Математичні моделі та методи

УДК 510.635

Н.В. Голян, В.В. Голян, Л.Д. Самофалов

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

АЛГЕБРА ПОНЯТИЙ КАК ФОРМАЛЬНЫЙ АППАРАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕЙСТВИЙ ИНТЕЛЛЕКТА НАД ПОНЯТИЯМИ

В работе аксиоматически построена алгебра понятий - алгебраическая система, элементы множества-носителя которой интерпретируются как понятия интеллекта, а ее операции над этими элементами — как действия интеллекта над понятиями. Доказана теорема о существовании алгебры понятий любой размерности.

Ключевые слова: алгебра конечных предикатов, алгебра понятий, интеллект, высказывание.

Введение

В настоящей статье аксиоматически строится алгебра понятий - алгебраическая система, элементы множества-носителя которой интерпретируются как понятия интеллекта, а ее операции над этими элементами — как действия интеллекта над понятиями. Доказана теорема о существовании алгебры понятий любой размерности.

Работа является логическим продолжением ряда статей [1-3] по методике формализации понятий человеческого интеллекта методом сравнения.

1. Введение алгебры понятий

Любую алгебраическую систему L_n , которая состоит из множества $S_n(n\in\{1,2,...\})$, содержащего 2^n элементов, отношения равенства x=y и операции $x\vee y$, $(x,y,z\vee y\in S_n)$, назовем алгеброй понятий, если для нее выполняются такие условия.

- 1) Для любого $x \in S_n$ $x \vee x = y$ (аксиома идемпотентности).
- 2) Для любых $x,y \in S_n$ $x \vee x = y \vee x$ (аксиома коммутативности).
- 3) Для любых $x, y, z \in S_n \ (x \lor y) \lor z = x \lor (y \lor z)$ (аксиома ассоциативности).
- 4) В множестве S_n содержится элемент 0 такой, что для любого $x \in S_n$ 0 \vee x = x (аксиома 0).
- 5) В множестве S_n содержатся такие не совпадающие с нулем различные элементы $e_1, e_2, ..., e_n$, что из них и из элементов 0 можно с помощью операции \vee получить любой из элементов множества S_n (аксиома n-мерности).

Введенные алгебры понятий $L_1, L_2, ...$ являются частным случаем коммутативных идемпотентов [1].

Множество S_n назовем носителем алгебры понятий L_n . Число n назовем размерностью алгебры L_n . Элементы множества S_n называем понятиями

алгебры L_n . Будем говорить, что понятия алгебры L_n n -мерны. Операцию $x \vee y$ называем дизъюнкцией понятий x и y. Понятие $z = x \vee y$, получаемое в результате выполнения операции дизъюнкции над понятиями x и y, будем называть их логической суммой. Понятия x и y будем называем нулевым понятием идеей или нулем алгебры L_n . Элементы $e_1,e_2,...,e_n$ называем базисными понятиями алгебры L_n , а множество $B_n = \{e_1,e_2,...,e_n\}$ — ее базисом. Нулевую и базисные понятия будем называть образующими понятиями алгебры L_n .

Алгебра понятий размерности $n \ (n \in \{1, 2, ...\})$ была введена не прямым определением, а задана неявно системой логических условий. При таком способе задания не исключен случай, когда не существует ни одного объекта, соответствующего этой системе условий. Так случилось бы, если бы система условий, задающая алгебру понятий размерности п, оказалась бы противоречивой. Поэтому важно доказать, что для каждого $n \in \{1, 2, ...\}$ существует хотя бы одна конкретная алгебра L_n, являющаяся алгеброй понятий размерности п. Если этого не сделать, то у нас не будет гарантии того, что при каждом натуральном п алгебра понятий есть нечто реальное, а не просто ни на что не годная фикция. Такую гарантию дает доказываемая ниже теорема о существовании алгебры понятий.

Теорема. Алгебра понятий любой размерности n, n = (1, 2, ...) существует.

Доказательство. Теорема будет доказана, если нам удастся построить ряд конкретных алгебр $L_1, L_2, ..., L_n$, являющихся алгебрами понятий размерности 1, 2, Алгебры $L_1, L_2, ..., L_n$ будем строить с помощью специальной порождающей процедуры, начиная с алгебры L_1 размерности n=1 и

переходя от алгебры L_{k-1} размерности n=k-1 к алгебре L_k размерности n=k. Проверку алгебр $L_1, L_2, ..., L_n$ на их соответствие определению алгебр понятий размерности 1, 2, ... будем вести методом математической индукции по k, начиная с алгебры L_1 и переходя от алгебры L_{k-1} к алгебре L_k .

Алгебру L_1 с номером k = 1 определяем следующим образом. В роли носителя алгебры L₁ используем множество $S_1 = \{0,1\}$. В качестве элементов множества S₁ берем символы 0 и е₁. Таким образом, в множестве S_1 содержится $2 = 2^1$ элемента. Операцию ∨ дизъюнкции элементов множества S₁ следующим образом: $0 \vee 0 = 0$, $0 \lor e_1 = e_1$, $\ e_1 \lor 0 = e_1$, $\ e_1 \lor e_1 = e_1$. Докажем, что так определенная алгебра L₁ удовлетворяет всем аксиомам алгебры понятий размерности 1. Проверяем идемпотентность дизъюнкции. По только что принятому определению операции дизъюнкции имеем: $0 \lor 0 = 0$, $e_1 \lor e_1 = e_1$. Следовательно, при любом $x \in S_1$ $x \vee x = x$. Проверяем коммутативность дизъюнкции: $0 \lor e_1 = e_1 = e_1 \lor 0$. Итак, при любых $x, y \in S_1$, $x \lor y = y \lor x$. Из определения операции дизъюнкции выводим аксиому ассоциативности:

$$(0 \lor 0) \lor 0 = 0 \lor 0 = 0 \lor (0 \lor 0),$$

$$(0 \lor 0) \lor e_1 = 0 \lor e_1 = 0 \lor (0 \lor e_1),$$

$$(0 \lor e_1) \lor 0 = e_1 \lor 0 = e_1 = 0 \lor e_1 = 0 \lor (e_1 \lor 0),$$

$$(0 \lor e_1) \lor e_1 = e_1 \lor e_1 = e_1 = 0 \lor e_1 = 0 \lor (e_1 \lor e_1),$$

$$(e_1 \lor 0) \lor 0 = e_1 \lor 0 = e_1 \lor (0 \lor 0),$$

$$(e_1 \lor 0) \lor e_1 = e_1 \lor (0 \lor e_1),$$

$$(e_1 \lor e_1) \lor 0 = e_1 \lor 0 = e_1 = e_1 \lor e_1 = e_1 \lor (e_1 \lor 0),$$

$$(e_1 \lor e_1) \lor e_1 = e_1 \lor e_1 = e_1 \lor (e_1 \lor e_1).$$

Мы получили, что при любых $x,y,z\in S_1$ $(x\vee y)\vee z=x\vee (y\vee z)$.

Проверяем аксиому нуля. В роли нуля алгебры L_1 берем символ 0. Это мы имеем право сделать, поскольку для символа 0 аксиома нуля выполняется. В самом деле: $0 \vee 0 = 0$, $0 \vee e_1 = e_1$. Это означает, что при любом $x \in S_1$ $0 \vee x = x$. Проверяем аксиому одномерности. В роли базисного элемента алгебры L_1 , принимаем символ e_1 . Элемент e_1 — ненулевой, поскольку он не удовлетворяет аксиоме нуля: $e_1 \vee 0 = e_1$, следовательно, $e_1 \vee 0 \neq 0$. Все элементы множества S_1 выражаются через базисный и нулевой элементы с помощью операции \vee , т.к. $0 = 0 \vee 0$, $e_1 = 0 \vee e_1$. Итак, аксиома одномерности в алгебре L_1 выполняется. Как видим, построенная

нами при k=1 алгебра L_1 есть алгебра понятий размерности 1. Следовательно, одномерная алгебра понятий существует.

Предположим теперь, что уже построена алгебра L_{k-1} , и сконструируем на ее основе алгебру L_k . В роли носителя алгебры L_{k-1} используется множество S_{k-1} , состоящее из 2^{k-1} различных символов. Пусть в алгебре L_{k-1} роль нулевого элемента выполняет символ 0, а в качестве базисных элементов выступают не совпадающие с нулем различные символы $e_1, e_2, ..., e_{k-1}$. Полагаем, кроме того, что в алгебре L_{k-1} задана двуместная операция \vee дизъюнкции элементов множества S_{k-1} , значениями которой служат элементы того же множества. Имеется в виду, что операция \vee идемпотентна и ассоциативна, а также удовлетворяет аксиомам нуля и k-1-мерности.

В роли носителя алгебры L_k берем множество S_k , которое формируется следующим образом. Вопервых, включаем в его состав 2^{k-1} символов, образующих множества S_{k-1} . Во-вторых, включаем в состав множества $\,S_k\,\,$ символ $\,e_k\,,\,$ отличающийся от любого элемента множества S_{k-1} . В-третьих, включаем в состав множества S_k всевозможные символы вида хе, где х – произвольный ненулевой элемент множества S_{k-1} . Символ xe_k представляет собой последовательность символов x и e_k . Каждый из $2^{k-1} - 1$ символов вида xe_k отличается от всех других элементов множества S_k . Действительно, символы xe_k и ye_k , различны. Каждый из символов вида хе_к отличается от любого символа из множества \boldsymbol{S}_{k-1} наличием в его составе символа \boldsymbol{e}_k , стоящего справа. От символа же е_к каждый из символов вида хе_к отличается наличием левой части х. Таким образом, множество S_k составлено из 2^k различных символов. Полагаем, что в алгебре L_k роль нулевого элемента выполняет символ 0, а в качестве базисных элементов используются символы $e_1, e_2, ..., e_k$.

Операцию дизьонкции элементов в алгебре L_k определяем следующим образом. В качестве логической суммы $z=x\vee y$ любых двух символов $x,y\in S_{k-1}$ берем символ $z\in S_{k-1}$, получаемый в алгебре L_{k-1} в результате выполнения операции дизьонкции символов x и y. Дизьонкцию символа e_k с самим собой задаем правилом $e_k\vee e_k=e_k$ (1), с символом 0 – правилами $0\vee e_k=e_k\vee 0=e_k$ (2,3),

с любым ненулевым элементом $x \in S_{k-1}$ — правилами $x \vee e_k = e_k \vee x = xe_k$ (4,5), с любым элементом вида xe_k — правилами $e_k \vee xe_k = xe_k \vee e_k = xe_k$ (6,7). Дизъюнкцию произвольного символа $x \in S_{k-1}$ с символом вида xe_k задаем правилами $x \vee ye_k = ye_k \vee x = (x \vee y)e_k$ (8,9). Наконец, дизъюнкцию любых символов вида xe_k и ye_k определяем правилом $xe_k \vee ye_k = (x \vee y)e_k$ (10).

Итак, мы полностью построили алгебру L_k . Осталось показать, что введенная в ней операция дизъюнкции обладает свойством идемпотентности, коммутативности и ассоциативности, а также удовлетворяет аксиомам нуля и k-мерности. Проверяем идемпотентность дизъюнкции. Для любого элемента $x \in S_{k-1}$, согласно свойству идемпотентности операции \vee в алгебре L_{k-1} , имеем $x \vee x = x$. Для символа e_k по правилу (1) имеем $e_k \vee e_k = e_k$. Для любого символа вида xe_k , согласно правилу (10) и аксиоме идемпотентности в алгебре L_{k-1} , получаем $xe_k \vee xe_k = (x \vee x)e_k = xe_k$.

Проверяем коммутативность. Для любых $x,y \in S_{k-1}$ равенство $x \vee y = y \vee x$ имеет место ввиду коммутативности дизъюнкции в алгебре L_{k-1} . В случае, когда одно из слагаемых х есть элемент из S_{k-1} , а другое – символ e_k , коммутативность вытекает из равенств (2)-(5): если x = 0, то $\mathbf{x} \vee \mathbf{e}_{\mathbf{k}} = \mathbf{0} \vee \mathbf{e}_{\mathbf{k}} = \mathbf{e}_{\mathbf{k}} = \mathbf{e}_{\mathbf{k}} \vee \mathbf{0} = \mathbf{e}_{\mathbf{k}} \vee \mathbf{x}$; если же $x\neq 0$, то $\,x\vee e_k\,=xe_k\,=e_k\,\vee\,x$. Для случая, когда одно из слагаемых есть символ $x \in S_{k-1}$, а другое – символ вида уе, коммутативность вытекает из правил (8) и (9) : $x \vee ye_k = (x \vee y)e_k = ye_k \vee x$. Для случая, когда одно слагаемое есть символ e_k , а другое – символ xe_k , коммутативность следует из правил (6) и (7): $e_k \vee xe_k = xe_k = xe_k \vee e_k$. Остался нерассмотренным случай, когда оба слагаемых являются символами вида хе_к и уе_к . Коммутативность в этом случае следует из правила (10) и аксиомы коммутативности дизъюнкции в алгебре L_{k-1} : $xe_k \vee ye_k = (x \vee y)e_k = (y \vee x)e_k = ye_k \vee xe_k$.

Проверяем ассоциативность дизьюнкции. Множество S_k разбиваем на четыре класса элементов: а) нулевой элемент 0, б) ненулевые элементы множества S_{k-1} , в) элемент e_k , г) элементы вида xe_k . Поскольку в аксиоме ассоциативности $(x\vee y)\vee z=x\vee (y\vee z)$ фигурируют три элемента x,y и z, то приходится проверять $4^3=64$ типа равенств. Если $x,y,z\in S_{k-1}$, то, согласно свойству

ассоциативности операции \vee в алгебре L_{k-1} , имеем $(x\vee y)\vee z=x\vee (y\vee z)$. Проверяем ассоциативность для случая, когда $x,y,z\in\{0,e_k\}$:

$$\begin{split} (0 \lor 0) \lor e_k &= 0 \lor e_k = 0 \lor (0 \lor e_k), \\ (0 \lor e_k) \lor 0 &= e_k \lor 0 = 0 \lor (e_k \lor 0), \\ (e_k \lor 0) \lor 0 &= e_k \lor 0 = e_k \lor (0 \lor 0), \\ (0 \lor e_k) \lor e_k &= e_k \lor e_k = e_k \lor (0 \lor e_k), \\ (e_k \lor e_k) \lor 0 &= e_k \lor 0 = e_k \lor e_k = e_k \lor (e_k \lor 0), \\ (e_k \lor e_k) \lor e_k &= e_k \lor e_k = e_k \lor (e_k \lor e_k). \end{split}$$

Рассматриваем все оставшиеся случаи, когда в условии ассоциативности присутствует любые элементы, кроме элементов вида xe_k :

$$(x \lor y) \lor e_k = (x \lor y)e_k = x \lor ye_k = x(y \lor e_k), \\ (x \lor e_k) \lor y = xe_k \lor y = (x \lor y)e_k = x \lor ye_k = x \lor (e_k \lor y), \\ (e_k \lor x) \lor y = xe_k \lor y = (x \lor y) \lor e_k = e_k \lor (x \lor y), \\ (x \lor e_k) \lor e_k = xe_k \lor e_k = xe_k = x \lor e_k = x \lor (e_k \lor e_k), \\ (e_k \lor x) \lor e_k = xe_k \lor e_k = xe_k = e_k \lor xe_k = e_k \lor (x \lor e_k), \\ (e_k \lor x) \lor e_k = xe_k \lor e_k = xe_k = e_k \lor xe_k = e_k \lor (e_k \lor x), \\ (e_k \lor e_k) \lor x = e_k \lor x = xe_k = e_k \lor xe_k = e_k \lor (e_k \lor x), \\ (0 \lor x) \lor e_k = x \lor e_k = x \lor e_k = 0 \lor xe_k = 0 \lor (x \lor e_k), \\ (x \lor 0) \lor e_k = x \lor e_k = x \lor (0 \lor e_k), \\ (e_k \lor 0) \lor x = e_k \lor x = e_k \lor (0 \lor x), \\ (e_k \lor x) \lor 0 = xe_k \lor 0 = xe_k = e_k \lor x = e_k \lor (x \lor 0), \\ (0 \lor e_k) \lor x = e_k \lor x = x \lor e_k = 0 \lor xe_k = 0 \lor (e_k \lor x), \\ (x \lor e_k) \lor 0 = xe_k \lor 0 = xe_k = x \lor e_k = x \lor (e_k \lor 0).$$

Рассматриваем случаи, когда в условии ассоциативности присутствуют нулевые элементы вида xe_k :

$$(0 \lor 0) \lor xe_k = 0 \lor xe_k = 0 \lor (0 \lor xe_k),$$

$$(0 \lor xe_k) \lor 0 = xe_k \lor 0 = xe_k = xe_k (0 \lor 0),$$

$$(0 \lor xe_k) \lor ye_k = xe_k \lor ye_k = xe_k \lor (0 \lor ye_k),$$

$$(xe_k \lor ye_k) \lor 0 = (0 \lor xe_k) \lor ye_k = xe_k \lor ye_k =$$

$$= (x \lor y)e_k = 0 \lor (x \lor y)e_k = xe_k \lor (0 \lor ye_k),$$

$$(x \lor y)e_k \lor 0 = (x \lor y)e_k = xe_k \lor (xe_k \lor 0),$$

$$(xe_k \lor ye_k) \lor 0 = (x \lor y)e_k \lor 0 = (x \lor y)e_k =$$

$$= xe_k \lor ye_k = xe_k \lor (xe_k \lor 0),$$

$$(xe_k \lor ye_k) \lor ze_k = (x \lor y)e_k \lor ze_k = ((x \lor y) \lor z)e_k =$$

$$= (x \lor (y \lor z)e_k = xe_k \lor (y \lor z)e_k = xe_k \lor (ye_k \lor ze_k).$$

Проверяем ассоциативность при наличии ненулевых элементов множества S_{k-1} и элементов вида xe_k :

$$(x \lor y) \lor ze_k = ((x \lor y) \lor z)e_k = (x \lor (y \lor z))e_k = \\ = x \lor (y \lor z)e_k = x \lor (y \lor ze_k), \\ (x \lor ye_k) \lor z = (x \lor y)e_k \lor z = (x \lor (y \lor z))e_k = \\ = x \lor (y \lor z)e_k = x \lor (ye_k \lor z), \\ (xe_k \lor y) \lor z = (x \lor y)e_k \lor z = (x \lor (y \lor z))e_k = \\ = (x \lor (y \lor z))e_k = xe_k \lor (y \lor z), \\ (x \lor ye_k) \lor ze_k = (x \lor y)e_k \lor ze_k = ((x \lor y) \lor z)e_k = \\ = (x \lor (y \lor z))e_k = x \lor (y \lor z)e_k = x \lor (ye_k \lor ze_k), \\ (xe_k \lor y) \lor ze_k = (x \lor y) \lor ze_k = \\ (x \lor y)e_k \lor ze_k = ((x \lor y) \lor z)e_k = (x \lor (y \lor z))e_k = \\ = xe_k \lor (y \lor z)e_k = xe_k \lor (y \lor ze_k), \\ (xe_k \lor ye_k) \lor z = (x \lor y)e_k \lor z = ((x \lor (y \lor z))e_k = \\ = (x \lor (y \lor z)e_k = xe_k \lor (y \lor z)e_k = xe_k \lor (ye_k \lor z).$$

Рассматриваем случай, когда в условии ассоциативности присутствуют элементы вида xe_k , а также элементы e_k и 0:

$$\begin{split} &(e_{k} \vee e_{k}) \vee ze_{k} = e_{k} \vee xe_{k} = e_{k} \vee (e_{k} \vee xe_{k}), \\ &(e_{k} \vee xe_{k}) \vee e_{k} = xe_{k} = e_{k} \vee xe_{k} = e_{k} \vee (xe_{k} \vee e_{k}), \\ &(xe_{k} \vee e_{k}) \vee e_{k} = xe_{k} \vee e_{k} = xe_{k} \vee (e_{k} \vee e_{k}), \\ &(e_{k} \vee xe_{k}) \vee ye_{k} = xe_{k} \vee ye_{k} = e_{k} \vee (xe_{k} \vee ye_{k}), \\ &(xe_{k} \vee e_{k}) \vee ye_{k} = xe_{k} \vee ye_{k} = xe_{k} \vee (e_{k} \vee ye_{k}), \\ &(xe_{k} \vee ye_{k}) \vee e_{k} = (x \vee y)e_{k} \vee e_{k} = xe_{k} \vee (ye_{k} \vee e_{k}), \\ &(0 \vee e_{k}) \vee xe_{k} = e_{k} \vee xe_{k} = xe_{k} = 0 \vee (e_{k} \vee xe_{k}), \\ &(e_{k} \vee 0) \vee xe_{k} = e_{k} \vee xe_{k} = e_{k} \vee (0 \vee xe_{k}), \\ &(xe_{k} \vee 0) \vee e_{k} = xe_{k} \vee e_{k} = xe_{k} \vee (0 \vee e_{k}), \\ &(xe_{k} \vee e_{k}) \vee 0 = xe_{k} \vee 0 = xe_{k} = xe_{k} \vee (e_{k} \vee 0), \\ &(0 \vee xe_{k}) \vee e_{k} = xe_{k} \vee e_{k} = xe_{k} = 0 \vee (xe_{k} \vee e_{k}), \\ &(e_{k} \vee xe_{k}) \vee 0 = xe_{k} \vee 0 = xe_{k} = e_{k} \vee (xe_{k} \vee 0). \\ \end{split}$$

Осталось проверить два случая, когда в аксиоме ассоциативности фигурируют элемент 0 и элементы вида e_k , x, ye_k или элементы вида e_k , x, ye_k , где x, y – любые ненулевые элементы множества S_{k-1} :

$$(0 \lor x) \lor ye_{k} = x \lor ye_{k} = (x \lor y)e_{k} = 0 \lor (x \lor ye_{k}),$$

$$(x \lor 0) \lor ye_{k} = x \lor ye_{k} = x \lor (0 \lor ye_{k}),$$

$$(xe_{k} \lor 0) \lor y = xe_{k} \lor y = xe_{k} \lor (0 \lor y),$$

$$(xe_{k} \lor y) \lor 0 = (x \lor y)e_{k} = xe_{k} \lor (x \lor 0),$$

$$(0 \lor xe_{k}) \lor y = xe_{k} \lor y = 0 \lor (xe_{k} \lor y),$$

$$(x \lor ye_{k}) \lor 0 = (x \lor y)e_{k} \lor 0 = 0 \lor (ye_{k} \lor 0),$$

$$(x \lor ye_{k}) \lor 0 = (x \lor y)e_{k} \lor 0 = 0 \lor (ye_{k} \lor 0),$$

$$(x \lor ye_{k}) \lor ye_{k} = xe_{k} \lor ye_{k} = x \lor (e_{k} \lor ye_{k}),$$

$$(e_{k} \lor x) \lor ye_{k} = xe_{k} \lor ye_{k} = e_{k} \lor (x \lor ye_{k}),$$

$$(x \lor ye_{k}) \lor e_{k} = (x \lor y)e_{k} \lor e_{k} = x \lor (ye_{k} \lor e_{k}),$$

$$(xe_{k} \lor y) \lor e_{k} = (x \lor y)e_{k} \lor e_{k} = xe_{k} \lor (y \lor e_{k}),$$

$$(e_{k} \lor xe_{k}) \lor y = xe_{k} \lor y = e_{k} \lor (xe_{k} \lor y),$$

$$(xe_{k} \lor e_{k}) \lor y = xe_{k} \lor y = xe_{k} \lor (e_{k} \lor y).$$

Проверяем аксиому нуля. Для любого $x \in S_{k-1}$, согласно аксиоме нуля в алгебре L_{k-1} , имеем $0 \vee x = x$. Для символа e_k по правилу (2) имеем $0 \vee e_k = e_k$. Для любого символа вида xe_k , согласно правилу (8) и аксиоме нуля в алгебре L_{k-1} , получаем: $0 \vee ye_k = (0 \vee x)e_k = xe_k$ Проверяем аксиому k-мерности. По индуктивному пред-

положению для всех $x \in S_{k-1}$ аксиома k-1-мерности выполняется. Следовательно, все элементы множества S_k , принадлежащие вместе с тем и множеству S_{k-1} , можно получить из базисного и нулевого элементов алгебры L_{k-1} (а значит, из базисных и нулевого элементов алгебр L_k) с помощью операции дизъюнкции. Элемент e_k выражается в виде $e_k = 0 \vee e_k$. Остальные элементы множества S_k имеют вид xe_k , где $x \in S_{k-1}$. Все они выражаются, согласно (4), в виде $xe_k = x \vee e_k$. Итак, мы убедились в том, что введенная в алгебре $xe_k = x \vee e_k$. Итак, операция дизъюнкции обладает свойством идемпотентности, коммутативности и ассоциативности, а также удовлетворяет аксиомам нуля и $xe_k = x \vee e_k$. Следовательно, теорема доказана.

Вывод

В работе аксиоматически построена алгебра понятий - алгебраическая система, элементы множества-носителя которой интерпретируются как понятия интеллекта, а ее операции над этими элементами — как действия интеллекта над понятиями. Доказана теорема о существовании алгебры понятий любой размерности.

Список литературы

- 1. Лещинская, И.А. Формулы исчисления высказываний / И.А. Лещинская // Системы обработки информации. Харьков: ХУПС, 2016. №9 (146). С. 94-96.
- 2. Лещинский, В.А. О теоремах исчисления высказываний / В.А. Лещинский // Системы обработки информации. X.: XVПС, 2016. №9 (146). С. 97-100.
- 3. Лещинский, В.А. О формальных свойствах исчисления высказываний [Текст] / В.А. Лещинский, И.А. Лещинская // 36. наук. пр. ХУПС.— Харьков: ХУПС, 2016. №3 (147). С. 85-87.
- 4. Винберг Э.Б. Курс алгебры / Э.Б. Винберг. М.: МЦНМО, 2011. - 592 с.

Надійшла до редколегії 28.08.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.В. Шостак, Національний аерокосмічний університет імені М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків.

АЛГЕБРА ПОНЯТЬ ЯК ФОРМАЛЬНИЙ АПАРАТ МОДЕЛЮВАННЯ ДІЙ ІНТЕЛЕКТУ НАД ПОНЯТТЯМИ

Н.В. Голян, В.В. Голян, Л.Д. Самофалов

У роботі аксіоматично побудована алгебра понять - алгебраїчна система, елементи множини-носія якої інтерпретуються як поняття інтелекту, а її операції над цими елементами - як дії інтелекту над поняттями. Доведена теорема про існування алгебри понять будь-якої розмірності.

Ключові слова: алгебра скінченних предикатів, алгебра понять, інтелект, висловлювання.

ALGEBRA OF CONCEPTS AS FORMAL APPARATUS OF DESIGN OF INTELLECT ACTIONS ABOVE CONCEPTS

N.V. Golian, V.V. Golian, L.D. Samofalov

The axiomatically built algebraic system concepts algebra is developed. The elements of concepts algebra number-carrier are interpreted as concepts of intellect, and it operations above these elements — as actions of intellect above concepts. A theorem is well-proven about existence of any dimension concepts algebra.

Keywords: finite predicates algebra, algebra of concepts, intellect, utterance.