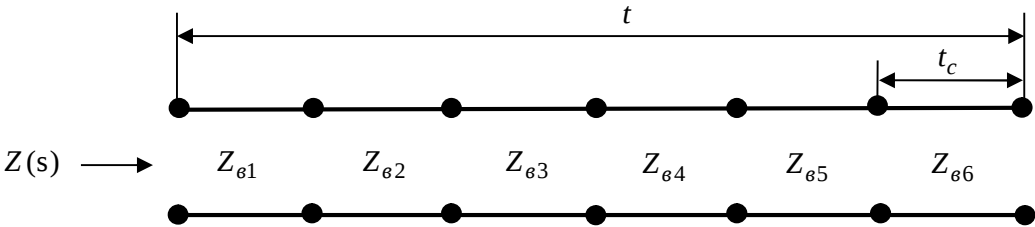


Рис. 5. Шестиступенчатая секция

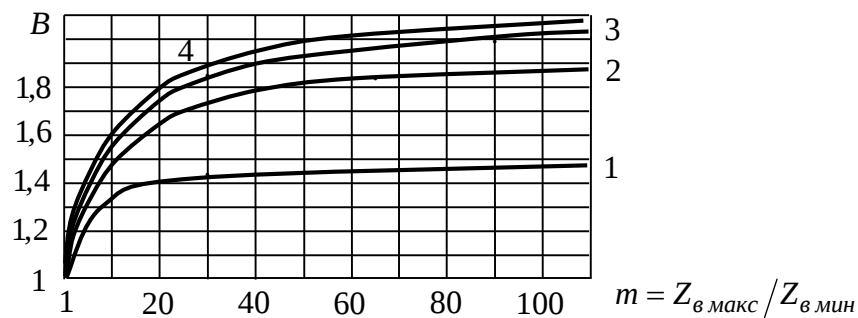


Рис. 6. Зависимость выигрыша по полосе заграждения от волнового перепада:
 1 – трёхступенчатая секция; 2 – четырёхступенчатая секция; 3 – пятиступенчатая секция;
 4 – шестиступенчатая секция

Список литературы

1. Shih-Cheng Lin, Pu-Hua Deng, Yo-Shen Lin, Chi-Hsueh Wang, Chun Hsiung Chen. Wide-Stopband Microstrip Bandpass Filters Using Dissimilar Quarter-Wavelength Stepped-Impedance Resonators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 3, march 2006, 1011.
2. Фильтры и цепи СВЧ. Пер. с англ. Л.В.Алексеева, А.Е.Знаменского, В.С. Полякова. - М.: Связь, 1976. - 248 с.

3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1974. - 831 с.

Поступила в редколлегию 24.03.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Н. Беркман, Державний університет телекомунікацій, Київ.

МІНІМІЗАЦІЯ ПЕРЕПАДУ ХВИЛЬОВИХ ОПОРІВ БАГАТОСТУПЕНЕВИХ ФІЛЬТРІВ

В.В. Козловський

Розроблено процедуру оптимізації секцій фільтрів нижніх частот, побудованих на багатоступеневих лініях передачі.

MINIMIZATION DIFFERENTIAL WAVE RESISTANCE MULTISTAGE FILTERS

V.V. Kozlovsky

The procedure of optimizing the low-pass filter sections, built on the multi-stage transmission lines.