

## КОНТРОЛЬ КОСМИЧНОГО І ПОВІТРЯНОГО ПРОСТОРУ

УДК 621.396

О.Н. Дмитриев

*Кировоградская летная академия Национального авиационного университета, Кировоград*

### АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОРГАНИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*В статье предложен один из возможных подходов к моделированию синергетических процессов организации движения таких сложных динамических объектов, как беспилотные маневренные летательные аппараты при условии учёта нелинейности, многомерности и многосвязности моделей, всесторонне и адекватно описывающих процессы применения этих воздушных аппаратов*

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, нелинейная, многомерная и многосвязная модель, синергетический подход в управлении.

#### Введение

Анализ тенденций развития перспективной авиационной техники убедительно свидетельствует о том, что в этом процессе уже сегодня доминируют, и в ближайшем будущем будет продолжаться устойчивая тенденция доминирования беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) над пилотируемыми воздушными аппаратами. БПЛА с каждым годом продолжают занимать особое место среди выпускаемой авиационной техники для гражданской и военной сфер [1]. При разработке БПЛА возникает ряд научных проблем, связанных с моделированием процессов организации синергетического (согласованного, кооперированного) управления названными воздушными средствами. Главный акцент при этом предполагается делать на использовании БПЛА в групповых формированиях [2, 3].

В сложных моделях, однозначно и адекватно описывающих состояние полёта формирований таких пилотируемых летательных аппаратов, и которые являются базовыми при синтезе функционально эффективного управления этими объектами, целесообразно учесть такие факторы, как нелинейность, многомерность и многосвязность.

Как показывает анализ опыта применения БПЛА, учёт нелинейности, многомерности и многосвязности позволяет обеспечить достижение синергетического эффекта организации управления беспилотными самолётами, и особенно в случаях одновременного использования нескольких БПЛА в формированиях.

#### Нелинейные модели автономного пространственного движения БПЛА

Акцентируем внимание на том, что в автономном полёте и полёте в формированиях БПЛА прак-

тически все параметры, характеризующие их состояние, интенсивно изменяются во всём диапазоне их возможных значений. Анализ результатов опыта использования математических моделей в задачах организации и исследования процессов управления летательными аппаратами, полностью согласующийся и адекватно характеризующий реальные физические процессы полёта, показывает, что в этих условиях допустимо и правомерно рассматривать БПЛА как жёсткое тело постоянной (в течение ограниченного интервала времени) массы. Размерность применяемой математической модели должны полностью соответствовать описываемым поступательному и угловому движениям БПЛА. Внутренние связи модели, учитывающие характер взаимовлияния элементов вектора состояния БПЛА и влияние на них широкого спектра внешних возмущающих воздействий, а также управляющих сигналов, задаются нелинейными функциями нескольких аргументов. В состав модели также могут быть включены уравнения силовой установки БПЛА, сервоприводов каналов управления, измерителей параметров движения БПЛА, каналов передачи информации между БПЛА формированиями и пунктов управления.

Будем рассматривать нелинейную модель, описывающую процессы движения БПЛА. Это объясняется тем, что нелинейная модель – наиболее точная и наиболее универсальная в отношении описания всего многообразия возможных состояний при движении БПЛА. Назовём эту модель полной. Она и будет использоваться для описания всех возможных ситуаций состояния БПЛА при выполнении полётного задания. Кроме того, эта модель, отвечающая условию полного описания фазовых координат состояния БПЛА, будет использоваться для решения задачи нелинейной оптимизации, а именно системного синтеза синергетического управления процес-

сами использования БПЛА в формированиях [2, 3].

Предложенная полная нелинейная модель все-сторонне описывает реальные процессы движения БПЛА при организации их пространственного пилотирования. При ограниченных значениях тяги силовой установки, углов атаки и отклонения рулевых поверхностей реальные процессы воспроизводятся этой моделью с приемлемой точностью во всём предполагаемом диапазоне высот, скоростей и угловых пространственных положений.

Составными частями полной нелинейной модели формирований БПЛА могут быть:

- нелинейные уравнения, описывающие процессы автономного движения отдельных БПЛА, входящих в формирования;
- нелинейные уравнения, описывающие процессы изменения относительного положения ЛА;
- уравнения силовой установки
- нелинейные уравнения сервоприводов каналов управления
- нелинейные уравнения измерителей параметров полётов
- нелинейные уравнения каналов передачи информации;
- нелинейная модель оператора.

Рассмотрим только первую из названных частей. Она имеет довольно сложную структуру и самую большую размерность. Особо отметим, что хотя модели такого типа достаточно хорошо изучены, но имеют свои специфические особенности, которые необходимо обязательно учитывать в исследовательской практике при описании процессов движения объектов типа БПЛА. С учётом этого предполагается целесообразным в данной работе описать эту модель, уделив особое внимание подходу, поясняющему существующие особенности и её структуру [2]. За основу при построении названной модели возьмём подход, описанный в [3]. Получаем полную нелинейную математическую модель, адекватно описывающую сложные процессы пространственного движения БПЛА как твёрдого тела в виде следующих зависимостей:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x(t) &= -V_z \omega_y + V_y \omega_z - g \sin \vartheta + m^{-1} F_x; \\ \dot{V}_y(t) &= -V_x \omega_z + V_z \omega_x - g \cos \gamma \cos \vartheta + m^{-1} F_y; \\ \dot{V}_z(t) &= -V_y \omega_x + V_x \omega_y + g \sin \gamma \cos \vartheta + m^{-1} F_z; \\ \dot{\omega}_x(t) &= (I_y - I_z) I_x^{-1} \omega_y \omega_z + I_x^{-1} M_x; \\ \dot{\omega}_y(t) &= (I_z - I_x) I_y^{-1} \omega_x \omega_z + I_y^{-1} M_y; \\ \dot{\omega}_z(t) &= (I_x - I_y) I_z^{-1} \omega_x \omega_y + I_z^{-1} M_z; \\ \dot{X}(t) &= V_x \cos \chi \cos \vartheta + \\ &+ V_y (\sin \gamma \sin \chi - \cos \gamma \cos \chi \sin \vartheta) + \\ &+ V_z (\cos \gamma \sin \chi + \sin \gamma \cos \chi \sin \vartheta); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) &= V_x \sin \vartheta + V_y \cos \gamma \cos \vartheta - \\ &- V_z \sin \gamma \cos \vartheta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}(t) &= -V_x \sin \chi \cos \vartheta + \\ &+ V_y (\sin \gamma \cos \chi + \cos \gamma \sin \chi \sin \vartheta) + \\ &+ V_z (\cos \gamma \cos \chi - \sin \gamma \sin \chi \sin \vartheta); \end{aligned}$$

$$\dot{\vartheta}(t) = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma;$$

$$\dot{\gamma}(t) = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma);$$

$$\dot{\chi}(t) = \omega_y \cos \gamma \cos^{-1} \vartheta - \omega_z \sin \gamma \cos^{-1} \vartheta;$$

В приведённых уравнениях введены следующие обозначения:  $V_x, V_y, V_z$  – проекции вектора линейной скорости БПЛА на оси связанной системы координат;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора угловой скорости БПЛА на оси связанной системы координат;  $X, Y, Z$  – координаты центра масс БПЛА в земной системе координат;  $\vartheta$  – угол тангажа БПЛА;  $\gamma$  – угол крена БПЛА;  $\chi$  – угол рыскания БПЛА;  $F_x, F_y, F_z$  – результирующие силы по осям координат;  $M_x, M_y, M_z$  – суммарные моменты сил, действующие на БПЛА;  $g$  – ускорение свободного падения;  $m$  – масса БПЛА;  $I_x, I_y, I_z$  – моменты инерции БПЛА.

### Особенности модели пространственного относительного движения БПЛА в формированиях

Вторая составная часть полной нелинейной модели формирований БПЛА есть нелинейные уравнения, описывающие процессы изменения относительного положения летательных аппаратов, а именно их линейных и угловых координат относительного положения. При составлении этой составляющей части учитываются как тактические особенности применения перспективных БПЛА, так и особенности и специфика предполагаемых для использования технических средств измерения. Кроме этого наряду со скоростной и связанной системами координат предполагается использовать и траекторную систему координат. Траекторная система координат – это подвижная система координат, начало которой совпадает с центром массы беспилотного самолёта, ось совпадает с направлением траекторной скорости этого воздушного аппарата, а ось  $OY_k$  лежит в вертикальной плоскости БПЛА и направлена вверх от поверхности Земли.

Для вывода нелинейных уравнений, описывающих параметры относительного движения БПЛА в формированиях, предлагается использовать кинематическую схему, приведённую в [3]. На этой схеме для удобства и наглядности приведено два БПЛА. Разумеется, что реально их численность зависит от конкретной ситуации применения формирований

БПЛА. В общем виде она соответствует режиму координированного разворота. При этом для наиболее общей ситуации целесообразно и необходимо вместо углов пути использовать скоростные углы рыскания.

Индексами  $i$  и  $j$  обозначены следующие параметры любого  $i$ -го или  $j$ -го БПЛА, выполняющего свое функциональное назначение в формированиях БПЛА:  $V_i, V_j$  – земная скорость соответственно  $i$ -го или  $j$ -го БПЛА;  $V_{iГ}, V_{jГ}$  – проекции векторов земных скоростей  $V_i, V_j$  на горизонтальную плоскость;  $\psi_i, \psi_j$  – углы пути соответственно  $i$ -го или  $j$ -го БПЛА;  $l_{ij}$  – расстояние между  $i$ -м и  $j$ -м БПЛА;  $l_{ijГ}$  – проекция отрезка  $l_{ij}$  на горизонтальную плоскость;  $\phi_{Г}$  – угол между направлением на север и линией  $l_{ijГ}$ ;  $\phi_{В}$  – угол между линиями  $l_{ijГ}$  и  $l_{ij}$ ;  $\theta_i, \theta_j$  – углы наклона траектории соответственно  $i$ -го или  $j$ -го БПЛА.

Отметим, что параметры  $l_{ij} > 0$  и  $l_{ijГ} > 0$  в том случае, если  $i$ -й БПЛА находится в задней полусфере  $j$ -го БПЛА. Угол  $\phi_{В}$  принимает положительное значение в том случае, если при положительной величине  $l_{ijГ}$   $j$ -й БПЛА находится ниже  $i$ -го БПЛА. Угол  $\phi_{В}$  также принимает положительное значение, если положительный отрезок  $l_{ijГ}$  отклонён относительно центра массы  $j$ -го БПЛА влево от направления на север. Акцентируем особое внимание на том, что знаки других параметров БПЛА, не упомянутых выше, совпадают с общепринятыми обозначениями при правой прямоугольной системе координат.

Нелинейные уравнения, описывающие динамические процессы изменения параметров относительного движения БПЛА имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{l}_{ijГ} &= V_i \cos \theta_i \cos(\psi_i - \phi_{Г}) - V_j \cos \theta_j \cos(\psi_j - \phi_{В}); \\ \dot{\phi}_{Г} &= l_{ijГ}^{-1} (V_i \cos \theta_i \sin(\psi_i - \phi_{Г}) - V_j \cos \theta_j \sin(\psi_j - \phi_{В})); \\ \dot{\phi}_{В} &= l_{ijГ}^{-1} (V_i \cos \theta_i - V_j \cos \theta_j). \end{aligned}$$

Анализ этой системы показывает, что в ней независимо изменяемыми, или входными параметрами, являются земная скорость  $V$ , угол пути  $\psi$ , а также угол наклона траектории  $\theta$  БПЛА. Зависимыми или выходными параметрами будут проекция отрезка  $l_{ij}$  на горизонтальную плоскость -  $l_{ijГ}$ , угол между направлением на север и линией  $l_{ijГ}$  -  $\phi_{Г}$ , а также угол между линиями  $l_{ijГ}$  и  $l_{ij}$  -  $\phi_{В}$ .

Процесс изменения координат положения центра масс  $j$ -го БПЛА в траекторной системе коор-

динат  $i$ -го самолёта описывается системой нелинейных выражений:

$$\begin{aligned} X_{ij} &= -l_{ijГ} \operatorname{tg} \phi_{В} \sin \theta_i - l_{ijГ} \cos(\psi_i - \phi_{Г}) \cos \theta_i; \\ Y_{ij} &= -l_{ijГ} \operatorname{tg} \phi_{В} \cos \theta_i - l_{ijГ} \cos(\psi_i - \phi_{Г}) \sin \theta_i; \\ Z_{ij} &= -l_{ijГ} \sin(\psi_i - \phi_{Г}). \end{aligned}$$

Проведённый автором анализ предложенных математических моделей показывает, что система уравнений, описывающих процесс автономного движения БПЛА совместно с выражениями, описывающими изменение относительного положения, позволяет адекватно реализовать моделирование реальных динамических процессов совместного движения БПЛА, входящих в формирования. Благодаря такому комплексному подходу удаётся воспроизводить зависимость изменения координат БПЛА в формированиях  $X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij}$  не только от величин, влияющих на длину отрезка  $l_{ij}$  и его пространственную ориентацию, но и от углов наклона траектории  $\theta_i$  и пути  $\psi_i$   $i$ -го БПЛА. Изменение этих углов при постоянной длине  $l_{ij}$  приводит к перераспределению значений координат  $X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij}$ , характеризующих относительное пространственное положение БПЛА в формированиях.

Сложная система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику изменения параметров пространственного движения, показывает, что действительно БПЛА есть многомерный, нелинейный и многосвязный сложный объект управления с несколькими каналами управления. Это ещё раз подтверждает парадигму о сложности решения проблемы организации управления БПЛА при таком общем нелинейном подходе и практической невозможности и недоступности современных существующих подходов к синтезу систем. По этому предлагается для организации управления БПЛА в формированиях использовать синергетический подход [2, 3]. Суть его состоит в разработке универсальных законов взаимосвязанного управления пространственным положением БПЛА, которые всесторонне и в полном объёме учитывают естественные динамические свойства этих сложных динамических объектов. Синергетический подход применительно к решению сложной проблемы организации управления БПЛА в формированиях предполагает следующее [3]:

Во-первых, применяется принцип "расширения фазового пространства" - исходная нелинейная система дополняется динамическими уравнениями неизмеряемых величин. Если таковые уравнения являются неопределёнными, то расширенная система должна либо реализовывать принцип погружения относительно неопределённых величин, либо аппроксимировать неопределённые переменные.

Во-вторых, в сформированную расширенную систему вводятся инвариантные многообразия — цели синтезируемой системы (например, ошибки оценивания), которые с помощью синергетического метода делаются аттракторами системы. Инвариантные многообразия динамически декомпозируют систему. Поведение декомпозированной системы соответствует желаемому поведению. При необходимости процедура динамической декомпозиции может повторяться несколько раз.

Принцип "расширения-сжатия фазового пространства" системы позволяет реализовать поглощение синтезированной системой действующих на нее возмущений, минуя этап оценивания. Этот подход устраняет необходимость выполнения теоремы разделения, условия которой упрощают синтез систем с наблюдателями и идентификаторами, однако и сильно ограничивают класс синтезируемых систем. Используя синергетический подход, можно эффективно решать задачу синтеза управления нелинейными динамическими системами – формированиями БПЛА, в сложных условиях их применения.

Применив синергетический подход для решения проблемы организации управления БПЛА, переходим от исходной рассмотренной системы нелинейных моделей, включающих в себя уравнения автономного и относительного движения БПЛА, к такой постановке задачи управления, чтобы указанные внешние силы, действующие на БПЛА, рассматривались уже не внешними, а как внутренние взаимодействия в этой нелинейной системе – формированиях беспилотных самолетов, как в замкнутой системе. Для этого представим все внешние задающие и возмущающие воздействия в виде частных решений таких дифференциальных нелинейных уравнений, которые комплексно описывают информационные модели действий формирований беспилотных самолетов. В результате их решения и получим синтезированные законы управления [3]. Отметим, что синтезированные законы управления с использованием полной нелинейной модели движения

БПЛА будут обладать высокой степенью универсальности. Это связано с тем, что их реализация не предполагает учёта особенностей компоновочной конструктивной структуры БПЛА. Они определяют зависимости для действующих на самолёт всех предполагаемых внешних сил и моментов. Найденные законы управления БПЛА в формированиях позволяют реализовать глобальную декомпозицию задачи синтеза универсальных алгоритмов управления. Особо отметим, что полученные законы пространственно управления в дальнейшем будут использованы для системного синтеза законов вариации органов управления БПЛА.

## Выводы

Проведенные предварительные исследования показали, что реализация синтезированных законов управления позволяет достичь полного обеспечения желаемых процессов управляемой самоорганизации в рассматриваемых нами сложных системах, а именно, формирования беспилотных самолетов, в том числе и военного назначения, с учетом различных возможных ситуаций их функционально эффективного применения.

Функциональная эффективность применения беспилотных самолетов и обеспечивает их высокоточность за счёт практической реализации синтезируемых синергетических управлений.

## Список литературы

1. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М.Н. Красильщикова и Г.Г. Серебрякова. М.: Физматлит, 2005. – 280 с.
2. Ракета как объект управления: Учебник/ Под ред. С.Н. Конохова. – Д.: АРТ\_ПРЕС, 2004. – 544 с.
3. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза / А.А. Колесников. – М.: КомКнига, 2006. – 204 с.

Надійшла до редколегії 9.02.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Беркман, ГДержавний університет телекомунікацій, Київ.

## АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОРГАНІЗАЦІЇ РУХУ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

О.М. Дмитрієв

*У статті запропонований один з можливих підходів до моделювання синергетичних процесів організації руху таких складних динамічних об'єктів, як безпілотні маневрені літальні апарати за умови врахування нелінійності, багатовимірності і багатозв'язкової моделі, всебічно і адекватно описують процеси застосування цих повітряних апаратів.*

*Ключові слова:* безпілотний літальний апарат, нелінійна, багатовимірна і багатозв'язна модель, синергетичний підхід в управлінні.

## ANALYSIS FEATURES MATHEMATICAL MODELING OF TRAFFIC ORGANIZATION OF UNMANNED AERIAL VEHICLES

O.N. Dmitriev

*The paper suggests a possible approach to the modeling of synergetic processes of the organization of movement of such complex dynamic objects as maneuverable unmanned aerial vehicles, provided the account of nonlinearity, multi-dimensional and multiply models comprehensively and adequately describe the process of applying these air vehicles.*

*Keywords:* drone, nonlinear, multidimensional, and multiply the model, synergistic approach in the management.