УДК 621.396.945

М.К. Бороздін

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава

ВИПРОМІНЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МАГНІТНОГО ДИПОЛЯ, РОЗМІЩЕНОГО В БАГАТОШАРОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ З ВИСОКОПРОВІДНИМ СЕРЕДНІМ ШАРОМ

У статті показано, що задача про збудження електромагнітних хвиль горизонтальним магнітним диполем в багатошаровій провідному середовищі з плоскими границями розділу зводиться до обчислення невласного інтеграла типу Зоммерфельда, підінтегральна функція якого має ряд особливих точок (полюсів і точок розгалуження). Запропоновано аналітичний метод наближеного обчислення невласного інтеграла. наведено формули для розрахунку полів горизонтального магнітного диполя в тришаровому середовищі.

Ключові слова: *горизонтальний магнітний диполь, тришарове середовище, вектор Герца, задача Зоммерфельда.*

Незважаючи на велику кількість публікацій задача про визначення поля горизонтального магнітного диполя (ГМД) у шаруватому провідному середовищі не отримала ще остаточного рішення. Двошарова модель середовища поширення в більшості випадків не відповідає реальним умовам [1]. Тому при розв'язанні задачі про поле ГМД - вертикальної рамки малих розмірів - будемо розглядати більш складну тришарову модель середовища, яка хоча й очевидна певною мірою, проте належного дослідження ще не отримала.

Нехай ГМД розташований в шарі 2 з параметрами $\pm_2, £_2, «_0$, а точка спостереження R знаходиться в області. $I(\pm_1, £_1, «_0)$ покладемо при цьому, що $\pm_2 >> \pm_1$. Область $Z > d$ передбачається вільним простором з електричними параметрами $\pm_3 = 0, £_3, «_0$ (рис. 1). Тимчасову залежність приймемо у формі $\exp(-i\mu t)$. Можна припустити (1), що поле ГМД в точці спостереження R визначається хвильовими процесами SW_1 і SW_3 (див. рис. 1). хвилеводне поширення поля у високопровідному шарі 2 через велике затухання розглядати не будемо.

Вектор Герца шуканого поля буде мати дві компоненти:

$$\Pi = \left(\Pi_{x_1}, 0, \Pi_{z_1}\right)$$

Обчислення електромагнітного поля зводиться до обчислення невласних інтегралів типу Зоммерфельда за відповідними розрізами комплексної ª -площини.

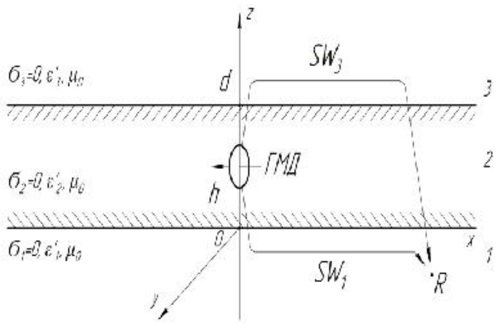

Рис. 1

Указані інтеграли записуються наступним чином (4):

$$\Pi_{x_1} = \frac{1}{2}\int_{\infty}^{\infty} A H_0^{(1)}(ªr) e^{«_1 z ª} dª ; \qquad (1)$$

$$\Pi_{z_1} = \frac{1}{2}\frac{d}{dx}\int_{\infty}^{\infty} E H_0^{(1)}(ªr) e^{«_1 z ª} dª , \qquad (2)$$

де $H_0^{(1)}(ªr)$ - функція Ханкеля нульового роду першого порядку

$$«_i = \sqrt{ª^2 - k_i^2} . \qquad (3)$$

Рішення інтегралів (1), (2) являє собою складну задачу. Спростити рішення можна, наклавши ряд обмежень [1, 2]. Будемо розглядати не надто високі частоти, при яких

$$|k_2| >> |k_1| >> |k_3| \qquad (4)$$

де k_1, k_2, k_3 - хвильові числа середовищ $k_i = k\sqrt{£'_{ri}}$; $k = 2\frac{®}{ª}$; $£'_{ri} = £_{ri} + j60ª$; $\pm_i$ - комплексна діелектрична проникність.

Крім того, замінимо коріння рівняння (3) на їх наближені значення наступним чином:

- при обчисленні вектора Герца, визначає хвильовий процес SW_1

$$«_1 = \sqrt{a^2 - k_1^2}; «_2 \approx -ik_2; «_3 \approx k_1 \qquad (5)$$

- при обчисленні вектора Герца, визначає хвильовий процес SW_3

$$«_1 \approx -ik_1; «_2 \approx -ik_2; «_3 = \sqrt{a^2 - k_3^2} \qquad (6)$$

Для рішення інтегралів (1) і (2) з урахуванням рівнянь (4), (5), (6) скористаємося модифікованим методом перевалу (методом подвійного сідлової точки). В результаті обчислень отримані наступні вирази для векторів Герца (7), (8):

$$\Pi_{x_1}^{SW_1} = \frac{k_1^3 ch«_2 (d-h)\left[k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 (d-h)\right]\sqrt{2}}{ch«_2 d \left(k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d\right)^2 \sqrt{k_{0_1}\left(k_1 - k_{0_1}\right)}} \times$$
$$\times \frac{e^{ik_1 r}}{r} e^{i\sim z} W(°_1) \qquad (7)$$

де $\sim = \dfrac{ik_1^3}{k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d}$; $k_{0_1}^2 = k_1^2 - \sim$;

$W(°_1)$ - функція ослаблення Зоммерфельда, $°_1 = ir\left(k_1 - k_{0_1}\right)$;

$$\Pi_{x_1}^{SW_3} = \frac{k_3^2\left[\left(k_1 + k_2 th«_2 d\right) - k_2 th«_2 (d-h)\right] ch«_2 (d-h)\sqrt{2}}{ch«_2 d\left(k_1 + k_2 th«_2 d\right)^2 ch«_2 d\sqrt{k_{0_3}}} \times \qquad (8)$$
$$\times \frac{e^{ik_3 r}}{r} e^{-i\sqrt{k_1^2 - k_{0_3}^2}\, z} \sqrt{k_3 + k_{0_3}} W(°_3)$$

Аналіз виразів (7) і (8) показує, що при невеликих відстанях r до точки спостереження переважає хвильовий процес SW_1, тобто $\left|\Pi_{x_1}^{SW_3}\right| >> \left|\Pi_{x_1}^{SW_1}\right|$. Вираз для z-компоненти вектора Герца має вигляд

$$\Pi_{z_1} = \frac{ab}{2}\left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k_{0_1}\left(k_1 - k_{0_1}\right)}} \frac{e^{ik_1 r}}{r^2}\left(-i - k_1 r\right) e^{i\sqrt{k_1^2 - k_{0_1}^2}\, z}\right] \times \qquad (9)$$
$$\times \sin ¨\, W(°_1),$$

де $a = \dfrac{-2ch«_2 (d-h)\left[k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 (d-h)\right]}{ch«_2 d\left[\left(k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d\right)\left(k_1 - k_2 \tan k_2 d\right)\right] + k_1^3}$;

$$b = \frac{k_1^3\left(k_1 - k_2 \tan k_2 d\right)}{\left[\left(k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d\right)\left(k_1 - k_2 \tan k_2 d\right) + k_1^3\right]}$$

$$k_{0_1}^2 = k_1^2 + \frac{k_1^6\left(k_1 - k_2 \tan k_2 d\right)^2}{\left[\left(k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d\right)\left(k_1 - k_2 \tan k_2 d\right) + k_1^3\right]}$$

З порівняння виразів (7) і (9) видно, що основний внесок в поле вносить x компонента вектора Герца, тобто $\left|\Pi_{x_1}\right| >> \left|\Pi_{z_1}\right|$. Отже, для електричного і магнітного полів можемо записати:

$$H_{x_1} = k_1^2 \Pi_{x_1} \qquad (10)$$

$$E_{z_1} = \frac{i\mu}{c}\frac{d\Pi_{x_1}}{dy} \qquad (11)$$

Остаточні вирази для полів, які визначаються відповідно до формул (10) і (11), мають вигляд:

$$H_{x_1} = p\frac{ch«_2 (d-h)\left[k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 (d-h)\right] k_1^5 \sqrt{2}}{ch«_2 d\left(k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d\right)^2 \sqrt{k_{0_1}\left(k_1 - k_{0_1}\right)}} \times$$
$$\times \frac{e^{ik_1 r}}{r} e^{i\sim z} W(°_1)$$

$$E_{z_1} = p\frac{ch«_2 (d-h)\left[k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 (d-h)\right]\sqrt{2}}{ch«_2 d\left(k_3^2 + k_1 k_2 \tan k_2 d\right)^2 \sqrt{k_{0_1}\left(k_1 - k_{0_1}\right)}} \times$$
$$\times \frac{e^{ik_1 r}}{r^2}\left(-k_1 r - i\right)\cos ¨\, e^{i\sim z} W(°_1)$$

де $p = \dfrac{IS}{4®}$ - момент рамки; $¨$ - кут між віссю x і напрямком на точку R.

Отримані вирази дозволяють розраховувати поле, створюване вертикальної рамкою малих розмірів в області 1 з малою провідністю. аналогічно можна отримати вираз для електромагнітного поля і в тому випадку, якщо точка спостереження знаходиться у вільному просторі

Список літератури

1. *Звєрєва Е. В., Рязанцев А. М., Самуйлов І.М., Шахсуваров Д.М. вивчення поширення електромагнітних хвиль у земній корі. - В зб.: - М.; Наука, 1975.*
2. *Огороднейчук І.Ф. та ін Низькочастотна бездротовий зв'язок в шахтах. - М: Надра, 1975.*
3. *Петровський А.Д. Радіохвильові методи в підземній геофізиці. - М: Надра, 1971.*
4. *Зоммерфельд А. Диференціальні рівняння в приватних похідних фізики. - М.: Іл, 1950.*

Надійшла до редакції 12.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.М. Сільвестров, Національний технічний університет України «КПІ», Київ.

ИЗЛУЧЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ, РАЗМЕЩЕННОГО В МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЕ С ВЫСОКОПРОВОДИМЫМ СРЕДНИМ СЛОЕМ

Н.К. Бороздин

В статье показано, что задача возбуждения электромагнитных волн в многослойной проводящей среде с плоскими границами раздела сводится к решению несобственного интеграла Зоммерфельда, подинтегральная функция которого имеет ряд особых точек (полюсов). Предлагается аналитический метод приближенного вычисления несобственного интеграла, приведены формулы для расчета полей магнитного диполя в трехслойной среде.

Ключевые слова: *горизонтальный магнитний диполь, задача Зоммерфельда, трехслойная среда, вектор Герца.*

RADIATED EMISSION OF HORIZONTAL MAGNETIC DIPOLE WHICH IS ARRANGED IN MULTILAYER MEDIUM WITH HIGH CONDUCTIVITY MIDDLE LAYER

N. Borozdin

In this article presents the task of excitation electromagnetic waves in multilayer medium with flat interface region and reduces to the solution of extrinsic Sommerfeld integral. The subintegral function of Sommerfeld integral has a number of singular points (pole). Proposes the analytical method for the approximate calculation of the improper integral, the formulas for calculating the field of a magnetic dipole in a three-layer medium.

Keywords: *horizontal magnetic dipole, Sommerfeld problem, three-layer medium, Hertz vector.*