УДК 519.81

Н.А. Брынза

Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеца, Харьков

АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ МЕТОД ПРИНЯТИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрена проблема принятия решений в условиях нечеткой информации, представление неопределенных данных в виде нечетких множеств, типы нечетких переменных и операции с ними, выделены методы построения функций принадлежности. Проведен синтез и структурно-параметрическая идентификация нечетко-множественной модели вычисления фазифицированной полезности альтернативных решений. Предложен альтернативный метод принятия многокритериальных решений в условиях нечеткой информации.

Ключевые слова: *принятие решений, нечеткие множества, фазифицированная полезность, оптимизационная модель, функция принадлежности, теории полезности, частный критерий.*

Введение

При решении проблем пользователи часто встречаются с множеством источников неопределенности используемой информации, но в большинстве случаев их можно разделить на две группы: недостаточно полное знание предметной области и недостаточная информация о конкретной ситуации.

В настоящее время для принятия решений в условиях неопределенности широко используется вероятностное представление неопределенностей. Однако, большинство исследователей, занимающихся проблемами искусственного интеллекта, полагают, что альтернативные методы должны играть важную роль в разработке экспертных систем. Многие исследователи согласны с утверждением, что теория вероятности не является адекватным инструментом для решения задач представления неопределенности знаний и данных. При этом выдвигаются следующие аргументы в пользу такого мнения:

– теория вероятности не дает ответа на вопрос, как комбинировать вероятности с количественными данными;

– определение вероятности определенных событий требует информации, которой мы во многих случаях просто не располагаем;

– непонятно, как количественно оценивать такие часто встречающиеся на практике понятия, как "в большинстве случаев", "в редких случаях", или такие оценки, как "приблизительно" или "около";

– применение теории вероятности требует "слишком много чисел", что вынуждает специалистов давать точные оценки тем параметрам, которые они не могут оценить;

– обновление вероятностных оценок обходится очень дорого, поскольку требует большого объема экспериментальных данных, получение которых требует больших затрат временных, материальных и вычислительных ресурсов.

Все эти соображения породили новый формальный аппарат для работы с неопределенностями, который получил название нечетких множеств (fuzzy sets) или теории функций доверия (belieffunctions) [1-3]. Этот аппарат в настоящее время широко используется при решении задач искусственного интеллекта.

При нечеткой неопределенности переменные задаются с помощью лингвистических формулировок типа « a находится приблизительно в интервале от b до c ». Это означает, что полезность каждого из альтернативных решений $x \in X$ является нечеткой интервальной величиной.

С учетом сказанного, для решения задачи выбора эффективного решения в условиях нечеткой неопределенности необходимо:

– разработать метод фазифицированного представления интервальных значений переменных модели полезности альтернативных решений;

– определить правило ранжирования нечетких интервальных величин;

– обосновать правило дефазификации и определения эффективного точечного решения.

Весомый вклад в исследование проблемы в целом и ее различных аспектов внесли зарубежные и отечественные ученые: Фишберн П. [4], Заде Л. [3], Штовба С [5], Зайченко Ю.П. [6], Поспелов Д.А. [7]. Их трудами создана базовая теория принятия многокритериальных решений в условиях неопределенности, однако проблема в целом далека от исчерпывающего решения. В настоящее время не существует исчерпывающего единой нормативной методологии решения задач многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности, при этом вид и форма представления неопределенности исходных данных могут быть разными. Это определяет необходимость дальнейших исследований и поиск новых подходов к решению объектно-ориентированных проблем.

Основная часть

Нечеткие множества определяются следующими образом. Пусть X – универсальное множество, например, альтернативных решений, x – элемент множества X, а R некоторое его свойство. В классической теории множеств, подмножество A универсального множества X, элементы которого обладают свойством R определяется как множество упорядоченных пар, $A = \{\mu_A(x) / X\}$, где $\mu_A(x)$ – характеристическая функция (булева переменная), которая принимает значение

$$\mu_A = \begin{cases} 0, \text{ если } x \in X, \\ 1, \text{ если } x \notin X. \end{cases}$$

Нечеткие множества отличаются от классических тем, что характеристическая функция (в этом случае она называется функцией принадлежности) принимает любое значение на упорядоченном множестве $M = [0,1]$, а конкретное значение $\mu_A(x)$ характеризует степень истинности утверждения, что $x \in A$.

Формирование функций принадлежности нечеткому множеству. Центральной задачей формализации интервальной неопределенности с помощью нечетких множеств является определение функций принадлежности. В настоящее время существует большое количество методов построения функций принадлежности. Все эти методы можно разделить на две группы: прямые и косвенные [7, 8].

Конечной целью и прямых, и косвенных методов является идентификация вида функции принадлежности. В настоящее время наиболее широко используются как нелинейные (гаусовая, колокообразная, сигмоидальная) формы функций принадлежности. Вместе с этим, несмотря на разнообразие прямых и косвенных методов формирования функций принадлежности нечетким множествам все они основаны на стремление формализовать субъективные экспертные оценки. Функции принадлежности нечетким множествам отражает субъективное, индивидуальное или групповое мнение о степени истинности некоторого лингвистического утверждения (типа – малый, средний, большой и т.д.) для некоторого значения конкретного параметра. Поэтому все попытки построения «точной» функции принадлежности принципиально бесперспективны, так «объективно точной» формы, независимой от субъективного мнения эксперта, просто не существует. Вместе с этим, как показано в работе [6], разные формы функций принадлежности отличается компактностью на 4-6%, что в большинстве случаев мало влияет на окончательное решение. Поэтому не целесообразно тратить дополнительных усилий на «data mining» субъективных данных, а принимать треугольные или трапециидальные формы функций принадлежности.

Синтез нечетко-множественной модели вычисления полезности альтернативных решений. Общая модель принятия многокритериальных решений в условиях неопределенности имеет вид

$$x^o = \arg \operatorname*{extr}_{x \in X} \overline{P}(x), \qquad (1)$$

где $\overline{P}(x)$ – интервально - неопределенное значение полезности альтернативных решений $x \in X$. Эти значения определяются моделью

$$\overline{P}(x) = \sum_{j=1}^{m} \overline{a}_j \overline{k}_j(x), \qquad (2)$$

при этом знак «–» обозначает интервально-неопределенные значения соответственно весовых коэффициентов a_j и частных критериев $k_j(x)$. В данной главе рассматривается частный случай задачи принятия решений, когда все параметры и переменные модели являются в общем случае нечеткими множествами, представленными в виде нечетких чисел, заданными в LR - форме. Аргументом в пользу такого представления является тот факт, что все весовые коэффициенты a_j и частные критерии $k_j(x)$ являются нечеткими множествами, универсальным носителем которых является множество натуральных чисел.

В целом это означает, что оценки полезности $\overline{P}(x)$ являются нечеткими числами. Но для принятия конкретного эффективного решения $x \in X$ по модели (1) понадобятся конкретные точечные значения, что неизбежно потребует дефазификации и детерминизации нечетких интервальных значений $\overline{P}(x)$.

В настоящее время существует два подхода в решении задачи детерминизации неопределенностей. Первых заключается в устранении неопределенностей на предварительных стадиях подготовки данных для решения задачи. В этом случае на основе эвристических соображений интервальные неопределенности заменяются точечными детерминированными, в качестве которых, в зависимости от вида неопределенности, выступают математические ожидания, моды нечетких множеств, средние значения и т.д. В этом случае существенно упрощается последующий анализ, но при этом теряется очень ценная информация об интервале возможных значений величины.

Во втором случае на всех этапах анализа расчеты производятся с учетом интервальной неопределенности исходных данных и только на заключительном этапе выполняется детерминизация конечного результата в случае необходимости получения точечной оценки. Как правило такой анализ более громоздкий в вычислительно отношении, но позволяет получить более полную информацию для принятия конечного решения.

В связи с выше указанным, часто используется компромиссный подход, который заключается в том, что часть исходных неопределенных данных на основе эвристических соображений, но с учетом формальных количественных оценок величины и значимости конкретных переменных, детерминизируется на предварительных этапах анализа, а часть учитывается в исходном интервальном виде.

Именно такой подход применен при синтезе модели принятия решений в условиях многокритериальности и интервальной неопределенности исходных данных в условиях нечетко – множественной форме их представления.

Альтернативный метод принятия многокритериальных решений в условиях нечеткой информации. Пусть задано допустимое множество решений $x \in X$. Каждое решение характеризуется кортежем разнородных частных критериев $k_i(x), i = \overline{1,m}$, представленных в виде интервальных нечетких чисел $< k_i(x), \mu_i(k_i(x)) >$. Необходимо в этих условиях синтезировать модель выбора компромиссного эффективного решения $x^o \in X$.

Введем нечеткое множество «экстремальное значение i-го частного критерия», с функцией принадлежности вида [9, 10]

$$\mu[k_i(x)] = \left[\frac{k_i^*(x) - k_i^{НХ}}{k_i^{НЛ} - k_i^{НХ}}\right]^{\alpha_i}, \qquad (3)$$

где $k_i^*(x)$ – модальное значение i-го частного критерия для решения $x \in X$; $k_i^{НЛ}$, $k_i^{НХ}$ – соответственно наилучшее и наихудшее значения i-го частного критерия на множестве допустимых решений X; α_i – параметр нелинейности.

Носителем указанного нечеткого множества является числовой интервал $[k_i^{НХ}, k_i^{НЛ}]$. Значения $k_i^{НЛ}$ и $k_i^{НХ}$ определяются по правилу

$$k_i^{НЛ} = \begin{cases} \min\limits_{x \in X} k_i(x), \text{ если } k_i(x) \to \min, \\ \max\limits_{x \in X} k_i(x), \text{ если } k_i(x) \to \max; \end{cases} \qquad (4)$$

$$k_i^{НХ} = \begin{cases} \min\limits_{x \in X} k_i(x), \text{ если } k_i(x) \to \max, \\ \max\limits_{x \in X} k_i(x), \text{ если } k_i(x) \to \min. \end{cases} \qquad (5)$$

Используя модель (3-5) для каждого решения $x \in X$, определяем кортеж значений функций принадлежности

$$\mu[k_i(x)] =< \mu_i[k_i^*(x)] >, i = \overline{1,n}, \qquad (6)$$

где каждое значение $\mu_i[k_i^*(x)]$ определяет степень принадлежности частного критерия $k_i(x)$ $x \in X$ нечеткому множеству «экстремальное значение $k_i(x)$ критерия», а кортеж (6) в целом, степень принадлежности решения $x_j \in X$ нечеткому множеству «экстремальное по эффективности решение x^o на допустимом множестве X» с функцией принадлежности

$$\mu(x^o) = F\{A, \mu[k_i^*(x)]\}. \qquad (7)$$

Согласно теории полезности [4] экстремальным компромиссным решением на множестве X является решение, имеющее максимальную относительную полезность $P(X)$. При этом $P(X)$ может принимать значения только на интервале [0, 1]. С этой точки зрения функция принадлежности (7) является аналогом $P(X)$. В соответствии с этим в качестве модели (7) можно использовать аддитивную оценку вида

$$\mu_1(x^\circ) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_i[k_i(x)]; \qquad (8)$$

взвешенную аддитивную оценку

$$\mu_2(x^o) = \sum_{i=1}^{n} a_i\mu_i[k_i(x)]; 0 \le a_i \le 1, \sum_{i=1}^{n} a_i = 1 \qquad (9)$$

мультипликативную оценку

$$\mu_3(x^o) = \prod_{i=1}^{n}\mu_i[k_i(x); \qquad (10)$$

оценку Кобба-Дугласа

$$\mu_4(x^o) = \prod_{i=1}^{n}\mu_i[k_i(x)]^{\alpha_i}, \quad 0 < \alpha_i \le 2; \qquad (11)$$

оценку, представляющую любой фрагмент полинома Колмогорова-Габора

$$\mu_5(x^o) = \sum_{i=1}^{n} a_i\mu_i[k_i(x)] + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\mu[k_i(x)]\mu[k_j(x)] + ... \qquad (12)$$

Независимо от вида $\mu(x^o)$ общее правило выбора эффективного компромиссного решения x^o:

$$x^o = \arg\max_{x \in X}\mu(x^o). \qquad (13)$$

Кроме того, можно реализовать такие методы регуляризации задачи многокритериальной оптимизации как принцип главного критерия и принцип последовательной оптимизации.

Принципа главного критерия в нечетком виде представляется как

$$\mu(x^o) = \arg\max_{x \in X}\mu[k_j^*(x)], \quad \mu[(k_i(x)] \ge \alpha_i, \; i = \overline{1, n-1}, \qquad (14)$$

где $\mu[k_j^*(x)]$ – модальное значение главного (оптимизационного) критерия; α_i – допустимые значения α уровней функций принадлежности частных критериев, которые переведены в ограничения.

Принцип лексикографического упорядочения. Все частные критерии ранжируются в порядке убывания важности

$$k_1 \succ k_2 \succ \ldots \succ k_n . \qquad (15)$$

В этой последовательности решаются однокритериальные задачи по частным критериям. Наилучшее решение в этом случае определяется по следующей схеме. На первом шаге из исходного множества допустимых решений X выделяется подмножество x_1^o решений, эквивалентных (равноценных) по первому (наиболее важному) критерию. Для этого решается однокритериальная оптимизационная задача вида

$$x_1^o = \arg\max_{x \in X} \mu[k_1(x)]. \qquad (16)$$

Если множество x_1^o содержит более одного решения – переходим к следующему этапу, т.е. решаем задачу выбора эквивалентных решений по второму по важности критерию, но уже из множества x_1^o :

$$x_2^o = \arg \max_{x \in X,\, x \in x_1^0} \mu[k_2(x)] . \qquad (17)$$

В общем случае

$$x_i^o = \arg \max_{x \in X,\, x \in x_{i-1}^0} \mu[k_i(x)]; \; i = \overline{1,n} . \qquad (18)$$

Оптимизация продолжается до тех пор, пока на i – м шаге будет получено единственное решение или исчерпаются все критерии. Полученное решение принимается в качестве наилучшего (оптимального).

Выводы

Кардинальное решение проблемы повышения эффективности принимаемых решений связано с необходимостью решения задач многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности.

Традиционный, широкораспространенный подход к решению таких задач, основанный на эвристическом их упрощении, детерминизации как средства снятия неопределенности, по мере усложнения задач и повышения значимости становится все менее эффективным. Функция принадлежности является аналогом полезности и ее можно использовать как в традиционной модели многофакторного оценивания полезности: взвешенные аддитивная, мультипликативная и т.д., а также принцип главного критерия, принцип последовательной оптимизации и т.д.

Список литературы

1. Zadeh L. A. Fuzzy sets / L. A. Zadeh // Information and Control. – 1965. – Т. 8, № 3. – P. 338-353.

2. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А.Поспелова. – М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат. лит., 1986. – 312 с.

3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 128 с.

4Фишберн П. Теория полезности для принятия решений / П. Фишберн. – М.: Наука, 1978. – 352с.

5. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. / С. Д .Штовба – М.: Горячая линия – Телеком. – 2007. – 288 с.

6. Исследование разных видов функций принадлежности параметров нечетких прогнозирующих моделей в нечетком методе группового учета аргументов / Ю. П. Зайченко, И. О. Заец, О. В. Камоцкий, О. В. Павлюк // Управляющие системы и машины. –2003 . – №2. – С. 56-67.

7. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А.Поспелова. – М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат. лит., 1986. – 312 с.

8. Блюмин С.Л. Нечеткая логика алгебраические основы и приложения Монография./ С.Л. Блюмин, И.А. Шуйкова, П.В. Сараев, И.В.Черпаков – Липецк ЛЭГИ, 2002. – 113 с.

9. Петров Е.Г. Методи і засоби прийняття рішень в соціально – економічних системах / Е.Г. Петров, М.В. Новожилова, І.В. Гребеннік. – К.: Техніка, 2004. – 256 с.

10. Dorokhov, O. V., Chernov V. G. (2011). Application of the Fuzzy Decision Trees for the Tasks of Alternative Choices. Transport and Telecommunication, 11(2), 4–11.

Поступила в редколлегию 14.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Є.П. Путятін, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

АЛЬТЕРНАТИВНИЙ МЕТОД ПРИЙНЯТТЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Н.О. Бринза

У статті розглянута проблема прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, подання невизначених даних у вигляді нечітких множин, типи нечітких змінних і операції з ними, виділені методи побудови функцій приналежності. Проведено синтез і структурно-параметрична ідентифікація нечітко-множинної моделі обчислення фазіфіцірованої корисності альтернативних рішень. Запропоновано альтернативний метод прийняття багатокритеріальних рішень в умовах нечіткої інформації.

Ключові слова: *прийняття рішень, нечіткі множини, фазіфіцірована корисність, оптимізаційна модель, функція приналежності, теорії корисності, приватний критерій.*

ALTERNATIVE METHOD OF MULTICRITERIA DECISION-MAKING IN THE FUZZY INFORMATION

N.O. Brynza

The article observes the problem of decision making in fuzzy information, representation of uncertain data in the form of fuzzy sets, types of fuzzy variables and operations with them, methods of membership functions construction. The synthesis and structure-parametric identification of fuzzy multiple models for calculation fuzzy utility of alternative solutions was conducted. An alternative method of multi-criteria decision-making in fuzzy information is proposed.

Keywords: *decision making, fuzzy sets, fuzzy utility, optimization model. membership function, utility theory, the private criterion.*