УДК 004.056.4

С.Г. Семенов[1], І.В. Миронець[2]

[1]*Національний технічний університет «ХПІ», Харків*
[2]*Черкаський державний технологічний університет, Черкаси*

ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ МІНІМІЗАЦІЇ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ ЗА УМОВИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ НАДЛИШКОВОСТІ

При проектування цифрових автоматів широко використовуються методи мінімізації булевих функцій, які дають можливість отримати рекомендації для побудови економічних схем цифрових автоматів. Тому дана стаття присвячена вдосконаленню метода мінімізації булевих функцій на основі направленого перебору, тобто необхідно знайти аналітичний вираз заданої булевої функції в формі, що містить мінімально можливу кількість букв. На основі проведених розрахунків було доведено, що метод мінімізації булевих функцій дієвий та простий у застосуванні, а також дає достовірні результати.

***Ключові слова**: методи мінімізації логічних функцій, булеві функції, диз'юнктивна нормальна форма програмована логічна матриця, направлений перебір.*

Вступ

Постановка проблеми. З розвитком комп'ютерних технологій об'єм інформації все більше зростає, програмні та апаратні можливості комп'ютерних систем теж не відстають від прогресу, тому виникає необхідність вибору мінімальної та оптимальної інформації з усього потоку, вибору даних та створення запитів в базах даних, проектування та синтез комбінаційних схем. Для створення найбільш ефективного варіанту комбінаційних схем необхідно математично-логічним шляхом вибрати оптимально-мінімальний варіант - для цього використовується мінімізація булевих функцій [1].

Аналіз публікацій і досліджень. Задача мінімізації складається з пошуку найпростішої, згідно з обраним критерієм, мінімізації, формули. Критерії можуть бути різними: наприклад, кількість знаків кон'юнкції та диз'юнкції, або комбінація подібних критеріїв.

Областю визначення логічної функції $F(x_1, x_2, ..., x_n)$ є скінченна множина різних двійкових наборів довжиною n, на кожному з яких вказується значення функції 0 або 1. Кількість різних двійкових наборів дорівнює множині n-розрядних двійкових чисел $m = 2^n$.

У разі завдання функції таблицею істинності в лівій її частині подано усі можливі двійкові набори, а в правій - вказано значення функції на цих наборах [2]. Розроблено універсальні (канонічні) форми представлення булевих функцій, які дають можливість одержати аналітичну форму довільної функції безпосередньо з таблиці істинності. Найбільше поширення одержали ДДНФ і ДКНФ. Для розв'язання задач мінімізації застосовують методи законів та тотожностей алгебри логіки, метод Квайна, метод Квайна-Мак-Класкі, метод Блейка-Порецького, метод карт Карно (діаграм Вейча), а також метод імплікантної таблиці логічних функцій (метод Квайна) [3]. Загальна задача мінімізації булевих функцій може бути сформульована наступним чином: знайти аналітичний вираз заданої булевої функції в формі, що містить мінімально можливу кількість букв. Варто відмітити, що в загальній постановці дана задача поки що не вирішена, однак достатньо добре досліджена в класі диз'юнктивно-кон'юктивних нормальних форм.

Метою даної роботи є вдосконалення методу мінімізації булевих функцій на основі направленого перебору.

Виклад основного матеріалу

Метод мінімізації функцій на основі направленого перебору проводиться таким чином:

1. Сортується таблиця істинності в порядку зростання за значеннями, на яких функція приймає значення нулів, а потім одиниць. Таким чином, таблиця розбивається на дві підгрупи.
2. Визначається розрядність таблиці істинності і формується кількість контурів однієї змінної.
3. Перевіряється наявність комбінацій 0 і 1 у сформованих контурах 1-ї змінної.
4. Можливі 3 випадки розподілу 0 і 1 в контурі:
   - в контурі наявні і нулі, і одиниці;
   - в контурі наявні одиниці, але відсутні нулі;
   - в контурі наявні нулі, але відсутні одиниці.
5. Контур в якому немає нулів, виписується в формулу мінімізації і одиниці, які в нього входять, вилучаються зі списку (з таблиці). Видаляються змінні і контури.
6. Повторно проводиться перерахунок значень в контурах з однією змінною. Якщо в контурі наявні одиниці, але відсутні нулі, то пошук повторюється. Якщо ж виникає будь-який інший варіант,

то перевіряється чи є в контурі нулі, але відсутні одиниці. Якщо є нулі і відсутні одиниці, то видаляються із списку контури, в яких немає одиниць.

7. Наступним кроком є побудова контурів на основі двох змінних.

8. Контури будуються розмірністю рівною кількості змінних. Перерахунок відбувається за вище описаним алгоритмом.

Специфіка методу полягає в тому, що найбільша його ефективність досягається при великій кількості невизначених значень на певних наборах функції. В табл. 1 представлено чотири булевих функції, які надалі будуть мінімізуватись методом направленого перебору.

Таблиця 1

Таблиця істинності
частково визначених функцій f_1, f_2, f_3, f_4

№ п/п	x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	0	0	**-**	**-**	**0**	**1**
1	0	0	0	1	**1**	**-**	**0**	**1**
2	0	0	1	0	**1**	**1**	**-**	**0**
3	0	0	1	1	**-**	**-**	**0**	**0**
4	0	1	0	0	**0**	**-**	**0**	**-**
5	0	1	0	1	**-**	**-**	**1**	**1**
6	0	1	1	0	**-**	**1**	**-**	**0**
7	0	1	1	1	**1**	**1**	**-**	**-**
8	1	0	0	0	**-**	**-**	**1**	**-**
9	1	0	0	1	**-**	**0**	**-**	**1**
10	1	0	1	0	**-**	**0**	**-**	**1**
11	1	0	1	1	**1**	**-**	**0**	**-**
12	1	1	0	0	**0**	**-**	**1**	**1**
13	1	1	0	1	**-**	**-**	**0**	**1**
14	1	1	1	0	**1**	**1**	**-**	**0**
15	1	1	1	1	-	1	-	1

Приклад 1. Спочатку відсортуємо таблицю істинності за значенням функції (табл. 2): розмістимо набори, де функція набуває значення нуля, а потім - одиниці.

Таблиця 2

Дозволені і заборонені комбінації функції f_1

№ п/п	x_1	x_2	x_3	x_4	f_1
0	0	1	0	0	**0**
1	1	1	0	0	**0**
2	0	0	0	1	**1**
3	0	0	1	0	**1**
4	0	1	1	1	**1**
5	1	0	1	1	**1**
6	1	1	1	0	**1**

Наступним кроком буде формування контурів 1-го рангу та визначення кількості одиниць та нулів на кожному контурі. Коли підрахована кількість нулів та одиниць, то необхідно визначити контури, кількість нулів на яких рівна нулю, а кількість одиниць - максимальна. В таблиці 3 такі комбінації виділені овалами.

Таблиця 3

Підрахунок і перерахунок
кількості значень 0 і 1 на контурах 1-го рангу

		0	1	1
1	x_1	1	2	0
2	$\overline{x}_1$	1	3	0
3	x_2	2	2	0
4	$\overline{x}_2$	0	3	0
5	x_3	0	4	0
6	$\overline{x}_3$	2	1	0
7	x_4	0	3	0
8	$\overline{x}_4$	2	2	0

Далі викреслюємо ті рядки (табл. 4), значення контурів на яких відповідає таблиці істинності та проводимо перерахунок (табл. 3), щоб визначити чи всі одиниці мінімізувались.

Таблиця 4

Викреслювання рядків
із таблиці істинності функції f_1

№ п/п	x_1	x_2	x_3	x_4	f_1
1	0	1	0	0	**0**
2	1	1	0	0	**0**
3	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	**1**
4	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~	**1**
5	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	**1**
6	~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	**1**
7	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	**1**

Так як в даному випадку змінні охоплюють всі контури, $\overline{x}_2$ та x_3, перекривають всі контури, на яких функція f_1, приймає одиничне значення.

Отже, в результаті підрахунків було отримано мінімальну диз'юнктивну-нормальну форму функції $f_1 = \overline{x}_2 \vee x_3$.

Приклад 2. Перший крок аналогічний прикладу 1 (табл. 5).

Таблиця 5

Відсортована таблиця істинності функції f_2

№ п/п	x_1	x_2	x_3	x_4	f_2
1	1	0	0	1	**0**
2	1	0	1	0	**0**
3	0	0	1	0	**1**
4	0	1	1	0	**1**
5	0	1	1	1	**1**
6	1	1	1	0	**1**
7	1	1	1	1	**1**

Підрахуємо кількість нулів і одиниць в кожному контурі функції f_2. Визначимо контури, на яких нулі відсутні, а кількість одиниць максимальна, їх виділимо овалами (табл. 6). Контур, на якому кількість одиниць рівна нулю, виключається з подальшого розгляду, позначимо її жирним шрифтом.

Таблиця 6

Підрахунок і перерахунок кількості значень 0 і 1 на контурах 1-го рангу

		0	1	1
1	x_1	2	2	0
2	$\overline{x}_1$	0	3	0
3	x_2	0	4	0
4	$\overline{x}_2$	2	1	0
5	x_3	1	5	0
6	$\overline{x}_3$	**1**	**0**	0
7	x_4	1	2	0
8	$\overline{x}_4$	1	3	0

Таблиця 7

Викреслювання рядків із таблиці істинності функції f_2

№ п/п	x_1	x_2	x_3	x_4	f_2
1	1	0	0	1	**0**
2	1	0	1	0	**0**
3	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~	**1**
4	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	**1**
5	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	**1**
6	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	**1**
7	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	**1**

Так як в даному випадку (табл. 7) змінні охоплюють всі контури, $\overline{x}_1$ та x_2 перекривають всі контури, на яких функція f_2, приймає одиничне значення, а перерахунок дає нулі (табл. 6), то $f_2 = \overline{x}_1 \vee x_2$.

Отже, на основі проведених розрахунків можемо стверджувати, що розглянутий метод мінімізації булевих функцій дієвий та простий у застосуванні, а також дає достовірні результати, чого і треба було досягти. Основною перевагою даного методу являється можливість його реалізації засобами обчислювальної техніки, а покладений в його основу направлений перебір дозволяє зменшити вимоги до програмно-апаратних ресурсів систем автоматизованого проектування.

Висновки

Запропонований метод на основі направленого перебору показав коректність його використання при мінімізації булевих функцій з великою кількістю змінних. Простота алгоритму направленого перебору дозволяє провести його технічну реалізацію на засобах обчислювальної техніки. Використання даного методу дозволяє зменшити вимоги до програмно-апаратних засобів автоматизованих систем проектування дискретних пристроїв.

Список літератури

1. *Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. Підручник / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Білоус, А.Г. Руткас. – Х.: „Компанія СМІТ", 2004. – 480 с.*
2. *Дискретная математика и математические вопросы кибернетики / Ю.Л. Васильев и др. - М.: Наука, 1974, – 450 с.*
3. *Савельев А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов / А.Я. Савельев. – М.: Высш. шк., 1987. – 455 с.*

Надійшла до редколегії 12.08.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.В. Рубан, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА МИНИМИЗАЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ

С.Г. Семенов И.В. Миронец

При проектирования цифровых автоматов широко используются методы минимизации булевых функций, которые дают возможность получить рекомендации для построения экономических схем цифровых автоматов. Поэтому данная статья посвящена усовершенствованию метода минимизации булевых функций на основе направленного перебора, тоесть необходимо найти аналитическое выражение заданной булевой функции в форме, содержащей минимально возможное количество букв. На основе проведенных расчетов было доказано, что метод минимизации булевых функций действенный и простой в применении, а также дает достоверные результаты.

Ключевые слова: *методы минимизации логических функций, булевые функции, дизъюнктивная нормальная форма, программируемая логическая матрица, направленный перебор.*

IMPROVEMENT OF THE METHOD OF MINIMIZING BOOLEAN FUNCTIONS WITH INFORMATION REDUNDANCY

S.G. Semenov , I.V. Mironets

When designing digital machines, methods of minimization of boolean functions that enable to obtain recommendations for the construction of the scheme of digital machines are widely used. Therefore, this article is dedicated to improving the method of minimization of boolean functions on the basis of directed enumeration. It is necessary find an analytical expression of the given boolean functions in a form containing the minimum number of letters. On the basis of the calculations it was proved that the method of minimization of boolean functions is efficient, easy to use and provides reliable results.

Keywords: *methods of logic functions minimizing, boolean functions, disjunctive normal form, programmable logic array, directed search.*