УДК 004.942

В.В. Онищенко

Державний університет телекомунікацій, Київ

УПРАВЛІННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЮ СИСТЕМОЮ З ДИСКРЕТНО-НЕПЕРЕРВНОЮ ДИНАМІКОЮ

У статті розглянуті можливості управління інформаційними потоками з дискретно-неперервною динамікою.

Ключові слова: *дискретно-неперервна динаміка, інформаційні технології, дельта-функції Дірака, конфліктно-керований процес, умова Понтрягіна.*

Вступ

В даний час відбувається інтегрування інформаційно-телекомунікаційних технологій у всі сфери діяльності людини. Це вимагає значного підвищення ефективності процесів інформаційного обміну, що забезпечується як за рахунок удосконалення апаратної інфраструктури, каналів зв’язку, протоколів підтримки їх функціонування, які мають певні фізичні обмеження за своєю природою, так і за рахунок впровадження нових програмних рішень, таких як програмовані апаратні засоби, нові архітектурні рішення щодо інтеграції різноманітних ресурсів, нові інформаційні технології, інтерфейси та протоколи.

Постановка задачі. Можливості сучасних інформаційно-телекомунікаційних систем залежать від рівня науково-технічних розробок в області програмно-технічних засобів та систем збору, передавання, доступу та аналізу інформації, поєднуючи таким чином програмно-апаратні засоби та технології зв’язку, засоби обчислювальної техніки, програмні технології та системи, тощо. Тому **мета статті** – розробити модель та дослідити процеси в інформаційно-телекомунікаційних систем за допомогою конфліктно-керованих процесів на основі дискретно-неперервної динаміки.

Модель на основі лінійної керованої динамічної системи

Спробуємо описати процеси в інформаційно-телекомунікаційних системах за допомогою лінійної керованої динамічної системи [1 – 3].

Завдання прийняття рішення про найефективнішу управляючу дію в теорії інформації формулюється таким чином: знаючи цільовий стан об'єкту управління, на основі його інформаційної моделі, визначити такі вхідні параметри, які з урахуванням передісторії і поточного стану об'єкту управління, а також впливу середовища, з найбільшою ефективністю переведуть його в цільовий стан, що характеризується вихідними параметрами.

Розглянемо спрощену ситуацію: інформація про функціонування телекомунікаційної мережі та двох її компонентів надходить до системи управління. В результаті обробки інформації, що надійшла до системи управління від об'єктів (елементів) управління, формується узагальнена інформаційна модель стану мережі телекомунікацій, на підставі якої визначаються рішення різного рівня і виконуються необхідні процедури управління.

Для опису цієї ситуації застосуємо лінійну керовану динамічну систему, еволюція якої описується рівнянням [2].

$$\dot{z} = Az + u - v, \quad z \in R^m. \qquad (1)$$

Тут A – квадратна матриця порядка m, $u = u(t)$ – керування першим інформаційним потоком P (*переслідувач*), $v = v(t)$ – керування другим інформаційним потоком E (*утікач*). Структура керувань потоками буде описана в кожному з випадків. Задача першого інформаційного потоку полягає в тому, щоб, певним чином обираючи керування u, за скінченний час вивести траєкторію системи (1) на термінальну множину (тобто вузол, куди необхідно скерувати інформаційний потік). Задача другого інформаційного потоку протилежна – уникнути зустрічі з термінальною множиною M^*.

Мета системи управління – скерувати перший інформаційний потік до відповідного вузла мережі, незважаючи на перешкоди другого потоку.

Дискретне керування інформаційним потоком

Нехай $\{\tau_i\}_{i=0}^{\infty}$ – послідовність моментів часу, занумерованих в порядку зростання, що задовольняє таку умову.

Умова 1. *Будь-який компактний відрізок* $[a, b]$ *містить скінченну кількість точок послідовності.*

Припустимо, що перший інформаційний потік може впливати на систему (1) лише в моменти $\{\tau_i\}$ і його вплив в ці моменти має дискретний характер, що виражається за допомогою дельта-функції Дірака:

$$u(t)=\sum_{i=0}^{\infty}u_i\delta(t-\tau_i), \qquad (2)$$

де вектори стрибків u_i вибираються з деякої компактної множини U, $U\subset R^m$. Тут і надалі $\delta(t)$ позначає дельта-функцію. Припустимо також, що керування другим інформаційним потоком $v(t)$ являє собою вимірну функцію часу зі значеннями з деякого компакту V, $V\subset R^m$.

Таким чином, в праву частину системи (1) адитивно входять узагальнені функції. При вибраних керуваннях інформаційними потоками розв'язок системи (1) існує при будь-якій початковій умові

$$z_0=z(0), \qquad (3)$$

він єдиний і абсолютно неперервний на інтервалах (τ_{i-1},τ_i), $i\in\mathbb{N}$, где $\mathbb{N}$ – множина натуральних чисел, $\tau_0=0$. Ми будемо вважати, що в кожний момент часу t, $t\ge 0$, перший інформаційний потік має інфор7мацію про початковий стан z_0 і про передісторію керування другим інформаційним потоком $v_t(\cdot)$.

Розглянемо множини

$$W_0(n,v(\cdot))=W_0(n)=\pi e^{A(\tau_n-\tau_0)}U,$$

$$W_i(n,v(\cdot))=\pi e^{A(\tau_n-\tau_i)}U-\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i}\pi e^{A(\tau_n-\vartheta)}v(\vartheta)d\vartheta,$$

$$W_i(n)=\bigcap_{v(\cdot)\in V[\tau_{i-1},\tau_i]}W_i(n,v(\cdot))= \qquad (4)$$

$$=\pi e^{A(\tau_n-\tau_i)}U\overset{*}{-}\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i}\pi e^{A(\tau_n-\vartheta)}Vd\vartheta,$$

де $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, $i=1,\dots,n$, $v(\cdot)\in V[\tau_{i-1},\tau_i]$. Тут і надалі будемо позначати: $V[a,b]$ – множину вимірних на $[a,b]$ функцій зі значеннями в V; $X\overset{*}{-}Y=\{x:x+Y\subset X\}=\bigcap_{y\in Y}(X-y)$ – геометричну різницю (різницю Мінковського). Інтеграл у визначенні множин $W_i(n)$ слід розуміти як інтеграл від багатозначного відображення

$$F(\vartheta)=\pi e^{A(\tau_n-\vartheta)}V.$$

Наступна умова являє собою аналог умови Понтрягіна.

Умова 2. *Множини* $W_i(n)$ *непорожні при всіх* n, i, $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, $i=0,\dots,n$.

В силу умови 2 ми можемо вибрати з кожної множини $W_i(n)$ деякий елемент $w_i(n)$. Зафіксуємо деякий набір $\omega=\omega(n)=\{w_i(n)\}_{i=0}^{n}$ і покладемо

$$\xi(n,z,\omega)=\pi e^{A(\tau_n-\tau_0)}z+\sum_{i=0}^{n}w_i(n). \qquad (5)$$

Введемо функції (6):

$$\tilde\alpha_0(n,z,v(\cdot),\omega)=\tilde\alpha_0(n,z,\omega)=$$
$$\sup\{\alpha\ge 0:\alpha[M-\xi(n,z,\omega)]\cap[W_0(n)-w_0(n)]\ne\varnothing\},$$
$$\tilde\alpha_i(n,z,v(\cdot),\omega)=\sup\{\alpha\ge 0:\alpha[M-\xi(n,z,\omega)]\cap$$
$$\cap[W_i(n,v(\cdot))-w_i(n)]\ne\varnothing\}.$$

Позначимо

$$k=k(n,z,v(\cdot),\omega)=\min\left\{\begin{aligned}&j\in\{0,\dots,n\}:\\&\sum_{i=0}^{j}\tilde\alpha_i(n,z,v(\cdot),\omega)\ge 1\end{aligned}\right\}, \qquad (6)$$

якщо нерівність у фігурних дужках не виконується при жодному j, $j\in\{0,\dots,n\}$, покладемо $k=n+1$. Визначимо розв'язуючі функції (8):

$$\alpha_i(n,z,v(\cdot),\omega)=$$
$$=\begin{cases}\tilde\alpha_i(n,z,v(\cdot),\omega), & i=0,\dots,k-1,\\ 1-\sum_{j=0}^{k-1}\tilde\alpha_j(n,z,v(\cdot),\omega), & i=k,\\ 0, & i=k+1,\dots,n.\end{cases}$$

Лема 1. Нехай для системи (1), при імпульсному керуванні інформаційного потоку P (2) виконана умова 2, множини M і U опуклі, а $w_i(n)\in W_i(n)$, $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, $i=0,\dots,n$. Тоді (9):

$$\alpha_i(n,z,v(\cdot),\omega)\big(M-\xi(n,z,\omega)\big)\cap$$
$$\cap\big(W_i(n,v(\cdot))-w_i(n)\big)\ne\varnothing$$

для всіх $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, $i=0,\dots,n$, $z\in R^m$, $v(\cdot)\in V[\tau_0,\tau_n]$.

Теорема 1. Якщо для системи (1) при імпульсному керуванні інформаційним потоком P (2) виконана умова 2, множини M і U опуклі, для початкового стану z_0 і деякого набору ω $N(z_0,\omega)<+\infty$, то траєкторія системи (1) може бути приведена з початкового стану z_0 на термінальну множину в момент $\tau_{N(z_0,\omega)}$.

Доведення. Покладемо $N=N(z_0,\omega)$ і зафіксуємо деяку функцію $v(\cdot)$, $v(\cdot)\in V[\tau_0,\tau_N]$. Розглянемо спочатку випадок, коли $\xi(N,z_0,\omega)\notin M$. Нехай $K=k(N,z_0,v(\cdot),\omega)$, згідно з (6), $\sum_{i=0}^{K}\alpha_i(N,z_0,v(\cdot),\omega)=1$. Вектор u_0 виберемо так, щоб виконувалось включення:

$$\pi e^{A(\tau_N-\tau_0)}u_0 - w_0(N) \in$$
$$\in \alpha_0(N, z_0, v(\cdot), \omega)[M - \xi(N, z_0, \omega)].$$

Для $i = 1, \ldots, K$ будемо вибирати вектори стрибків u_i так, щоб виконувалось включення

$$\pi e^{A(\tau_N-\tau_i)}u_i - \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \pi e^{A(\tau_N-\vartheta)}v(\vartheta)d\vartheta - w_i(N) \in$$
$$\in \alpha_i(N, z_0, v(\cdot), \omega)[M - \xi(N, z_0, \omega)]. \qquad (7)$$

В силу співвідношень (4), умови 2 і леми 1 включення (7) мають розв'язки. Для $i = K+1, \ldots, N$ в якості векторів стрибків u_i будемо вибирати розв'язки рівнянь

$$\pi e^{A(\tau_N-\tau_i)}u_i - \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \pi e^{A(\tau_N-\vartheta)}v(\vartheta)d\vartheta = w_i(N). \qquad (8)$$

Ці рівняння мають розв'язки в силу умови 2. З формули Коші для системи (1) і властивостей дельта-функції випливає представленння

$$\pi z(\tau_N) =$$
$$= \pi e^{A(\tau_N-\tau_0)}z_0 + \int_{\tau_0}^{\tau_N} \pi e^{A(\tau_N-\vartheta)}(u(\vartheta) - v(\vartheta))d\vartheta =$$
$$= \pi e^{A(\tau_N-\tau_0)}z_0 + \sum_{i=0}^{N}\pi e^{A(\tau_N-\tau_i)}u_i -$$
$$- \int_{\tau_0}^{\tau_N} \pi e^{A(\tau_N-\vartheta)}v(\vartheta)d\vartheta = \qquad (9)$$
$$= \pi e^{A(\tau_N-\tau_0)}z_0 + \pi e^{A(\tau_N-\tau_0)}u_0 +$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\left[\pi e^{A(\tau_N-\tau_i)}u_i - \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \pi e^{A(\tau_N-\vartheta)}v(\vartheta)d\vartheta\right].$$

Додамо та віднімемо з правої частини рівності (9) величину $\sum_{i=0}^{N} w_i(N)$.

Тоді, враховуючи опуклість множини M і закони вибору керування інформаційного потоку (8), дістанемо включення

$$\pi z(\tau_N) \in \xi(N, z_0, \omega)\left[1 - \sum_{i=0}^{N}\alpha_i(N, z_0, v(\cdot), \omega)\right] +$$
$$+\sum_{i=0}^{N}\alpha_i(N, z_0, v(\cdot), \omega)M = M.$$

Останнє рівносильне включенню $z(\tau_N) \in M^*$.

Нехай тепер $\xi(N, z_0, \omega) \in M$. Тоді вектор u_0 виберемо так, щоб виконувалась рівність

$$\pi e^{A(\tau_N-\tau_0)}u_0 = w_0(N).$$

В якості векторів стрибків u_i для всіх $i = 1, \ldots, N$ будемо вибирати розв'язки рівняння (8). В такому разі з представлення (9) безпосередньо випливає включення $\pi z(\tau_N) \in M$.

Висновок

Впровадження нових технологій, зростання обсягу послуг – все це приводить до відповідного збільшення обсягу інформації управління, яка циркулює в мережі і може бути джерелом її значного завантаження. Основний результат роботи полягає у створенні методів керування системами, динаміка яких описується складними диференціальними рівняннями з дискретно-неперервним керуванням, в умовах конфлікту і невизначенності.

Випадок двох інформаційних потоків в подальшому планується розширити на *n* та змоделювати відповідні процеси.

Список літератури

1. Matychyn, I. Dynamic Games Involving Impulses / I. Matychyn,A. Chikrii, K. Gromaszek / Ed. by W. Wojcik, J. Sikora. - Lublin:Lublin University of Technology, 2012. - Vol. 2 of Current problems in information and computational technologies. - P. 51-106.

2. Кривонос, Ю.Г. Динамические игры с разрывными траекториями / Ю.Г. Кривонос, И.И. Матичин, А.А. Чикрий. - К.: Наукова думка, 2005. - С. 220.

3. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы / А.А. Чикрий. – К.: Наук. думка, 1992. – 384 с.

Надійшла до редколегії 16.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

УПРАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ С ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОЙ ДИНАМИКОЙ

В.В. Онищенко

В статье рассмотрены возможности управления информационными потоками с дискретно-непрерывной динамикой.

Ключевые слова: *дискретно-непрерывная динамика, информационные технологии, дельта-функция Дирака, Конфликтно-управляемый процесс, условие Понтрягина.*

CONTROL OF INFORMATION SYSTEM WITH DISCRETE-CONTINUOUS DYNAMICS

V.V. Onyshchenko

Possibilities for control of information streams with discrete-continuous dynamics are treated in the paper.

Keywords: *discrete-continuous dynamics, information technology, Dirac delta function, conflict controlled process, Pontryagin condition.*