

УДК 681.5.004

С.Г. Семенов¹, О.М. Панаско², А.М. Тихоненко³¹ Національний технічний університет «ХПІ», Харків² Черкаський державний технологічний університет, Черкаси³ Черкаська спеціалізована школа № 17, Черкаси

ДЕКОМПОЗИЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ ЯК ПЕРСПЕКТИВНИЙ НАПРЯМ МІНІМІЗАЦІЇ В ФУНКЦІОНАЛЬНОПЕРЕНАСИЧЕНОМУ БАЗИСІ

Обґрунтовано перевагу мінімізації булевих функцій в функціональноперенасиченому базисі шляхом використання декомпозиції вторинних булевих функцій в оптимальному базисі та вказано структуру комбінаційної схеми, побудованої на основі указаної булевої функції. Даний напрям мінімізації дає перевагу по основним показникам складності реалізації S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} в порівнянні з мінімізацією в класичних формах представлення за рахунок незначного погіршення часових характеристик роботи комбінаційної схеми

Ключові слова: функціональноповний та функціональноперенасичений базис булевих функцій, багатоврівневі комбінаційні схеми, декомпозиція булевих функцій в оптимальному базисі

Вступ

Постановка проблеми. Мінімізація булевих функцій (BF), що описують комбінаційні схеми (CS), – один із ключових та найбільш трудомістких етапів процесу синтезу цифрових блоків.

Напрямок мінімізації BF, розроблений на основі декомпозиції BF досить довго був неефективним в порівнянні з традиційними методами з точки зору часу отримання кінцевого результату. Але з розвитком складності комбінаційних схем (CS), з необхідністю мінімізації BF з великою кількістю аргументів, на основі яких розробляють мікросхеми з середнім та великим ступенем інтеграції, методи на основі декомпозиції дали можливість суттєво скоротити час мінімізації в порівнянні з класичними.

Особливо суттєвою є проблема, що виникає під час мінімізації BF, – проблема лавинної залежності збільшення розмірів CS при зростанні кількості вхідних сигналів. **Актуальним питанням** є пошук чинників, що дають можливість зменшити розміри CS або при збереженні або при незначному погіршенні решти характеристик схеми.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема пошуку чинників, що призводять до зменшення розмірів CS, в наукових публікаціях розглядається в кількох аспектах. В деяких роботах пропонують розглянути [1] характерні ознаки BF, що дають можливість об'єднати їх певні множини за спільними ознаками. В ряді робіт [2, 3] проводиться дослідження будови BF з метою виявлення характерних ознак їх внутрішньої будови.

Метою статті є обґрунтування нових шляхів мінімізації BF на основі явища декомпозиції з використанням функціональноперенасиченого базису (ФПБ), що дають можливість отримати кращі показники складності реалізації, ніж традиційними методами мінімізації.

Основний матеріал

Під декомпозицією BF $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в класичному сенсі розуміють розклад на логічний ряд по деякому i аргументу.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \overline{x_i} \wedge Q_{i0}(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \cup x_i \wedge Q_{i1}(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n). \quad (1)$$

Для мінімізації BF аргумент x_i підбирають таким, щоб друга частина члену логічного ряду $Q_i = 1$ або $Q_i = 0$ (див. рис.1). В результаті такого послідовного числа декомпозицій отримують мінімальну форму BF, в якій в кожному члені ряду відсутня частина Q_i . Якщо дана умова не виконується, Q_i розглядають як BF $f_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ і виконують аналогічну декомпозицію (1).

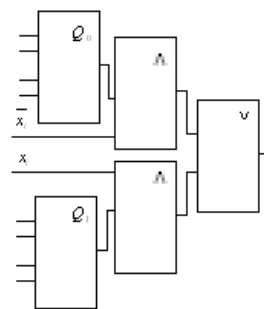


Рис. 1 Модель декомпозиції BF в ФПБ

В залежності від виду функціональноповного базису (ФПБ), на який розкладають BF, логічною сумою може бути: перший випадок – ФПБ №1 OR, NOT, AND – диз'юнкція; другий випадок – ФПБ №2 XOR, AND, "1" – альтернативне АБО; третій випадок – ФПБ №3 "+", NOT, AND – арифметична сума

Комплексну оцінку властивостей BF доцільно виконувати, якщо розглядати булеві функції не окре-

мо, а цілими підмножинами BF за PN-класифікацією. Дана класифікація передбачає групування BF в підмножини повної множини булевих функцій (PN-групи) за двома операціями еквівалентності: перестановка змінних та заміна змінних їх інверсіями в таблиці істинності BF. Для визначеності кожна підмножина позначається номером мінімального елемента. PN-групи BF мають кілька суттєвих властивостей: всі BF, що належать одній PN-групі, мають однакові коефіцієнти складності реалізації, найсуттєвіші серед яких S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} [4]. Так, повна множина BF, що містять 3 аргументи, складається 21 PN-групи, має такі значення коефіцієнтів (табл. 1); в результаті декомпозиції BF $f_0(x_1, x_2, \dots, x_n)$, що належать одній PN-групі, розкладаються на BF $f_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$. Декомпозицію BF можна розглядати як розклад булевої функції від n аргументів на дві незалежні BF Q_{i0} та Q_{i1} , що містять $n-1$ аргумент (1). Напрямок мінімізації в ФПБ дає можливість отримати в результаті дворівневу комбінаційну схему для конкретного ФПБ. Якщо проаналізувати ефективність використання кожного базису за коефіцієнтами S_{AD} (рис. 2), S_{SH} (рис. 3), S_L (рис. 4), S_S (рис. 5), S_{AC} (рис. 6), можна прийти до висновку, що ні один із них не має суттєвої переваги над іншими. Для кожної функції пріоритетним є свій ФПБ.

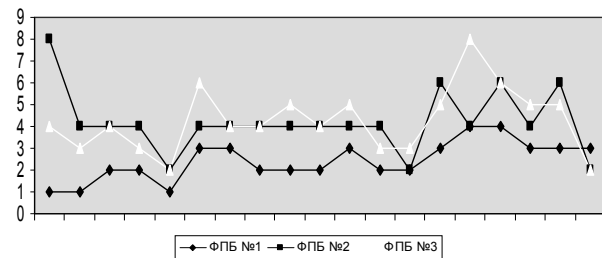


Рис. 2. Значення коефіцієнта S_{AD} в ФПБ №1, №2, №3 для PN-груп BF від 3 аргументів

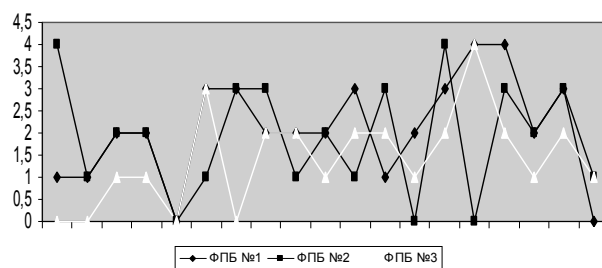


Рис. 3. Значення коефіцієнта S_{SH} в ФПБ №1, №2, №3 для PN-груп BF від 3 аргументів

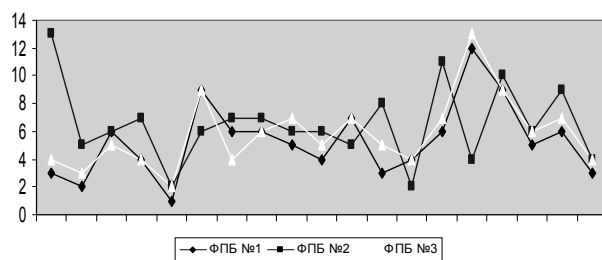


Рис. 4. Значення коефіцієнта S_L в ФПБ №1, №2, №3 для PN-груп BF від 3 аргументів

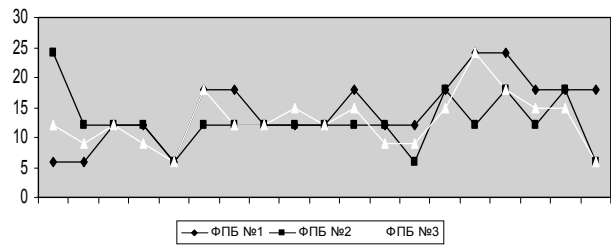


Рис. 5. Значення коефіцієнта S_S в ФПБ №1, №2, №3 для PN-груп BF від 3 аргументів

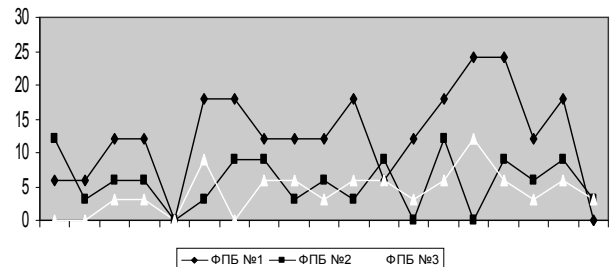


Рис. 6. Значення коефіцієнта S_{AC} в ФПБ №1, №2, №3 для PN-груп BF від 3 аргументів

Одним із шляхів поліпшення значень коефіцієнтів складності реалізації є можливість виконувати мінімізацію не шляхом скорочення функцій Q_{i0} та Q_{i1} , як це виконується в функціональноповних базисах, а шляхом їх модифікації. Суть модифікації полягає також у використанні декомпозиції для Q_i , але в іншому оптимальному базисі, ніж ФПБ в основній BF. В результаті отримують багаторівневу комбінаційну схему в перенасиченому функціональноповному базисі (рис. 7) з кращими показниками складності реалізації, ніж у випадку дворівневої схеми. Задача мінімізації в даному випадку полягає у виборі – або залишати вторинну функцію в цьому ж базисі або переходити в інший базис з кращими показниками складності реалізації. Перехід покращує масогабаритні показники мікросхеми, але робить її повільнішою

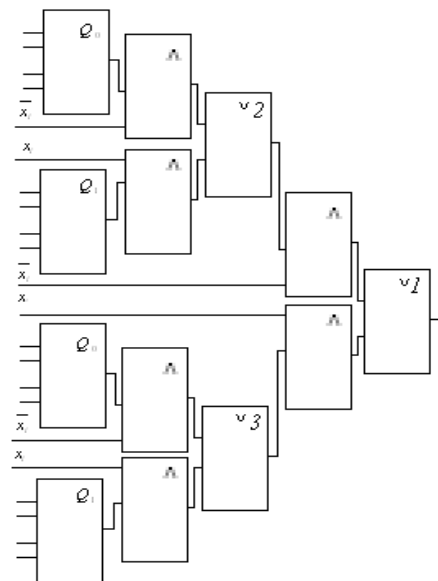


Рис. 7. Модель декомпозиції BF в ФПБ

Сумарні показники складності реалізації S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} для повної множини BF від 4 аргументів для різних базисів

№ пп	Базис	S_{AD}		S_{SH}		S_L		S_S		S_{AC}	
		Сумарне значення	% до мін	Сумарне значення	% до мін	Сумарне значення	% до мін	Сумарне значення	% до мін	Сумарне значення	% до мін
1	ФПБ №1	273934	101,90	218216	271,50	538781	114,03	1643604	133,60	1309296	502,51
2	ФПБ №2	471676	175,46	181573	225,91	701870	148,55	1415028	115,02	544719	209,06
3	ФПБ №3	466201	173,42	132199	164,48	626350	132,57	1398603	113,68	396597	152,21
4	ФПрБ	268830	100,00	80375	100,00	472484	100,00	1230282	100,00	260553	100,00

Статистичні дані сумарних показників складності реалізації S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} для повної множини BF від 4 аргументів показують (рис. 8), що використання ФПрБ шляхом декомпозиції функцій Q_{i0} та Q_{i1} від 3 аргументів в оптимальному базисі дає перевагу за всіма коефіцієнтами складності реалізації (табл. 1), що становить над основним ФПБ №1 – 1,02 рази за коефіцієнтом S_{AD} , – 2,72 рази за коефіцієнтом S_{SH} , – 1,14 рази за коефіцієнтом S_L , – 1,34 рази за коефіцієнтом S_S , – 5,03 рази за коефіцієнтом S_{AC} .

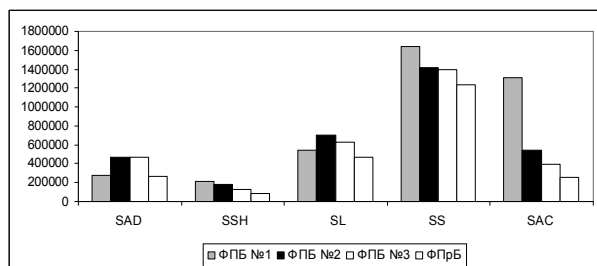


Рис. 8. Модель декомпозиції BF в ФПрБ

Висновки

В статті запропоновано напрям мінімізації булевих функцій на основі декомпозиції булевих функцій, в результаті якого отримують мінімальну форму BF, що містить функціональноперенасичений

базис. Вказано структуру комбінаційної схеми, побудованої на її основі. Даний напрям мінімізації дає перевагу по основним показникам складності реалізації комбінаційних схем S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} в порівнянні з мінімізацією в класичних формах представлення за рахунок незначного погіршення часових характеристик роботи комбінаційної схеми

Список літератури

1. Библио П.Н. Декомпозиция булевых функций на основе решения логических уравнений / П.Н.Библио. – Минск: Беларус. навука, 2009. – 211 с.
2. Закревский А.Д. Алгоритм матричного отображения графа на булев куб. / А.Д. Закревский. // Вестник Томского гос. университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – № 3. – С. 94-99.
3. Закревский А.Д. Об оптимальном размещении графа в булевом пространстве. / А.Д. Закревский. // Вестник Томского государственного университета. Приложение. – 2005. – № 14 – С. 13-17.
4. Классические и альтернативные минимальные формы логических функций. Каталог-справ. / Ю.А. Кочкарев, Н.Н. Пантелеева, Н.Л. Казаринова, С.А. Шакун. – Черкассы: Черкасский институт управления, 1999, 193 с.

Надійшла до редколегії 17.02.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.А. Кучук, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ДЕКОМПОЗИЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ В КАЧЕСТВЕ ПЕРСПЕКТИВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ МИНИМИЗАЦИИ В ФУНКЦИОНАЛЬНОПЕРЕНАСЫЩЕННОМ БАЗИСЕ

С.Г. Семенов, Е.Н. Панаско, А.Н. Тихоненко

В статье обосновано преимущество минимизации булевых функций в функциональноперенасыщенном базисе путем использования декомпозиции вторичных булевых функций в оптимальном базисе и указано структуру комбинационной схемы, построенной на основе указанной булевой функции. Данное направление минимизации дает преимущество по основным показателям сложности реализации S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} по сравнению с минимизацией в классических формах представления за счет незначительного ухудшения временных характеристик работы комбинационной схемы.

Ключевые слова: функциональнополный и функциональноперенасыщенный базисы булевых функций, многоуровневые комбинационные схемы, декомпозиция булевых функций в оптимальном базисе.

MATRIX METHOD OF PARALLEL DECOMPOSITION OF THE GENERALIZED MINIMIZATION METHOD IN AN ORTHOGONAL FORM OF PRESENTATION

S.G. Semenov, O.M. Panasko, A.M. Tykhonenko

In the article the advantage of minimizing Boolean functions in oversaturated basis through the use of secondary decomposition of Boolean functions in an optimal basis, and given the structure of the matching circuit, based on the specified Boolean functions. This gives the advantage of minimizing the direction on the main indices of difficulty implementing S_{AD} , S_{SH} , S_L , S_S , S_{AC} comparison with classical forms in minimizing representation by a slight deterioration temporal characteristics of the combination circuit.

Keywords: functionally complete and functional oversaturated basis of Boolean functions, multi-level combinational circuits, decomposition of Boolean functions in an optimal basis.