УДК 519.87 (045)

Д.П. Чирва

Институт информационно-диагностических систем НАУ, Киев

ОБОСНОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ЛИНИИ

Рассматривается неоднородная линия со случайным волновым сопротивлением. Определена точность воспроизведения статистического волнового сопротивления неоднородных линий по критерию вероятности не выхода стохастического процесса за пределы заданных границ.

Ключевые слова: *волновое сопротивление; распределённые магистрали; точность воспроизведения..*

Введение

В настоящее время отрезки неоднородных линий всё шире применяются при построении различных телекоммуникационных устройств СВЧ. Их достоинством является возможность получения заданных характеристик путём изменения волнового сопротивления по координате. При технической реализации неоднородных линий неизбежно возникают технологические погрешности изготовления проводников переменной геометрии и получении заданных значений диэлектрической и магнитной проницаемости. Это приводит к ошибкам в реализации волнового сопротивления и, как следствие, к отличию электрических характеристик реализованной линии от номинальных характеристик. Отсюда следует, что от точности воспроизведения волнового сопротивления зависит процент брака линий передачи. Определение оптимальной точности воспроизведения волнового сопротивления по какому-либо критерию называется технологической оптимизацией, которая для ряда частных случаев решена для однородных линий [1]. Для неоднородных линий решение данной задачи отсутствует.

Целью статьи является определение точности воспроизведения статистического волнового сопротивления $\tilde{W}$ неоднородных линий по критерию вероятности не выхода стохастического процесса за пределы заданных границ. Точность воспроизведения $\tilde{W}$ будем оценивать среднеквадратической ошибкой реализации волнового сопротивления.

Основная часть

Известно [2, 3], что вероятность не выхода процесса $\tilde{W}(y) = A(y)e^{2V}$, за пределы границ c, d при равномерном распрелении марковского процесса $V(0)$ в пределах границ c, d равна

$$q_{c,d}(y) = \frac{8}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\exp\left\{-\frac{(2n+1)^2\pi^2}{2(d-c)^2}\int_0^y b(y)dy\right\}, \qquad (1)$$

где $A(y)$ – функция, описывающая номинальное волновое сопротивление, V – марковский процесс (рис. 1).

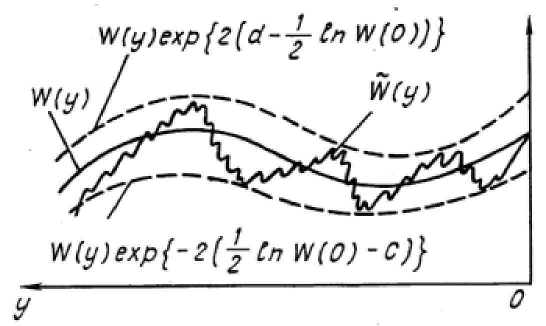

Рис. 1. Волновое сопротивление линии со случайными неоднородностями

При этом

$$A(y)e^{2c} < \tilde{W}(y) < A(y)e^{2d}, \ d < c. \qquad (2)$$

Из (1) следует, что на вероятность нахождения волнового сопротивления в пределах заданных границ (т.е. на процент годных изделий) сильно влияет положение самих границ c и d**.** Из физических соображений ясно, что для передачи сигнала от начала линии к нагрузке затухание сигнала вдоль линии должно быть как можно меньше.

Поэтому положение границ c и d будем определять из условия малости модуля коэффициента отражения

$$|\tilde{\gamma}| = \left|\frac{\tilde{Z}_{вх} - \tilde{W}}{\tilde{Z}_{вх} + \tilde{W}}\right| \le \Gamma_0 << 1, \qquad (3)$$

где Γ_0 – наперед заданное число (допуск на рассогласование), $\tilde{Z}_{вх}$ – случайное входное сопротивление.

Тогда вероятность $q_{c,d}$ будет характеризовать процент годных изделий, а вероятность $1-q_{c,d}$ - процент брака. Известно, что коэффициент отражения $\tilde{\gamma}$ удовлетворяет уравнению Риккати [1]**.**

Если в этом уравнении перейти к переменной y, то оно примет вид

© Д.П. Чирва

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{dy}+2p\tilde{\gamma}\frac{1}{V_{\phi}(y)}=-\tilde{N}(y)(1-\tilde{\gamma}^2)\,, \qquad (4)$$

где $V_{\phi}(y)$ – фазовая скорость, $\tilde{N}(y)=\dfrac{\tilde{W}'(y)}{2\tilde{W}(y)}$.

В полосе пропускания при небольших флуктуациях $\tilde{W}(y)$ соблюдается условие $|\tilde{\gamma}|^2 << 1$. Поэтому в этой области уравнение (4) можно упростить:

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{dy}+2p\tilde{\gamma}\frac{1}{V_{\phi}}=-N(y)\,. \qquad (5)$$

Отсюда находим:

$$\tilde{\gamma}(y)=e^{-2p\tau(y)}\left[\int_0^y -\tilde{N}(y)e^{2p\tau(y)}dy+\gamma(0)\right], \qquad (6)$$

$$\tau(y)=\int_0^y V_{\phi}^{-1}dy\,,$$

где $\tau(y)$ - время задержки линии длиною y.

Учтем, что [2]

$$\tilde{N}=N+\Delta_1,$$

где
$$\Delta_1(y)=g(y)\Delta(y)\,, \qquad (7)$$

а $\Delta(y)$ - нормальный стационарный белый шум с корреляционной функцией

$$K_{\Delta}(y_1,y_2)=\frac{N_0}{2}\delta(y_2-y_1) \qquad (8)$$

и нулевым математическим ожиданием $m\{\Delta\}=0$, $g(y)$ – функция, характеризующая статистические свойства процесса реализации линии, $g(y)\ge 0$.

Тогда вводя следующие обозначения:

$$S_1=\int_0^y N(y)\cos 2\omega\tau(y)dy\,,\ S_2=\int_0^y N(y)\sin 2\omega\tau(y)dy\,,$$

$$V_1=\int_0^y \Delta_1(y)\cos 2\omega\tau(y)dy\,,\ V_2=\int_0^y \Delta_1(y)\sin 2\omega\tau(y)dy\,,$$

$$\gamma(0)=\gamma_1+j\gamma_2\,, \qquad (9)$$

из (6) получим:

$$|\tilde{\gamma}|=|-(S_1+V_1-\gamma_1)-j(S_2+V_2-\gamma_2)|\,. \qquad (10)$$

В общем случае γ_1 и γ_2 являются случайными величинами.

Пусть случайное волновое сопротивление $\tilde{W}(y)$ удовлетворяет неравенству (2),

$$c<V=\int_0^y \Delta_1(y)dy+\frac{1}{2}\ln\tilde{W}(0)<d\,. \qquad (11)$$

Отсюда имеем:

$$c-\frac{1}{2}\ln\tilde{W}(0)<\int_0^y \Delta_1(y)dy<d-\frac{1}{2}\ln\tilde{W}(0)\,. \qquad (12)$$

Следовательно,

$$c-d<Z=\int_0^y \Delta_1(y)dy<d-c\,. \qquad (13)$$

Из (9) и (13) находим

$$\frac{dV_1}{dy}=\Delta_1\cos 2\omega\tau(y)\,,\ \frac{dZ}{dy}=\Delta_1\,. \qquad (14)$$

Следовательно,

$$dV_1=\cos 2\omega\tau(y)dZ\,. \qquad (15)$$

Из (15) находим

$$V_1=\int_{c-d}^{d-c}\cos 2\omega\tau(y)dy\le\int_{c-d}^{d-c}dZ(y)=2(d-c)\,. \qquad (16)$$

С другой стороны,

$$V_1\ge\int_{c-d}^{d-c}-dZ(y)=-2(d-c)\,. \qquad (17)$$

Таким образом,

$$|V_1|\le 2(d-c)=4h\,, \qquad (18)$$

где $2h=d-c$ - расстояние между двумя границами.

Аналогичное соотношение будет справедливо и для V_2.

Из формул (10), (18) следует неравенство:

$$|\tilde{\gamma}|^2\le(\Phi_1+4h)^2+(\Phi_2+4h)^2=\Gamma_0^2\,, \qquad (19)$$

где
$$\Phi_k=|S_k|_{\text{макс}}+|\gamma_k|_{\text{макс}}\,,\ k=1,2, \qquad (20)$$

а $|S_k|_{\text{макс}}$, $|\gamma_k|_{\text{макс}}$ – наибольшие значения $|S_k|$, $|\gamma_k|$ в полосе пропускания.

Из (19) при заданном допуске Γ_0, S_k, γ_k всегда можно найти протяженность области между границами c, d (18):

$$2h=d-c\,. \qquad (21)$$

Определив величину $d-c$, из формулы для вероятности $q_{c,d}$ (1) определяем d (или c), при котором величина $q_{c,d}$ принимает максимальное значение.

Величины S_k, $k=1,2$, определяются типом неоднородной линии, а величины $|\gamma_k|_{\text{макс}}$ определяются разбросом значений коэффициента отражения нагрузки.

Значение вероятности $q_{c,d}$ зависит от среднеквадратической ошибки волнового сопротивления $\sigma_{\tilde{W}}$, т.е. определяется точностью воспроизведения волнового сопротивления.

Найдем максимальное значение дисперсии $\sigma^2_{\tilde{W}}$, при котором вероятность годных изделий $q_{c,d}$ является заданной величиной.

Пусть $W(y)$ - номинальное волновое сопротивление. $\tilde{W}_1(y)$, $\tilde{W}_2(y)$ - статистические процессы, полученные при реализации $W(y)$ при различных среднеквадратических ошибках. Этим двум процессам соответствуют процессы $2Z_1(y)$ и $2Z_2(y)$ с дисперсиями $\sigma^2_{2Z_1}$, $\sigma^2_{2Z_2}$, рис.2.

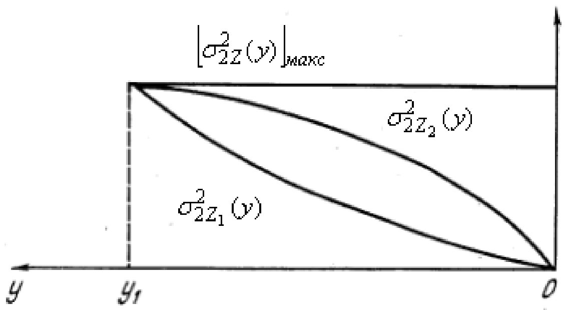

Рис. 2. Пример изменения дисперсии процесса $2Z(y)$

Предположим, что длина линии равна y_1 и

$$\sigma^2_{2Z_1}(y_1) = \sigma^2_{2Z_2}(y_1). \tag{22}$$

Из полученных результатов следует, что при $0 < y < y_1$ вероятность выполнения неравенства

$$W(y)e^{-2[\ln W(0)/2 - C]} < \tilde{W}(y) < \\ < W(y)e^{2[d - \ln W(0)/2]} \tag{23}$$

для процессов $\tilde{W}_1(y)$, $\tilde{W}_2(y)$ будет одинаковой. Следовательно, наибольшее значение дисперсии σ^2_{2Z}, при котором вероятность $q_{c,d}(y_1)$ остается прежней, равно (рис. 2):

$$\left[\sigma^2_{2Z}(y)\right]_{макс} = \begin{cases} \sigma^2_{2Z_1}(y_1) = \sigma_{2Z_2}(y_1), & 0 < y \le y_1; \\ 0, & y = 0. \end{cases} \tag{24}$$

Наибольшая среднеквадратическая ошибка в реализации волнового сопротивления $\sigma_{\tilde{W}}(y)$ определяется выражением [3]:

$$\sigma^2_{\tilde{W}(y)} = A^2(y) \times \\ \times \left[X^2\left(\sigma^2_{\tilde{W}(0)} + m^2\left\{\tilde{W}(0)\right\}\right) - Xm^2\left\{\tilde{W}(0)\right\}\right]; \tag{25}$$

$$x = \exp\left\{\left[\sigma^2_{2Z}(y)\right]_{макс}\right\}. \tag{26}$$

Таким образом, задавшись допустимым процентом брака $1 - q_{c,d}$ из (1) можно найти значение интеграла [2]:

$$\int_0^{y_1} b(y)dy = \frac{1}{4}\sigma^2_{2Z}(y_1) \tag{27}$$

и определить максимально возможное значение среднеквадратической ошибки волнового сопротивления (25), при которой реализуется заданный процент брака.

Выводы

Рассмотрев неоднородные линии со случайным волновым сопротивлениес, была определена точность воиспроизведения статистического волнового сопротивления неоднородных линий по критерию вероятности невыхода стохастического процесса за пределы заданных границ. Точность воспроизведения $\tilde{W}$ будем оценивать среднеквадратической ошибкой реализации волнового сопротивления

Список литературы

1. *Бушминский И.П. Технология гибридных интегральных схем СВЧ / И.П. Бушминский, Г.В. Морозов // М.: Радио и связь,1987. – 285 с.*
2. *Козловский В.В. Математическая модель распределённых магистралей передачи информации / В.В. Козловский, Д.П. Чирва // Системи управління, навігації та зв'язку. – Полтава : ПНТУ, 2015. – Вип. 3(35). – С. 163-166.*
3. *Козловский В.В. Плотность вероятности волнового сопротивления неоднородной линии со случайными распределёнными неоднородностями / В.В. Козловский, Д.П. Чирва // Системи управління, навігації та зв'язку. – Полтава : ПНТУ, 2015. – Вип. 4(36). – С. 103-105.*

Надійшла до редколегії 2.06.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Державний університет телекомунікацій, Київ.

ОБГРУНТУВАННЯ ТОЧНОСТІ ВІДТВОРЕННЯ ХВИЛЬОВОГО ОПОРУ НЕОДНОРІДНОЇ ЛІНІЇ

Д.П. Чирва

Розглядається неоднорідна лінія з випадковим хвильовим опором. Визначено точність відтворення статистичного хвильового опору неоднорідних ліній за критерієм ймовірності невиходу стохастичного процесу за межі заданих меж.

Ключові слова: *хвильовий опір; розподілені магістралі; точність відтворення.*

RATIONALE FIDELITY WAVE RESISTANCE INHOMOGENEOUS LINE

D.P. Chyrva

We consider the inhomogeneous line with a casual wave resistance. Determined fidelity statistical inhomogeneous wave resistance lines on the criterion of likely-sti not yield a stochastic process beyond the defined boundaries.

Keywords: *wave resistance; distributed backbone; fidelity.*