УДК 621.398.96

А.В. Міщенко

ФПОЗ НАУ

АВІАТРАНСПОРТНИЙ КОМПЛЕКС ЯК СИСТЕМА "МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ" У СФЕРІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

Розглянута математична модель системи масового обслуговування у сфері інформаційної безпеки національного авіатранспортного комплексу. Також розроблені основні параметри системи масового обслуговування для оцінки ефективності авіатранспортної інфраструктури.

Ключові слова: *національна безпека, інформаційна безпека, авіатранспортний комплекс, авіаінфраструктура, цільова ефективність, інтерполяція, аналітичний метод, система масового обслуговування.*

Вступ

Основною системною функцією АТК є задоволення потреб замовників щодо повітряних перевезень в умовах непередбачених змін ринкової кон'юнктури. У цьому сенсі АТК належить до класу стохастичних систем – систем масового обслуговування (СМО), синтез яких є важливою задачею менеджменту [1].

Основна частина

У сфері інформаційної безпеки основними «внутрішніми» параметрами СМО, яки належить оперативно «пристосовувати» до зовнішніх умов ринку авіаперевезень, є:

m – кількість «розрахункових одиниць» ресурсу обслуговування (наприклад, «загонів» ПС даного класу, кожний з котрих обслуговує *1* «типове» замовлення – «канал» обслуговування) на протязі випадкового часу *τ* (в залежності від трудовитрат на завантаження-розвантаження та відстані перевезення); *n* – ємність «черги» на обслуговування (в кількості типових замовлень); *μ* – продуктивність обслуговування для 1 каналу ($\mu = 1/\tau$).

На СМО поступає потік «замовлень», що є випадковими подіями у часі, з інтенсивністю *λ* (середня кількість «замовлень» в одиницю часу). Кожне «замовлення» є «типовим» (у залежності від можливостей загону ПС), тобто має певні «об'єм» (чи «вагу») ресурсу для перевезення.

Якщо існують «вільні» ресурси обслуговування, то вони послідовно «завантажуються» кожним новим «замовленням» вхідного потоку. Якщо усі *m* розрахункових одиниць ресурсу зайняті обслуговуванням, по кожне наступне вхідне «замовлення» ставиться у «чергу» на обслуговування (наприклад, вантаж замовлення розміщується у вантажному терміналі) і поступає з черги на обслуговування по мірі звільнення одиниць ресурсу обслуговування. Якщо зайняті усі *n* місць у черзі, то «замовлення» не обслуговується й покидає СМО.

Як відомо, динамічний процес обслуговування «замовлень» в СМО описується системою диференційних рівнянь Колмогорова, рішення якої дозволяє визначити основні «зовнішні» характеристики СМО:

середня кількість зайнятих обслуговуванням р.о. ресурсу;

середня довжина черги;

середня тривалість обслуговування «замовлення»;

середня тривалість очікування «замовлення» у черзі;

відносна пропускна спроможність СМО, як імовірність обслуговування «замовлення».

Для СМО основною «зовнішньою» характеристикою вважається системна відносна пропускна спроможність qs, яка при наявній інтенсивності вхідного потоку «замовлень» λ є функцією наступних «внутрішніх» параметрів [2]:

кількості «р.о.» обслуговування – m;

кількості «місць у черзі» – n;

інтенсивності обслуговування «замовлень» 1 р.о. – μ.

Таким чином, відносна пропускна спроможність системи є багатомірною функцією

$$qs = q(m, n, \mu, \lambda) . \quad (1)$$

Нехай відома залежність «витрат» на забезпечення значень внутрішніх параметрів системи, тобто функція

$$cs(m, n, \mu) . \quad (2)$$

Тоді виникає дві інтерпретації загальної оптимізаційної задачі параметричного синтезу АТК - «пряма» і «обернена» задачі. Розглянемо їх постановку і методи вирішення.

Пряма задача оптимізації – на множині сукупностей значень внутрішніх параметрів СМО $\{X\}^{пр}$, кожна з яких

$$X = \langle m, n, \mu \rangle \qquad (3)$$

задовольняє умову на припустиму загальну вартість системи

$$cs(X) = cs(m, n, \mu) \le cs^{прип}, \quad (4)$$

знайти сукупність оптимальних значень внутрішніх параметрів

$$X^o = \langle m^o, n^o, \mu^o \rangle, \qquad (5)$$

що максимізує відносну пропускну спроможність системи при наявній інтенсивності замовлень λ –

$$qs(X^o, \lambda) = \max_{\{X\}} qs(m, n, \mu, \lambda) \quad = qs(m^o, n^o, \mu^o, \lambda). \quad (6)$$

Оскільки функції (1), (2) є нелінійними, то ця задача є задачею нелінійного програмування, яка може бути вирішена методом «невизначних множників Лагранжа» (НМЛ). Кількість НМЛ визначається кількістю рівнянь-обмежень задачі; оскільки в цій задачі обмеження (4) – єдине, то й НМЛ буде один – (α).

Створюємо функцію Лагранжа для цільової функції (3.36) й рівняння-обмеження (4):

$$\Phi(X, \alpha) = qs(\lambda, m, n, \mu) + \alpha\{cs^{прип} - cs(m, n, \mu)\} \quad (7)$$

Запишемо умови існування «сідлової» точки функції (7), координати якої і є оптимальним рішенням задачі:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial m} = \frac{\partial qs}{\partial m} - \alpha \frac{\partial cs}{\partial m} = 0 \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial qs}{\partial m} - \alpha \frac{\partial cs}{\partial n} = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = \frac{\partial qs}{\partial \mu} - \alpha \frac{\partial cs}{\partial \mu} = 0 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = cs^{прип} - cs(m, n, \mu) = 0. \qquad (11)$$

Якщо функції qs (λ, m, n, μ) та cs (m, n, μ) мають похідні в аналітичному вигляді, то дана система диференціальних рівнянь перетворюється у систему алгебраїчних рівнянь, рішення якої і дає оптимальні значення

$$\{m^o, n^o, \mu^o, \alpha^o\}. \qquad (12)$$

Обернена задача оптимізації – на множині сукупностей значень внутрішніх параметрів СМО $\{X\}^{î\,á}$, кожна з яких

$$X = (m, n, \mu) \qquad (13)$$

задовольняє умову на потрібну відносну пропускну спроможність

$$qs(X) = qs(m, n, \mu, \lambda) \ge qs^{потр}, \qquad (14)$$

знайти сукупність оптимальних значень

$$X^o = (m^o, n^o, \mu^o), \qquad (15)$$

що мінімізує загальну вартість системи

$$cs(X^o) = cs(m^o, n^o, \mu^o) = \min_{\{X\}} cs(X). \qquad (16)$$

Створюємо функцію Лагранжа для цільової функції (6) та обмеження (4):

$$\Psi(X, \omega) = cs(m, n, \mu) + \omega \cdot \{qs^{потр} - qs(m, n, \mu, \lambda)\}. \quad (17)$$

Запишемо умови існування «сідлової» точки функції (17), координати якої і є оптимальним рішенням задачі:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial m} = \frac{\partial cs}{\partial m} - \omega \frac{\partial qs}{\partial m} = 0 \qquad (18)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = \frac{\partial cs}{\partial n} - \omega \frac{\partial qs}{\partial m} = 0 \qquad (19)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mu} = \frac{\partial cs}{\partial \mu} - \omega \frac{\partial qs}{\partial \mu} = 0 \qquad (20)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \omega} = qs^{потр} - qs(m, n, \mu, \lambda) = 0. \qquad (21)$$

Якщо функції qs(μ,m,n,λ) та cs(m,n,μ) мають похідні в аналітичному вигляді, то дана система диференціальних рівнянь) перетворюється у систему алгебраїчних рівнянь, рішення якої і дає оптимальні значення

$$\{m^o, n^o, \mu^o, \omega^o\}. \qquad (22)$$

Суттєво, що обидві задачі максимізують системну ефективність, оцінкою якої є співвідношення значення відносної пропускної спроможності системи та витрат на її досягнення:

$$ES = q(X, \lambda) / cs(X). \qquad (23)$$

Дійсно, для «прямої» задачі ефективність –

$$ES^{пр} = \max_{\{X\}^{пр}} qs(X^o, \lambda) / cs^{прип} = \max_{\{X\}^{пр}} ES, \quad (24)$$

і для «оберненої» задачі ефективність –

$$ES^{об} = qs^{потр} / \min_{\{X\}^{об}} cs(X^o) = \max_{\{X\}^{об}} ES. \qquad (25)$$

Розглянемо міркування щодо математичного вигляду функції витрат cs(m,n,μ).

Почнемо з визначення залежності витрат на створення «каналу» зі завданою продуктивністю. Вважаємо, що максимальна продуктивність каналу при наявній технології обмежується «фронтом» робіт для персоналу, який і визначає припустиму чисельність штатного персоналу хф. Нехай хф відповідає значенню максимальної продуктивності каналу 0.95μф. Тоді залежність продуктивності каналу від середньої чисельності складу персоналу х достатньо коректно описується функцією –

$$\mu(x) = \mu^{ф} \cdot (1 - \exp(-\beta x)), \quad 0 \le x \le x^{ф}, \quad (26)$$

де β - константа, що визначає питому продуктивність ресурсів щодо змісту процесу обслуговування. Значення β обчислюється за умови, що

$$\mu(x = x^{\phi}) = \mu^{\phi} \cdot \{1 - \exp(-\beta x^{\phi})\} \approx \approx \mu^{\phi} \cdot \{1 - \exp(-3)\}. \quad (27)$$

Послідовно знаходимо:

$$\beta x^{\phi} = 3; \; \beta = 3 / x^{\phi}. \quad (28)$$

Обернену залежність витрат від продуктивності каналу знайдемо із (27); послідовно маємо

$$\mu / \mu^{\phi} = (1 - \exp(-\beta x));$$
$$\exp(-\beta x) = 1 - \mu / \mu^{\phi}; \quad (29)$$
$$-\beta x = \ln(1 - \mu / \mu^{\phi}).$$

Остаточно «витратами» вважаємо кількісний склад персоналу «каналу»:

$$c(\mu) = x = (-1 / \beta) \cdot \ln(1 - \mu / \mu^{\phi}). \quad (30)$$

Оскільки «канали» із продуктивністю μ кожний вважаються однаковими щодо їх «вартості», то сумарні витрати на m-канальну систему складуть:

$$c(m, \mu) = m \cdot c(\mu) = m \cdot (-x^{\phi} / 3) \cdot \ln(1 - \mu / \mu^{\phi}) . \quad (31)$$

Перебування «замовлення» у «черзі» на обслуговування пов'язане з попереднім аналізом його змісту, визначенням виду і обсягу заходів щодо релевантного «задоволення» замовлення, підготовці та здійсненню процесу його обробки. Тому достатньо коректним буде припущення, що «витрати» (у середній кількості осіб персоналу) на перебування замовлення у черзі пропорційні обсягу заходів процесу його обробки, витрати на який дорівнюють середній чисельності персоналу підрозділу, тобто

$$y = \xi \cdot x, \; 0 < \xi < 1. \quad (32)$$

Сумарні витрати на n місць у черзі остаточно складуть

$$c(n) = n \cdot y = n \cdot \xi \cdot x . \quad (33)$$

Таким чином, узагальнена функція витрат на створення підсистем СМО (підрозділів обробки замовлень кожного призначення) –

$$cs(m, n, \mu) = c(m, \mu) + c(n) =$$
$$= m \cdot (-x^{\hat{o}} / 3) \cdot \ln(1 - \mu / \mu^{\hat{o}}) +$$
$$+ \xi \cdot n \cdot (-x^{\hat{o}} / 3) \cdot \ln(1 - \mu / \mu^{\hat{o}}) =$$
$$= (m + \xi \cdot n) \cdot (-x^{\hat{o}} / 3) \cdot \ln(1 - \mu / \mu^{\hat{o}}). \quad (34)$$

Розглянемо тепер математичну формалізацію параметрів СМО для задач оптимального синтезу.

Згадаємо позначки внутрішніх параметрів системи:

кількість каналів обслуговування m;

кількість місць у черзі n;

інтенсивність обслуговування 1 каналу μ.

Як відомо з теорії масового обслуговування, похідні параметри СМО при інтенсивності потоку замовлень λ такі:

відносна пропускна спроможність системи –

$$qs = 1 - p_{m+n} , \quad (35)$$

де імовірність перебування системи у (m+n)-му стані

$$p_{m+n} = \left(\frac{\lambda^{m+n}}{m! m^n \mu^{m+n}} \right) \Bigg/ \left(1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda^i}{i! \mu^i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda^{m+j}}{m! m^j \mu^{m+j}} \right), \quad (36)$$

абсолютна пропускна спроможність системи –

$$A = \lambda \cdot qs ; \quad (37)$$

математичне сподівання кількості зайнятих каналів –

$$M[m] = A / \mu ; \quad (38)$$

математичне сподівання зайнятих місць у черзі на обслуговування –

$$M[r] = \sum_{j=1}^{n} j \cdot p_{m+j} , \quad (39)$$

де ймовірність перебування системи у (m+j)-му стані:

$$p_{m+j} = \frac{\lambda^{m+j}}{m! n^j \mu^{m+j}} \cdot p_o =$$
$$= \left(\frac{\lambda^{m+j}}{m! m^j \mu^{m+j}} \right) \Bigg/ \left(1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda^i}{i! \mu^i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda^{m+j}}{m! m^j \mu^{m+j}} \right). \quad (40)$$

Розглянемо спосіб визначення частинних похідних для функції $q(\lambda, m, n, \mu)$, які входять в систему диференційних рівнянь (28 – 31). Через особливість виразу (36), (37) необхідне обчислення похідних від факторіалів; припускаємо, що похідна саме від факторіалу (m!) надається співвідношенням диференціалів функції та аргументу, як кінцевих різниць –

$$\frac{d(m!)}{dm} \approx \frac{\Delta(m!)}{\Delta m} = \frac{(m+1)! - m!}{(m+1) - m} = = \frac{m!(m+1) - m!}{1} = m! m. \quad (41)$$

Позначимо у (40) чисельник – через S0, першу суму знаменнику – через S1 другу суму у знаменнику – через S2; знайдемо аналітичні вирази похідних:

$$\frac{\partial S1}{\partial m}, \frac{\partial S1}{\partial n}, \frac{\partial S1}{\partial \mu}, \frac{\partial S2}{\partial m}, \frac{\partial S2}{\partial n}, \frac{\partial S2}{\partial \mu}, \frac{\partial S0}{\partial m}, \frac{\partial S0}{\partial n}, \frac{\partial S0}{\partial \mu}. \quad (42)$$

Після цього стає можливим знаходження усіх частинних похідних для аргументів імовірності (m+n)-го стану (40). Позначимо знаменник формули цієї імовірності через SZ та знайдемо аналітичний вираз компонент направляючого вектора щодо максимуму відносної пропускної спроможності q(m,n,μ,λ):

$$\frac{\partial q}{\partial m} = -\frac{1}{SZ^2} \left(\frac{\partial S0}{\partial m} SZ - S0 \frac{\partial SZ}{\partial m} \right), \quad (43)$$

$$\frac{\partial q}{\partial n} = -\frac{1}{SZ^2} \left(\frac{\partial S0}{\partial n} SZ - S0 \frac{\partial SZ}{\partial n} \right), \quad (44)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \mu} = -\frac{1}{SZ^2} \left(\frac{\partial S0}{\partial \mu} SZ - S0 \frac{\partial SZ}{\partial \mu} \right). \quad (45)$$

Після підстановки відповідних виразів похідних у системи рівнянь (38)-(41) вирішуються пряма та обернена задачі оптимального параметричного синтезу СМО методом невизначених множників Лагранжа.

Висновок

Таким чином, розглянута математична модель системи масового обслуговування у сфері інформаційної безпеки національного авіатранспортного комплексу.

Список літератури

1. *Качинський А.Б. Безпека, загрози, ризик. Наукові концепції та математичні методи. Інститут проблем національної безпеки. Національна академія служби безпеки України. Київ, 2004. – 470 с.*
2. *Самарский А.А. Гулин А.В. Численные методы. М: "Наука" 1989г. – 432 с.*

Надійшла до редколегії 24.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харківський університет Повітряних Сил, Харків.

АВИАТРАНСПОРТНЫЙ КОМПЛЕКС КАК СИСТЕМА «МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ» В СФЕРЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

А.В. Мищенко

Рассмотрена математическая модель системы массового обслуживания в сфере информационной безопасности национального авиатранспортного комплекса. Также разработаны основные параметры системы массового обслуживания для оценки эффективности авиатранспортной инфраструктуры.

Ключевые слова: *национальная безопасность, информационная безопасность, авиатранспортный комплекс, авиаинфраструктура, целевая эффективность, интерполяция, аналитический метод, система массового обслуживания.*

AIR TRANSPORT SYSTEM AS A SET OF "QUEUING" IN THE FIELD OF INFORMATION SECURITY

A.V. Mishchenko

The mathematical model of queuing system in the field of information security of the national air transport industry. Also developed the basic parameters of a queuing system to evaluate the effectiveness of air transport infrastructure.

Keywords: *national security, information security, air traffic center, aviainfrastruktura, target efficiency, interpolation, analytical method, queuing system.*