УДК 621.325.5:621.382.049.77

О.В. Дробік[1], М.А. Косовець[2]

[1]*Державний університет телекомунікацій, Київ*
[2]*Науково-виробниче підприємство «Квантор», Київ*

КЛАСИЧНІ НЕПАРАМЕТРИЧНІ МЕТОДИ ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ФУНКЦІЙ 3D ТЕРАГЕРЦОВОГО ЛЧМ РАДІОЛОКАТОРА

Досліджені класичні непараметричні методи побудованого в лабораторії «Квантор» 3D Радара. Отримані рівняння класичних непараметричних методів: корелограмних, періодограмних та інших. Отримали оцінку спектральної щільності при різних рівнях шумів.

***Ключові слова**: періодограма, корелограма, ЛЧМ модуляція, оцінка Даньєлла, багатовіконний метод, оцінка Бартлетта.*

Вступ

Побудований ЛЧМ радар на підприємстві Quantor, м. Київ, Україна має характеристики: нижня частота ЛЧМ сигналу - 92 ГГц; верхня частота ЛЧМ сигналу - 96 ГГц; девіація частоти - 4 ГГц; тривалість ЛМЧ сигналу - 1 мс; діапазон вимірювання відстаней - від 0,1 м до 3,0 м; роздільна здатність по глибині - 1 мм.

Проаналізуємо вплив часу спостереження сигналів на зміну їх спектральних характеристик.

Оскільки $\Delta D_{\min} = 1 \cdot 10^{-3}$ м, то

$$t_{D,\min} = \frac{2\Delta D_{\min}}{c} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{8}} = 6,6(6) \cdot 10^{-12} \text{ [с]},$$

$$\Delta f_{\min} = \frac{2\Delta f_i \, \Delta D_{\min}}{cT_i} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{9} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{8} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 26,6(6) \text{ [Гц]},$$

отже:

- Необхідна роздільна здатність за часом - 6,66 пс.
- Необхідна роздільна здатність по частоті - 26,66 Гц.

Оскільки тривалість інтервалу спостереження сигналу становить $T_i = 10^{-3}$ с, тоді гарантована роздільна здатність класичних спектральним методів становить $\Delta f_{\min} \approx \frac{1}{T_i} = 10^{3}$ Гц. Отже, реалізація необхідної роздільної здатності по частоті $\Delta f_{\min} = \frac{2\Delta f_i \, \Delta D_{\min}}{cT_i} = 26,6(6)$ Гц є сумнівною.

Існують два аспекти, які слід брати до уваги при здійсненні спектрального оцінювання параметрів сигналів - ефект розтікання спектру та ефект зсуву максимумів функції спектральної щільності (ФСЩ) [3, 4].

I. Модель сигналу биття на виході змішувача ЛЧМ радара

Для дослідження спектру сигналу ЛЧМ радара була розроблена дискретна модель аналогового сигналу биття на виході змішувача ЛЧМ радара з такими параметрами: діапазон частот ЛЧМ - від 92 ГГц до 96 ГГц; період ЛЧМ (тривалість інтервалу спостережень) - 1 мс; розрядність АЦП - від 16 до 32 біт; кількість циклів накопичення - від 1 до 10000; кількість шарів відбиття - 3; відстані до шарів відбиття - 0,095 м, 0,105 м, 0,106 м; середовище поширення хвиль - вакуум; відношення сигнал/шум - від 80 дБ до 30 дБ.

При розробці моделі були зроблені припущення про однократне відбиття випромінюваного сигналу від кожного шару та умовний характер згасання сигналів (для полегшення аналізу результатів досліджень) [1, 2].

Окремі відбиття від кожного з трьох шарів створює на виході змішувача ЛЧМ радару окремі сигнали биття з відповідною частотою, амплітудою і фазою, а спільно - суміш трьох сигналів биття.

Такий сигнал можна описати відповідною моделлю неперервного часу, яку в першому наближенні будемо вважати моделлю гармонічного коливанням з невідомими первинними параметрами, а саме:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{3} y_k(t) = \sum_{k=1}^{3} U_k \cos(\omega_k t + \varphi_k), \quad (1)$$

де $\omega_k = 2\pi f_k = 2\pi / T_k$ - кругова частота коливання, [рад/с].

У дискретному часі (тобто на виході АЦП для моментів часу $t_n = nT_s$, де T_s - період дискретів) гармонічному коливанню (1) буде відповідати дискретний сигнал

$$y[n] = \sum_{k=1}^{3} y_k[n] = \sum_{k=1}^{3} U_k \cos(\Omega_k n + \varphi_k), \quad (2)$$

де $\Omega_k = 2\pi\omega_k / \omega_s = 2\pi T_s / T_k$ - відносна кругова частота коливання, [рад], $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi / T_s$ - кругова частота дискретизації, [рад/с].

Відповідно зробленим припущенням, частоти гармонічних коливань, які відповідають відстаням відбиття 0,095 м, 0,105 м, 0,106 м є такими:

$$f_1 = 2533{,}33 \text{ Гц}, \; f_2 = 2800{,}00 \text{ Гц}, \; f_3 = 2826{,}67 \text{ Гц}.$$

II. Приклад програми на мові Matlab

Приклад програми на мові *Matlab*, який реалізує моделювання сигналу биття на виході змішувача ЛЧМ радара, наведений на рис. 1.

```
%==========================================
Fs = 1e6;          % частота дискретів, 1 МГц
Ts = 1/Fs;         % період дискретів, [с]
%==========================================
% Параметри моделі сигналів биття між зондуючим ЛЧМ коливанням і затриманими луна-сигналами відбиття.
%==========================================
c  = 300   * 1e6;  % [м/с], швидкість світла
% Параметри зондуючого ЛЧМ коливання.
%------------------------------------------
F0 = 92 * 1e9; %[Гц], початкова частота ЛЧМ сигналу
F1 = 96 * 1e9;% [Гц], кінцева   частота ЛЧМ сигналу
dF = F1 - F0;% [Гц],  девіація  частоти ЛЧМ сигналу
dt = 10 * 1e-4; % [с],тривалість ЛЧМ сигналу
%------------------------------------------
% Параметри ЛЧМ коливань відбиття.
%------------------------------------------
D =[0.030; 0.040; 0.041; 0.042] + 0.065;
%[м], вектор відстаней від випромінювача до кожного шару відбиття.
t_del = D .* (2/c);                    % [с], вектор часу затримки сигналів відбиття від кожного шару
F_beat = t_del .* (dF/dt);             % [Гц], вектор частот биття (beat) між зондуючим ЛЧМ сигналом і сигналами відбиття від кожного шару
U_beat = [1.0; 1.0; 1.0; 0.0];         % [В/В], відносна амплітуда коливань биття.
%------------------------------------------
% Створення вектору дискретного аргументу для подальшого синтезу сигналів

%------------------------------------------
 N = floor(dt/Tdis);%[samples], кідькість дискретів на інтервалі аналізу dt
 n = 0:N-1;%вектор-рядок дискр.аргументу
%------------------------------------------
% Створення векторів - складових повної фази коливань суміші сигналів биття - для кожного значення аргументу n=1:N (рядок) і кожної частоти биття F_beat (стовпчик).
%------------------------------------------
Phi0_beat = 2*pi*(F0 + 0.5*(dF/dt)*t_del).*t_del; % [рад], вектор набігу фаз коливань биття (припущення про відсутність нелінійності зміни частоти в ЛЧМ сигналі).
ddF= dF*1e-11; % [Гц], додаткове відхилення (девіація) частоти через нестабільність генератора/синтезатора частоти
Phi_Start   = Phi0_beat*ones(1,N);                    %
```

```
Постійна (початкова)складова повної фази
```

```
Phi_Line    = 2*pi*F_beat*Tdis*n;
% лінійна поточна складова повної фази
Phi_NLine_1=0*2*pi*ones(size(F_beat))*(ddF*((1/dt)*Tdis*n)*Tdis.*n); % нелінійна поточна   складова повної фази (лінійне паразитна ЧМ кожного сигналу биття)
Phi_NLine_2= 0*2*pi*ones(size(F_beat))*(ddF*sin(2*pi*(1/dt)*Tdis*n)*Tdis.*n);
% нелінійна поточна   складова повної фази (гармонічна паразитна ЧМ кожного сигналу биття)
Phi_Total = Phi_Start + Phi_Line + Phi_NLine_1 + Phi_NLine_2; % повна фаза
%==========================================
% Параметри та Синтез квантувача для моделювання роботи АЦП:
%------------------------------------------
%   тип квантованих даних: Mode = fixed (фіксована крапка)
%   метод округлення даних в заданому форматі: RoundMode = floor (додатні числа усікаються, від'ємні замінюються найближчим більш від'ємним)
%          режим переповнення: OverflowMode = saturate (здійснювати насичення)
%   формат даних: Format = [Nq Nq-1] (довжина слова Nq біт, довжина дробової частини слова Nq-1 біт)
%------------------------------------------
Nq = 24; q =  quantizer ('Mode','fixed', 'RoundMode', 'floor','OverflowMode',                'saturate','Format',[Nq Nq-1]);
%------------------------------------------
SNR = 100; % відношенням С/Ш [дБ] для створення суміші сигналу і шуму
%------------------------------------------
Nacc=10000; % кількість реалізацій, які усереднюються.
L = 1000;    % 1000 = тривалість сигналу биття на кожному циклі вимірювання (=830 для усунення спотворень в кінці кожного циклу)
m = 1:L;       % вектор дискретного аргументу
s_acc_1 = zeros(size(m)); % обнулення накопичувача фрагментів сигналу
%------------------------------------------
for acc_loop  =  1:Nacc;  % Основний цикл когерентного усереднення.
      frame = acc_loop;
      %-----------------------------------
      s_clr = 1e4 * U_beat*cos(Phi_Total);        % суміш сигналів биття (чисті частоти + їх паразитна лінійна та гармонічна ЧМ)
      %-----------------------------------
      Umax  = max(abs(s_clr));                    % максимальне значення в чистому (без шумів) сигналі
      s_mix = awgn(s_clr,SNR,'measured');         % суміш сигналу і шуму з заданим відношенням С/Ш [дБ]
     %Umax = max(abs(s_mix));                     % максимальне значення в чистому (без шумів) сигналі
      Unrm = Umax;                                % обчислення фіксованого нормуючого множника з запасом для врахування викидів шуму в суміші з сигналом
      s_nrm = 0.9 * s_mix / Unrm;                 % нормування суміші відносно чистого сигналу перед квантуванням (модель роботи АРП)
      s_qnt = quantize(q,s_nrm);                  % s_fix = fi(s_nrm,1,16,15);
      s_acc_1 = s_acc_1 + s_qnt;                  % когерентне накопичення фрагментів суміші чистого сигналу і шумових реалізацій
end; % Основний цикл когерентного усереднення: for acc_loop = 1:Nacc;
%------------------------------------------
```

```
s_acc_1 = s_acc_1 ./ frame; % усереднення суми фрагментів сигналу після їх синхронного накопичення.
%-----------------------------------------
% Вибір сигналу для подальшого спектрального аналізу і його компресія.
%-----------------------------------------
  s = s_acc_1; % сигнал, накопичений і усереднений з синхронних фрагментів, які були синтезованими з певним SNR
%=========================================
```

Рис. 1. Програма моделювання сигналу биття на виході змішувача ЛЧМ радара

III. Метод корелограм

Спектральна щільність потужності (СЩП) дискретного стаціонарного в широкому сенсі випадкового процесу $x_i[n]$ визначається ДЧПФ через його автокореляційну послідовність (АКП)

$$r_{xx}[m] = \underset{i}{E}\left\{x_i[n+m]x_i^*[n]\right\}, \quad (3)$$

$$P_{xx}(f) = T\sum_{m=-\infty}^{+\infty} r_{xx}[m]\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fmT} \quad [\text{Вт/Гц}]. \quad (4)$$

Корелограмна оцінка СЩП

Корелограмна оцінка *СЩП* $Đ_{xx}(f)$ базується на використанні скінченої послідовності значень незміщеної оцінки автокореляційної послідовності *(АКП)* $\hat{r}_{xx}[m]$ та зміщеної оцінки *АКП* $\breve{r}_{xx}[m]$ для зсувів $m \in [-L;L]$, обчисленої за N дискретами реалізації $x[n]$, $n \in [0;N-1]$, де $L \le N/10$, замість нескінченої АКП $r_{xx}[m]$:

$$\hat{r}_{xx}[m] = \frac{1}{N-m}\sum_{n=0}^{N-m-1} x[n+m]x^*[n], \quad (5)$$

$$Đ_{xx}(f) = T\sum_{m=-L}^{L} \breve{r}_{xx}[m]\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fmT}, \quad (6)$$

$$-\frac{1}{2T} \le f \le \frac{1}{2T}$$

Середнє значення корелограмної оцінки *СЩП* $Đ_{xx}(f)$ (3) є таким:

$$\overline{Đ_{xx}(f)} = T\sum_{m=-L}^{L}\overline{\hat{r}_{xx}[m]}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fmT} = T\sum_{m=-L}^{L} r_{xx}[m]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fmT} =$$

$$= T\sum_{m=-\infty}^{+\infty} w_R[m]r_{xx}[m]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fmT} = P_{xx}(f)\otimes W_R(f),$$

де $w_R[m] = \begin{cases}1, & m\in[-L;L]\\ 0, & m\notin[-L;L]\end{cases}$ - прямокутне вікно, $P_{xx}(f) = F\left\{r_{xx}[m]\right\}$, $W_R(f) = F\left\{w_R[m]\right\}$.

Для прямокутного вікна $w_R[m]$ його Фур'є образ (ДЧПФ) є сигналом Діріхле в частотному просторі:

$$W_R(f) = F\left\{w_R[m]\right\} = D_L(f) = \frac{\sin(2L+1)\pi fT}{\sin\pi fT}.$$

Середнє значення альтернативної корелограмної оцінки СЩП $\breve{P}_{xx}(f)$ визначаєм як для корелограмної, але $w_T[m] = \begin{cases}1-|m|/N, & m\in[-L;L]\\ 0, & m\notin[-L;L]\end{cases}$ - трикутне вікно,

$$P_{xx}(f) = F\left\{r_{xx}[m]\right\},$$

$$W_T(f) = F\left\{w_T[m]\right\}.$$

Для трикутного вікна $w_T[m]$ його Фур'є образ (ДЧПФ) є таким:

$$W_T(f) = F\left\{w_T[m]\right\} = \frac{2}{L}D_L^2(f) = \frac{2}{L}\frac{\sin^2(L+1)\pi fT}{\sin^2\pi fT}$$

Таким чином, $\overline{P_{xx}(f)}$ та $\overline{\breve{P}_{xx}(f)}$ є розмиті функції і відрізняються від істинної СЩП $P_{xx}(f)$, оскільки $\overline{Đ_{xx}(f)}$ є згорткою істинної СЩП $P_{xx}(f)$ і ДЧПФ $W_R(f)$ прямокутного вікна $w_R[m]$ для корелограмної і ДЧПФ $W_T(f)$ *трикутного* вікна $w_T[m]$.

Дисперсія корелограмной оцінки СЩП $Đ_{xx}(f)$ визначається виразом:

$$\mathrm{var}\left\{Đ_{xx}(f)\right\} \cong \left(\frac{1}{N}\sum_{m=-L}^{L} w_R^2[m]\right)P_{xx}^2(f) = \frac{2L+1}{N}P_{xx}^2(f).$$

Дисперсія альтернативної корелограмної оцінки СЩП $\breve{P}_{xx}(f)$ є такою:

$$\mathrm{var}\left\{\breve{P}_{xx}(f)\right\} \cong \left(1+\left(\frac{\sin 2\pi fTN}{N\sin 2\pi fT}\right)^2\right)P_{xx}^2(f).$$

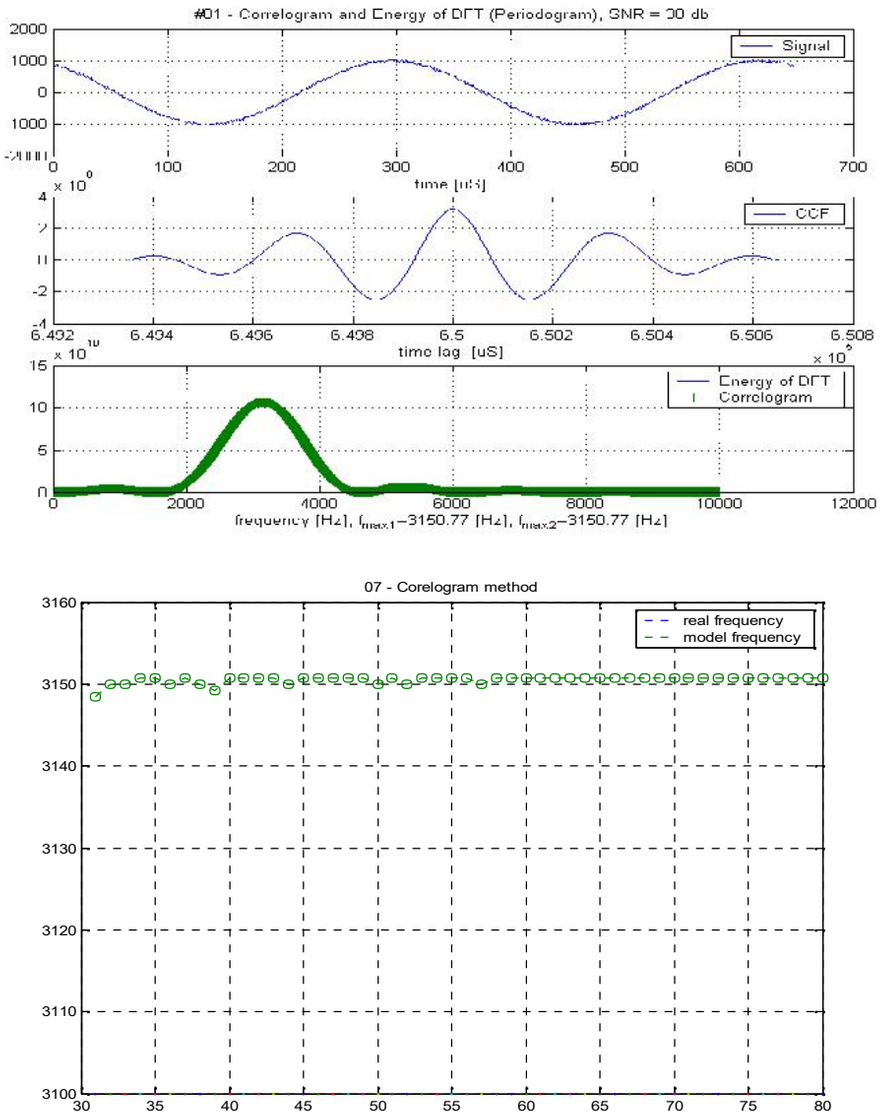


Рис. 2. Спектральне оцінювання тестового сигналу методом корелограм

IV. Метод періодограм

Спектральна щільність потужності ергодичного дискретного випадкового процесу $x_i[n]$ визначаємо за формулою:

$$P_{xx}(f) = \lim_{N\to\infty} E_i \left\{ \frac{\left| T \sum_{n=-N}^{N} x_i[n]\, e^{-j2\pi f n T} \right|^2}{(2N+1)T} \right\} \text{ [Вт/Гц]} \quad (7)$$

Тоді періодограмна оцінка *СЩП* $\tilde{P}_{xx}(f)$, випадкового процесу $x_i[n]$, поданого лише однією обмеженою у часі реалізацією $x[n]$, $n \in [0; N-1]$, є

$$\tilde{P}_{xx}(f) = \frac{\left| T \sum_{n=0}^{N-1} x_i[n]\, e^{-j2\pi f n T} \right|^2}{NT} = \frac{T}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x_i[n]\, e^{-j2\pi f n T} \right|^2 \text{ [Вт/Гц]}, \quad (8)$$

тобто без статистичного усереднення квадрата модуля перетворення Фур'є послідовності даних.

Періодограмна оцінка $\tilde{P}_{xx}(f)$ збігається зі альтернативною корелограмою оцінкою $\breve{P}_{xx}(f)$.

Середнє значення періодограмної оцінки СЩП $\tilde{P}_{xx}(f)$ також є таким самим, як і середнє значення альтернативної корелограмної оцінки СЩП $\breve{P}_{xx}(f)$ через їх еквівалентність), тобто

$$\overline{\tilde{P}_{xx}(f)} = \overline{\breve{P}_{xx}(f)},$$

$$\overline{\tilde{P}_{xx}(f)} = \overline{\breve{P}_{xx}(f)} = T \sum_{m=-L}^{L} \overline{\breve{r}_{xx}[m]}\, e^{-j2\pi f m T} = T \sum_{m=-L}^{L} \left(1 - \frac{|m|}{N}\right) r_{xx}[m]\, e^{-j2\pi f m T} =$$

$$= T \sum_{m=-\infty}^{+\infty} w_T[m]\, r_{xx}[m]\, e^{-j2\pi f m T} = P_{xx}(f) \otimes W_T(f),$$

де $w_T[m]=\begin{cases}1-|m|/N, m\in[-L;L]\\ 0, m\notin[-L;L]\end{cases}$ - трикутне вікно,

$$P_{xx}(f)=F\{r_{xx}[m]\},$$

$$W_T(f)=F\{w_T[m]\}.$$

Для трикутного вікна $w_T[m]$ його Фур'є образ (ДЧПФ) є таким:

$$W_T(f)=F\{w_T[m]\}=\frac{2}{L}D_L^2(f)=\frac{2}{L}\frac{\sin^2(L+1)\pi fT}{\sin^2\pi fT}.$$

Отже, $\overline{\tilde{P}_{xx}(f)}$ теж є розмитою функцією і відрізняється від істинної СЩП $P_{xx}(f)$, оскільки $\overline{\tilde{P}_{xx}(f)}$, як і $\overline{\breve{P}_{xx}(f)}$ є згорткою істинної СЩП $P_{xx}(f)$ і ДЧПФ $W_T(f)$ трикутного вікна $w_T[m]$.

Дисперсія періодограмної оцінки СЩП $\tilde{P}_{xx}(f)$ (21) є такою самою, як і дисперсія альтернативної корелограмної оцінки СЩП $\breve{P}_{xx}(f)$ через їх еквівалентність, тобто

$$\mathrm{var}\{\tilde{P}_{xx}(f)\}=\mathrm{var}\{\breve{P}_{xx}(f)\}$$

$$\mathrm{var}\{\tilde{P}_{xx}(f)\}\cong\left(1+\left(\frac{\sin 2\pi fTN}{N\sin 2\pi fT}\right)^2\right)P_{xx}^2(f).$$

Періодограмна оцінка, як і корелограмна оцінка, не є конзистентною оцінкою СЩП, оскільки дисперсія такої оцінки порівнянна з квадратом її математичного очікування.

З ростом числа дискретів даних значення класичної періодограмної оцінки починають швидко флуктувати.

Для згладжування швидких флуктуацій вибіркового спектру застосовуємо усереднення оцінок СЩП на сусідніх спектральних частотах. Якщо для обчислення $P_{xx}(f)$ на сітці частот $f_k=k/KT$, $0\le k\le K-1$, використовуємо швидке перетворення Фур'є (ШПФ), то модифікована оцінка може бути отримана шляхом усереднення *P* в точках (значень) з кожного боку цієї частоти:

$$Ð_D[f_i]=\frac{1}{2P+1}\sum_{n=i-P}^{i+P}\tilde{P}_{xx}[f_n]. \qquad (9)$$

Узагальненням цього підходу є обробка вибіркового спектру за допомогою фільтра низьких частот. Періодограму Даньєла можна подати у вигляді згортки

$$Ð_D(f_i)=\tilde{P}_{xx}(f)\otimes H(f).$$

Проведемо згладжування вибіркового спектру на базі псевдоансамблю періодограм, створеного шляхом ділення послідовності $x[n]$ з N дискретів даних, $0\le n\le N-1$, на P сегментів $x^{(p)}[n]$, $0\le p\le P-1$, по D дискретів у кожному, $0\le n\le D-1$, які не перекриваються і $DP\le N$, тобто

$$x^{(p)}[n]=x[pD+n].$$

Для кожного сегмента

$x^{(p)}[n]$, $0\le p\le P-1$,

незалежно обчислюється вибірковий спектр

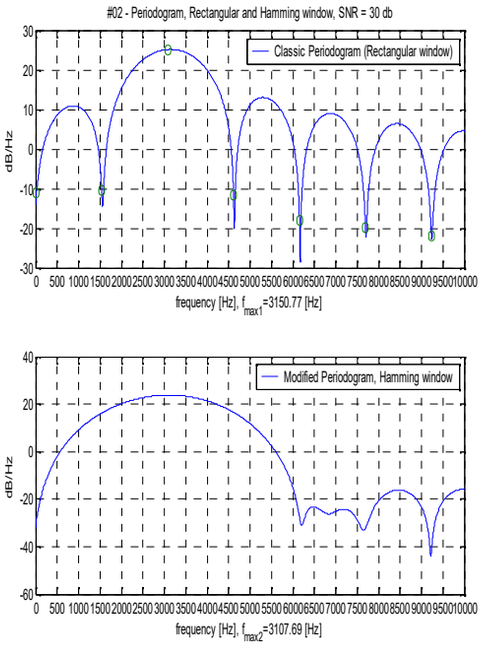


Рис. 3. Спектральне оцінювання тестового сигналу методом корелограм

$$\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f)=\frac{1}{DT}\left|T\sum_{m=0}^{D-1}x^{(p)}[m]\,e^{-j2\pi fmT}\right|^2,$$

$$-\frac{1}{2T}\le f\le\frac{1}{2T}, \qquad (10)$$

для чого можна застосовувати ШПФ на деякій сітці частот $f_k=k/KT$, $0\le k\le K-1$. Потім, для кожної частоти f_i, яка є цікавою, виконується усереднення *P* окремих не модифікованих періодограм, що і дає періодограмну оцінку Бартлетта :

$$Ð_B(f)=\frac{1}{P}\sum_{p=0}^{P-1}\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f).$$

Середнє значення періодограмної оцінки Бартлетта $Ð_B(f)$, якщо сегменти $x^{(p)}[n]$ є статистично незалежними, визначається так:

$$\overline{Ð_B(f)}=\frac{1}{P}\sum_{p=0}^{P-1}\overline{\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f)}=\overline{\tilde{P}_{xx}(f)}=$$

$$=\overline{\breve{P}_{xx}(f)}=T\sum_{m=-L}^{L}\overline{\breve{r}_{xx}[m]}e^{-j2\pi fmT}=T\sum_{m=-L}^{L}\left(1-\frac{|m|}{N}\right)r_{xx}[m]e^{-j2\pi fmT}=$$

$$=T\sum_{m=-\infty}^{+\infty}w_T[m]r_{xx}[m]e^{-j2\pi fmT}=P_{xx}(f)\otimes W_T(f)$$

де $w_T[m]=\begin{cases}1-|m|/N, m\in[-L;L]\\ 0, m\notin[-L;L]\end{cases}$ - трикутне вікно, $P_{xx}(f)=F\{r_{xx}[m]\}$, $W_T(f)=F\{w_T[m]\}$.

Для трикутного вікна $w_T[m]$ його Фур'є образ (ДЧПФ) є таким:

$$W_T(f)=F\{w_T[m]\}=\frac{2}{L}D_L^2(f)=\frac{2}{L}\frac{\sin^2(L+1)\pi fT}{\sin^2\pi fT}.$$

Дисперсія періодограмної оцінки Бартлетта $Ð_B(f)$ є зворотно пропорціональною кількості P сегментів $x^{(p)}[n]$:

$$\mathrm{var}\{Ð_B(f)\}\sqcup\frac{P_{xx}^2(f)}{P}.$$

Використаємо модифіковану схему сегментування даних і усереднення оцінок за псевдо-ансамблем по методу Бартлетта, в якій відбувається зважування за віконною функцією сегментів даних, що перекриваються.

Мета застосування вікна зважування - послабити ефекти впливу бокових пелюстків спектру вікна та зменшити зміщення оцінок за рахунок незначного погіршення роздільної здатності.

Мета застосування перекриття сегментів - зменшення дисперсії оцінки СЩП за рахунок збільшення кількості сегментів і якості усереднення при фіксованій довжині сигналу.

Згладжування вибіркового спектру здійснюється на базі псевдансамблю періодограм, створеного шляхом ділення послідовності $x[n]$ з N дискретів даних.

Для кожного зваженого сегмента $x_w^{(p)}[n]$, $0\le p\le P-1$, подібно методу Бартлетта, незалежно обчислюється вибірковий спектр:

$$\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f)=\frac{1}{UDT}\left|T\sum_{m=0}^{D-1}x_w^{(p)}[m]e^{-j2\pi fmT}\right|^2,$$

$$-\frac{1}{2T}\le f\le\frac{1}{2T}, \qquad (11)$$

де $U=T\sum_{m=0}^{D-1}w^2[m]$ - енергія вікна, яка впливає на зміщення оцінок СЩП у разі її неврахування. Середнє значення вибіркових періодограм зважених сегментів (тобто, модифікованих періодограм) дає періодограмну оцінку Уелча $Ð_W(f)$:

$$Ð_W(f)=\frac{1}{P}\sum_{p=0}^{P-1}\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f).$$

Середнє значення періодограмної оцінки Уелча $Ð_W(f)$, визначається так:

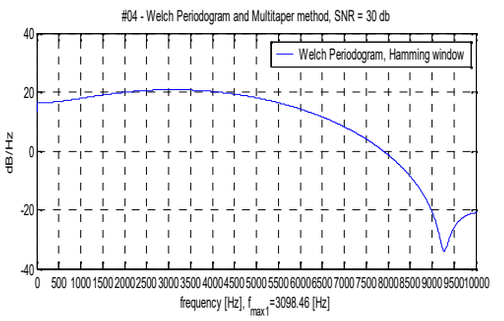
$$\overline{Ð_W(f)}=\frac{1}{P}\sum_{p=0}^{P-1}\overline{\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f)}=P_{xx}(f)\otimes|W(f)|^2/U,$$

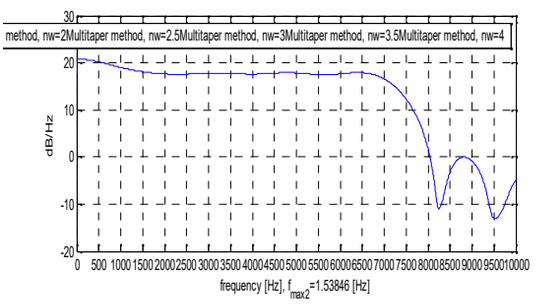
де $P_{xx}(f)=F\{r_{xx}[m]\}$, $W(f)=F\{w[m]\}$.

Отже, $\overline{Ð_W(f)}$ теж є розмитою функцією і відрізняється від істинної СЩП.

Дисперсія періодограмної оцінки Уелча $Ð_W(f)$ є зворотно пропорціональною кількості P сегментів $x^{(p)}[n]$

$$\mathrm{var}\{Ð_W(f)\}\sqcup\frac{P_{xx}^2(f)}{P} \qquad (12)$$





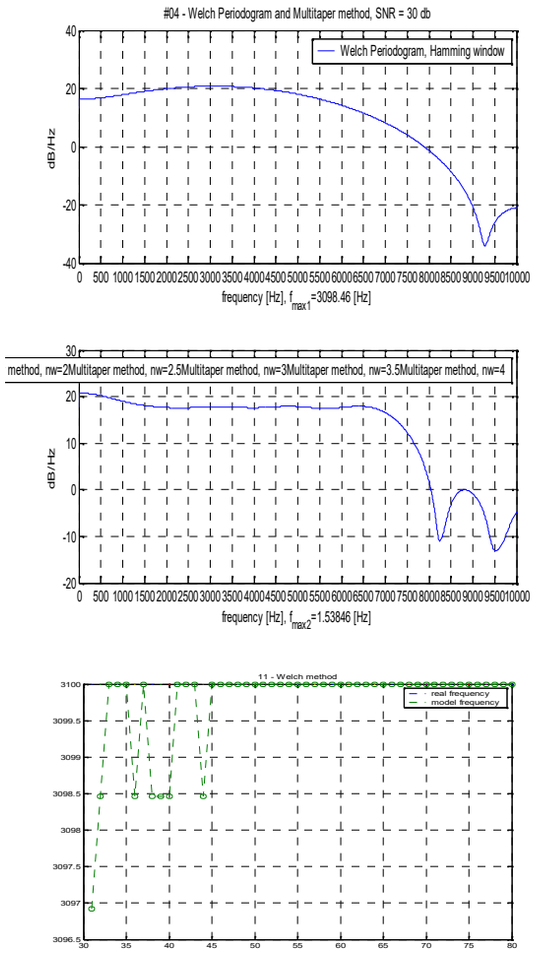


Рис. 4. Спектральне оцінювання тестового сигналу методом періодограм

Метод MTM (багатовіконний метод)

Для зниження дисперсію оцінок СЩП використаємо метод MTM, або багатовіконний метод. Цей метод множинних загострень розроблений з метою використання невеликого набору «загострень» - різних вагових вікон, в противагу єдиному трикутному ваговому вікну даних чи спектральному вікну в методі Блекмана-Т'юкі.

Набір незалежних оцінок СЩП обчислюється шляхом попереднього зважування даних ортогональними загостреними віконними функціями $\{w_k[n]\}$, які розраховуються так, щоб мінімізувати розтікання спектру, яке виникає при обмеженій тривалості сигналу $x_i[n]$.

Оптимальні або «власні» загострення належать до родини функцій, які відомі під назвою дискретні витягнуті сфероїдальні послідовності (*DPSS*) і визначаються як власні вектори належної задачі мінімізації Релея-Рітца.

Усереднення за таким малим ансамблем спектрів дає кращі і більш стабільні оцінки, ніж методи з використанням одного загострення (вікна).

Набір оптимальних загострень $\{w_k[n]\}$, $0 \le k < K$ є дискретним набором власних функцій, які розв'язують варіаційну задачу мінімізації розтікання спектру за межи смуги частот, яка є половиною смуги $p f_N$, тобто за межи смуги $\frac{p}{2} f_N$.

Максимальна кількість K загострень $\{w_k[n]\}$, $0 \le k < K$, має обиратися так, щоб бути меншим за значення Шеннона $2WNT$: $K < 2WNT$, де величина $2W$, $2W > \frac{K}{NT} = K f_N$, $f_N = 1/NT$, визначає ширину смуги, яка є роздільною здатністю спектрального оцінювання $W > \frac{K f_N}{2} = \frac{K}{2NT}$, де $W \in [0; f_N]$. Для кожного загострення $w_k[n]$, $0 \le k < K$, обчислюється ДЧПФ $X_k^{(i)}(f) = \sum_{n=1}^{N} w_k[n] x_i[n] e^{-j2\pi f n T}$, з яких знаходяться окремі перехресні оцінки СЩП $Đ_k^{(l,m)}(f) = \frac{1}{NT}\left(X_k^{(l)}(f)\right)^* \left(X_k^{(m)}(f)\right)$ між $i = l$ та $i = m$ реалізаціями $\{x_i[n]\}$. Усереднення по k дає остаточну перехресну спектральну оцінку

$$Đ_{MTM}^{(l,m)}(f) = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} Đ_k^{(l,m)}(f).$$

У разі $i = l = m$ маємо автоспектральну оцінку

$$Đ_{MTM}(f) = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} Đ_k^{(i,i)}(f).$$

Для реалізації багатовіконного методу MTM в *MATLAB* служить функція *pmtm*. Параметр *nw* цієї функції задає спектрально-часову роздільну здатність. За замовчуванням *nw* = 4, рекомендується вибирати його значення рівними 2, 5/2, 3, 7/2. Число послідовностей Слепіана дорівнює 2*nw*–1. Функція має параметр *method*, що дозволяє задати метод обчислення СПМ:

- *adapt* - адаптивний нелінійний алгоритм Томсона комбінації індивідуальних оцінок (використовується за замовчуванням);
- *unity* - лінійна комбінація індивідуальних оцінок з вагами, рівними 1;
- *eigen* - лінійна комбінація індивідуальних оцінок з вагами, що задаються власними значеннями.

Наведемо приклад оцінки СЩП синусоїди з частотою 3000 Гц, на яку накладено невеликий шум:

```
randn('state',0); fs = 1000; t = 0:1/fs:0.3;
x = cos(2*pi*t*300) + 0.1*randn(size(t));
[Pxx,Pxxc,f] = pmtm(x,3.5,512,fs,0.99);
hpsd = dspdata.psd([Pxx Pxxc],'Fs',fs); plot(hpsd).
```

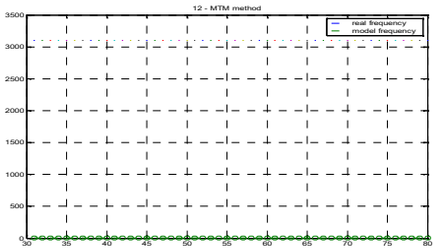
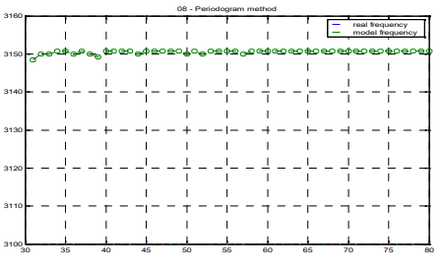


Рис. 5. Спектральне оцінювання тестового сигналу методом МТМ



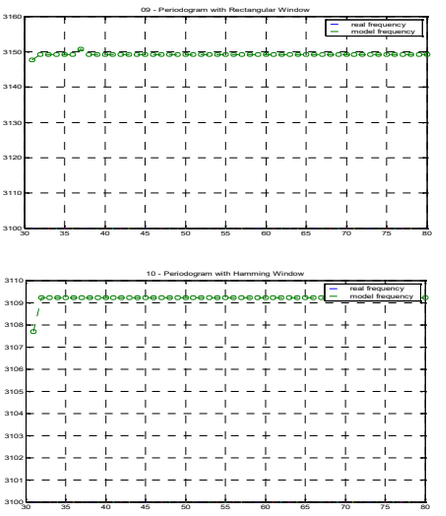


Рис. 6. Спектральне оцінювання тестового сигналу методом періодограми

Висновок

Приведені класичні методи оцінки спектральної щільності при дефектоскопії багатошарових матеріалів, показали, що через обмеженість часу спостереження, ми не можемо отримати задовільних результатів, використовуючи ЛЧМ модуляцію. Періодограмна оцінка Даньєлла, Бартлетта, Уелча, багатовіконний метод покращують результати визначення спектральної щільності, але цього недостатньо для практичного використання, особливо в умовах шумів. Для отримання покращеної роздільної здатності варто розглянути класичні параметричні методи та моделі.

Список літератури

1. *Kosovets M., Pavlov O., Smirnov V. Otsenivanie parametrov caracteristicheskjh functsiy 3D Terahertz radar// Sbornik tez VI World scientific and technique symposium «New technology in telecommunications» (DUIKT-Carpathians'2013), 21— 25 January 2013, pp. 174 — 179.*

2. *Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems /Transactions of the ASME — Journal of Basic Engineering, 82 (Series D): 35 — 45. Copyright © 1960 by ASME.*

3. *О.В.Дробик, М.А.Косовець, О.І. Павлов Дослідження роздільної здатності терагерцового 3D-радара з використанням диференціальної моделі гармонійних коливань першого типу. Ж-л.: Системи управління, навігації та зв'язку, випуск 1 (29), 2014р. Стор. 38-41.*

4. *О.В.Дробик, М.А.Косовець, О.І. Павлов, Л.М.Товстенко Параметричні моделі гармонійних коливань та їх дослідження обмеженого у часі частоти биття 3D-радару. Ж-л.: Системи управління, навігації та зв'язку, випуск 4 (28), 2013р. Стор. 53-59.*

Поступила до редакції 11.04.2014

Рецензент: д.т.н., проф. В.А. Краснобаєв, ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка, Полтава.

КЛАССИЧЕСКИЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ 3D ТЕРАГЕРЦОВОГО ЛЧМ РАДИОЛОКАТОРА

А.В. Дробик, Н.А. Косовец

Исследованы классические непараметрические методы построенного в лаборатории «Квантор» 3D Радара. Полученные уравнения классических непараметрических методов: корелограмних, периодограммный и других. Получили оценку спектральной плотности при различных уровнях шумов

Ключевые слова: *периодограмма, корелограмма, ЛЧМ модуляция, оценка Даньелла, многооконный метод, оценка Бартлетта.*

CLASSIC NONPARAMETRIC METHODS DIGITAL SPECTRAL ANALYSIS OF CHARACTERISTIC FUNCTIONS OF 3D TERAGERTZ FMCW RADAR

A. Drobik, M. Kosovets

Abstract- Studied classical nonparametric methods are constructed in the laboratory "Quantifier» 3D Radar. The equations of the classical nonparametric methods: korelogramma, periodogramma and others. Was received estimate of spectral density at different levels of noise.

Keywords: *korelogramma, periodogramma, FMCW modulation, estimation of Danyell, multi-window method, estimation of Bartlett.*