

УДК 51-76:532.542.3

А.С. Нечипоренко

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ НОСОВУЮ ПОЛОСТЬ ЧЕЛОВЕКА

*Рассмотрены вопросы диагностики функции носового дыхания. Проанализированы особенности процесса принятия решения о хирургическом вмешательстве. Проведен анализ математических моделей турбулентности на основе уравнений Навье-Стокса. Для моделирования транзитного режима течения воздушного потока через носовую полость предложено использовать алгебраическую модель Прандтля-Лойцянского-Клаузера-3.*

**Ключевые слова:** носовое дыхание, модели турбулентности, число Рейнольдса, транзитный режим.

### Введение

Проникновение информационных технологий в биологию и медицину, как современный тренд, требует разработки и исследования новых формальных (математических) моделей функционирования человеческого организма. Одной из важных медицинских проблем, требующих применения современных методов информационных технологий для компьютерной диагностики, является проблема носового дыхания.

Нарушение носового дыхания – наиболее мучительный симптом, который наблюдается у пациентов, страдающих острыми или хроническими воспалительными заболеваниями носа и околоносовых пазух. Среди них – вазомоторный, аллергический и полипозный риниты, различные опухолевые процессы в полости носа, посттравматические искривления носовой перегородки. По данным литературных источников [1] около 40% пациентов, которым было проведено хирургическое вмешательство, не довольны результатами операции. Для диагностики функции носового дыхания используется комплекс методов объективной и субъективной диагностики. Это методы томографии (КТ и МРТ), исследования носового воздушного потока (риноанометрия, ринорезистометрия и др.), акустическая ринометрия [2]. В настоящее время наиболее широко используемым является метод передней активной риноанометрии [3]. В сложных случаях медицинской практики, например, когда невозможно с помощью методов объективной диагностики определить показания для оперативного вмешательства, проводится CFC (Computer Fluid Dynamic) моделирование движения воздушного потока в носовой полости. Однако, существующие стандарты оценки функции носового дыхания не учитывают как индивидуальные анатомо-физиологические особенности пациента, так и аэродинамические характеристики воздушного потока, протекающего через носовую полость. Следователь-

но, возникает необходимость в проведении исследований по математическому моделированию процесса движения носового воздушного потока, который учитывает режимы течения. Таким образом, целью данной работы является создание математической модели движения воздушного потока через носовую полость, учитывающей индивидуальную вариабельность анатомических параметров и аэродинамические характеристики режимов течения. Результаты моделирования являются частью исходной выборки данных, которая используется для разработки информационной технологии диагностики и принятия решения о хирургическом вмешательстве.

### Моделирование движения воздушного потока

Носовое дыхание – сложный физиологический процесс, который является квазипериодическим и нестационарным. Это обусловлено сложной геометрией носовой полости и наличием флуктуаций воздушного потока. Таким образом, моделирование движения воздушного потока через носовую полость связано со сложностью математического описания турбулентного режима течения. Математическая модель должна быть трехмерной и учитывающей пульсации мгновенных значений скорости потока в произвольном направлении [4]. Данный факт ограничивает возможности прямого численного моделирования, требующего больших вычислительных мощностей. В настоящее время «золотым стандартом» исследования является CFD-моделирование. Данный метод основан на расчете характеристик воздушного потока с помощью методов вычислительной гидродинамики. Для проведения CFD-моделирования необходимо создать 3D-модель носовой полости, детали построения которой описаны в работе [5]. Затем осуществляется численное решение и проводится анализ полученных зависимостей. Для решения системы основных уравнений в большинстве случаев выбираются метод конечных эле-

ментов либо метод конечных объемов. Основными параметрами, влияющими на характеристики потока являются геометрические параметры носовой полости и значения расхода воздушного потока.

В большинстве работ моделируемый поток считается стационарным и ламинарным. Однако такой подход является спорным, поскольку носовая полость представляет собой канал нерегулярной формы, в котором даже при малых скоростях наблюдается турбулентный режим [6]. В работах [7-9] указано, что ламинарный и турбулентный режимы соответствуют определённым значениям чисел Рейнольдса. Например в работе [7] это 545 при расходе 7,5 л/мин и 2905 при 40 л/мин, в [8] турбулентный режим начинается с величины расхода 15 л/мин, а в работе [9] турбулентный режим соответствует значениям чисел Рейнольдса  $> 2 \cdot 10^3$ . Однако, следует отметить, что число Рейнольдса зависит не только от скорости потока, а и от диаметра канала, в данном случае гидравлического диаметра ноздри. Также, из теории аэродинамики [10] известно, что если вход в трубу сделать плавным, то ламинарное движение в трубе может поддерживаться при существенно больших числах Рейнольдса, например, до 50000. Таким образом, необходимо учитывать эти особенности при расчете чисел Рейнольдса.

При проверке гипотезы на нестационарность, проводится расчет числа Струхала. В работах сделан вывод, что процесс дыхания является квазистационарным [11] и нестационарным [12].

По результатам анализа литературы [7-13], в большинстве работ приняты следующие допущения при проведении численного моделирования: для величин расходов от 7,5 л/мин до 15 л/мин используются модели ламинарного режима, для величин расхода 20 л/мин – 40 л/мин – модели турбулентного режима. В работе [14] принимается за основу существование двух режимов течения одновременно. Однако на данный момент не существует работ по моделированию транзитного режима, который имеет место при переходе от ламинарного режима к турбулентному при движении воздушного потока через носовую полость.

## Модели турбулентности

Остановимся на рассмотрении моделей турбулентности подробней.

Воздушный поток через носовую полость является вязкой несжимаемой средой. В случае вязкой несжимаемой среды неизвестными являются составляющие скорости  $V_x, V_y, V_z$  и давления  $p$ , а полная система уравнений состоит из уравнений Навье-Стокса и уравнений неразрывности [15]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} &= \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta \vec{V}; \\ \text{div } \vec{V} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости,  $\vec{F}$  – вектор единичной массовой силы,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости.

Традиционный подход к расчету таких течений основывается на осредненных по тому или иному правилу уравнениях Навье-Стокса. Полученные таким образом уравнения Рейнольдса вследствие нелинейности уравнений Навье-Стокса оказываются незамкнутыми. Замыкание уравнений Рейнольдса проводится с помощью полуэмпирических гипотез турбулентности. Также можно проводить замыкание с помощью вывода уравнений относительно рейнольдсовых напряжений.

В задачах моделирования движения воздушного потока через носовую полость используют следующие основные модели турбулентности:  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  и SST модель Ментера [4, 6 - 14].

Модель  $k-\varepsilon$  относится к семейству двухпараметрических диссипативных моделей турбулентности. Данная модель хорошо зарекомендовала себя при расчётах сдвиговых турбулентных течений. Суммируя уравнения для энергии турбулентных пульсаций, скорости диссипации турбулентной энергии, выражения для кинематической турбулентной вязкости и записывая комплект стандартных констант [10], представим стандартную  $k-\varepsilon$  модель (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \varepsilon; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \\ &+ C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \nu_t &= C_\mu k^2 / \varepsilon; \quad C_\mu = 0,09; \quad C_{\varepsilon 1} = 1,44; \\ C_{\varepsilon 2} &= 1,92; \quad \sigma_k = 1; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3; \end{aligned}$$

где  $k$  – энергия турбулентных пульсаций (плотность),  $\nu_t$  – кинематическая вихревая вязкость,  $\bar{U}_i$  – среднemasсовая скорость,  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  – эмпирические константы, определённые на основе решения задач о плоской струе и слое смешения.

Таким образом,  $k-\varepsilon$  модель предоставляет наиболее широкие возможности для расчета свободного движения газа (на отдалении от стенок).

Рассмотрим  $k-\omega$  модель на примере модели Вилкокса [16]. Она формулируется как кинематическая вихревая вязкость  $\nu_t = k / \omega$ , турбулентная кинетическая энергия:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right].$$

Удельная скорость диссипации:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right].$$

Коэффициенты замыкания и вспомогательные соотношения:

$$\begin{aligned} \alpha &= 13/25; \quad \beta = \beta_0 f_\beta; \quad \beta^* = \beta_0^* f_{\beta^*}; \\ \sigma &= 1/2; \quad \sigma^* = 1/2; \quad \beta_0 = 9/125; \\ f_\beta &= \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \quad \chi_\omega = \frac{|\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}|}{(\beta_0^*\omega)^3}; \\ \beta_0^* &= 9/100; \quad f_{\beta^*} = \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k^2}; \\ \chi_k &\leq 0; \quad \chi_k > 0; \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; \\ \varepsilon &= \beta^* \omega k, \quad l = k^{1/2} / \omega, \end{aligned}$$

где  $k$  – энергия турбулентных пульсаций,  $\omega$  – диссипация на единицу турбулентной энергии,  $\chi_\omega$  – перекрестный диффузионный член,  $\beta^*, \beta$  – коэффициенты диффузионных членов,  $f_\beta, f_{\beta^*}$  – функции, зависящие от  $\chi_k$  и  $\chi_\omega$ ,  $\Omega_{ij}$  и  $S_{ij}$  – тензоры вращения и скоростей деформации.

В отличие от  $k-\varepsilon$  модели модель  $k-\omega$  позволяет наиболее точно описывать движение воздушного потока в пристеночной области, вблизи граничного слоя.

Ф. Р. Менгер [17] предложил модель, сочетающую в себе указанные сильные стороны  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  моделей. Для этого  $k-\varepsilon$  модель переформулировалась в терминах  $k$  и  $\omega$ , а затем в полученные в результате модельные уравнения введена эмпирическая функция  $F_1$ , обеспечивающая плавный переход от  $k-\omega$  модели в пристеночной области к  $k-\varepsilon$  модели вдали от твердых стенок. Модель [17] записывается путем суперпозиции моделей  $k-\omega$  и  $k-\varepsilon$ , помноженных соответственно на весовую функцию  $F_1$  и  $(1 - F_1)$ .

Функция  $F_1$  подбирается таким образом, чтобы быть равной единице на верхней границе пограничного слоя и стремиться к нулю при приближении к стенке. Сшивка предполагается в области следа пограничного слоя. Вторым важным шагом, сделанным Менгером, состоял в видоизменении стандартной связи между  $k$ ,  $\omega$  и турбулентной вязкостью  $\nu_t$ . В эту связь был введен специальный ограничитель (MSST), обеспечивающий переход от нее к известной формуле Бредшоу [10], согласно которой тур-

булентное напряжение трения пропорционально кинетической энергии турбулентности

$$\overline{U_i'U_j'} = 0,31k.$$

Этот прием, получил название SST (shear stress transport).

Уравнения модели  $k-\omega$  умножаются на  $F_1$ , а уравнения модели  $k-\varepsilon$  – на  $(1 - F_1)$ , полученные уравнения складываются. Вводя полную производную

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{U}_j \partial}{\partial x_j},$$

запишем систему исходных уравнений модели Менгера:

$$\begin{aligned} \frac{D\rho k}{Dt} &= \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]; \\ \frac{D\rho \omega}{Dt} &= \frac{\gamma}{\nu_t} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \varpi_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ &+ 2\rho(1 - F_1)\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; \end{aligned}$$

где

$$\varphi = F_2 \varphi_1 + (1 - F_2) \varphi_2,$$

$\varphi_1, \varphi_2$  – константы моделей  $k-\omega$  и  $k-\varepsilon$  соответственно.

Используются системы констант [10]. Таким образом, системы калиброваны по пристеночным течениям и свободным сдвиговым слоям соответственно. Модель замыкается выражением для вихревой вязкости.

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} = \frac{k}{\omega}.$$

Составляющие тензора рейнولدсовых напряжений:

$$\tau_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta.$$

Вблизи стенки функция  $F_1$  должна быть близка к единице в значительной части пограничного слоя, этого требует  $k-\omega$  модель, а по мере отдаления от стенки и приближения к границе пограничного слоя  $F_1$  должна стремиться к нулю, это обеспечивает независимость от внешних условий, характерную для  $k-\varepsilon$  модели. Функция  $F_1$  зависит от переменной

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right); \frac{4\rho\sigma\omega_2 k}{CD_{k\omega} y^2} \right]$$

следующим образом:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4),$$

где  $y$  – расстояние до поверхности;  $CD_{k\omega}$  – положительная часть перекрестных диффузионных членов в уравнении переноса  $\omega$ :

$$CD_{k\omega} = \max \left\{ 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j}, 10^{-20} \right\}.$$

Основной недостаток рассмотренных моделей заключается в том, что осреднение осуществляется сразу по всем масштабам турбулентности и, следовательно, моделирование на основе полуэмпирических гипотез необходимо проводить с учетом разномасштабности структур, участвующих в процессах переноса в тех или иных областях течения.

К тому же представление мгновенных значений гидродинамических параметров в виде суммы осредненной величины (во времени) и ее пульсационной составляющей, согласно подходу Рейнольдса, означает, что усреднение гидродинамической величины по времени дает ее математическое ожидание, а пульсационная составляющая которой – дисперсия случайной величины. Однако усредняемая гидродинамическая величина в данном случае не является случайной.

### Моделирование переходного режима течения через носовую полость

В настоящий момент математические модели, описывающие переходной режим течения воздушного потока в носовой полости в литературе не представлены. Вместе с тем, согласно исследованиям автора [18] транзитный режим важное значение при реализации таких физиологических функций носа как увлажнение и кондиционирование. Учитывая недостатки моделей, описанных в предыдущем разделе, для описания переходного режима предложим алгебраическую модель Прандтля-Лойцянского-Клаузера-3 [10]. В рамках алгебраических моделей турбулентности возможен учет многомасштабности турбулентности с помощью создания многослойных схем течений, в частности пограничных слоев. К тому же алгебраические модели хорошо зарекомендовали себя при расчёте транзитных режимов.

Массовые силы, возникающие вследствие сил кривизны линий тока, могут существенно изменить распределение длин пути смещения. Попытаемся также учесть влияние кривизны стенки канала, перехода от ламинарного к турбулентному режиму течения. Полагается, что универсальными масштабами внешней области являются динамическая скорость и толщина вытеснения турбулентного пограничного слоя (ТПС). Модель предложена в рамках традиционной двухслойной клаузеровской схемы ТПС. Она базируется на использовании пути смещения с демпфирующим множителем Лойцянского

$D_L$  [10] во внутренней области и соотношения, названного формулой Клаузера-3, во внешней. Формула Клаузера-3, согласно которой турбулентная вязкость определяется выражением

$$\nu_{to} = kU_t \delta^*,$$

не зависит от числа Рейнольдса в диапазоне изменения  $320 < Re < 2 \cdot 10^4$ . В данном промежутке число Рейнольдса определяется по толщине потери импульса, скорости на внешней границе ТПС и кинематической вязкости. Известно, что при  $Re > 10^3$  толщина внутренней области равна толщине вытеснения ТПС. Таким образом, модель формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \nu_{ti} &= (ky)^2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} D_L, \\ D_L &= 1 - e^{-\left(\frac{yU_t}{26\nu}\right)^2} \end{aligned} \quad (3)$$

во внутренней области и во внешней:

$$\nu_{to} = kU_t \delta^* F_{Kleb} \quad (4)$$

$y$  – расстояние по нормали до стенки,  $D_L$  – демпфирующий множитель, учитывающий взаимодействие молекулярного и турбулентного процессов переноса,  $F_{Kleb}$  – параметр перемежаемости Клебанава,  $\nu_{ti}$ ,  $\nu_{to}$  – масштабы скорости, соответственно внутренней и внешней областей пограничного слоя.

Параметром, характеризующим начало и конец переходного участка, является степень турбулентности внешнего потока  $\varepsilon$ . Согласно этой модели в выражениях для турбулентной вязкости (3) и (4) вместо константы  $k = 0,41$  применяется функция перехода.

Таким образом, данный подход позволяет описать формирование элементов структуры переходного пограничного слоя от начала перехода (ламинарный режим) до его окончания (турбулентный режим). На переходном участке формируются элементы внутренней области турбулентного пограничного слоя (ТПС): вязкий подслой, буферная область и участок логарифмического профиля скорости. Внешняя область ТПС изначально структурно подобна внешней области ламинарного слоя (слой постоянной вязкости).

### Выводы

В статье проведен анализ основных математических моделей турбулентности, используемых для расчета характеристик воздушного потока через носовую полость. Общим недостатком рассмотренных моделей является то, что осреднение осуществляется сразу по всем масштабам турбулентности.

В работе предложена математическая модель переходного режима течения воздушного потока

через носову порожнину, яка дозволяє описати формування елементів структури перехідного пограничного шару від початку переходу (ламинарний режим) до його закінчення (турбулентний режим).

Перспективою подальших досліджень вважається на першому етапі - перевірка адекватності запропонованої моделі на основі експериментальних даних, які містять 3D моделі пацієнтів з нормою, різні анатомічні конфігурації, що відповідають відхиленням носової перегородки, а також іншим патологічним стаям. Наступним етапом стане валідація результатів моделювання та розробка стандартів оцінки функції носового дихання разом з отоларингологами.

### Список літератури

1. Thulesius, H.L., *Rhinomanometry in clinical use. A tool in the septoplasty decision making process: doctoral dissertation, clinical sciences* / H.L. Thulesius. – 2012. – 67 p.
2. Clement, P.A. *Standardisation Committee on Objective Assessment of the Nasal Airway. Consensus report on acoustic rhinometry and rhinomanometry* / P.A. Clement, F. Gordts // *Rhinology*. – 2005. – № 43. – P. 169–179.
3. Hilberg, O. *The objective assessment of nasal patency* / O. Hilberg, P.A. Clement, A.S. Jones, D.E. Phillips, F.J.M. Hilgers // *Diseases of the head and neck, nose and throat*. – 1998. – P. 719–742.
4. Воронин А.А. *Моделювання повітряного потоку людини в носовій порожнині при диханні [Електронний ресурс]* / А.А. Воронин, Г.Н. Лукьянов, Р.В. Неронов // *Modern problems and ways of their solution in science, transport, production, education*, 18-27 December, 2012. – Режим доступу до матеріалу статті: <http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/conference/the-content-of-conferences/archives-of-individual-conferences/december-2012>.
5. Гарюк Г.И. *Модель порожнини носа та околоносових порожнин за даними комп'ютерно-томографічного дослідження* / Г.И. Гарюк, О.Г. Гарюк, А.С. Нечипоренко, А.Ю. Меркулов // *Ринологія*. – 2012. – № 3, С. 3 – 7.
6. Simmen D. *A dynamic and direct visualization model for the study of nasal airflow* / D. Simmen, J. Scherrer, K. Moe, B. Heinz // *Arch Otolaryngol Head Neck Surg*. 1999 Sep; 125(9):1015-21.
7. Wen J. *Airflow patterns in both sides of a realistic human nasal cavity for laminar and turbulent conditions* /

J. Wen, K. Inthavong, Z. F. Tian, J.Y. Tu, C.L. Xue, C.G. Li // *16<sup>th</sup> Australasian fluid Mechanics Conference Crown Plaza, Gold Coast, Australia 2-7 december, 2007*, p. 68 – 75.

8. Zubair M. *Airflow inside the nasal cavity: visualization using computational fluid dynamics* / M. Zubair, V. N. Riazuddin, M. Z. Abdullah, R. Ismail, I. L. Shuaib, A. H. Suzinaand K. A. Ahmad // *Asian Biomed.*, 4:p. 657-661, 2010.

9. Wang K. Jr.T.S.D. *Numerical simulation of air flow in the human nasal cavity* / K. Jr.T.S.D. Wang, E.E. Morrison, V.J. Vodyanov // *Proceeding of the 2005 IEEE*, 2005, p. 5607-5610.

10. Белов И.А. *Моделювання турбулентних течій* / И.А. Белов, С.А. Исаев. – Санкт-Петербург: Балт. гос. техн. ун-т., - 2001 – 108 с.

11. Doorly D.J. *Mechanics of airflow in the human nasal airways* / D.J. Doorly, D.J. Taylor, R.C. Schroter // *Respiratory Physiology&Neurobiology*, № 163, 2008, p. 100-110.

12. Zhao K. *Numerical Modeling of Turbulent and Laminar Airflow and Odorant Transport during Sniffing in the Human and Rat Nose* / K. Zhao, P. Dalton, G C. Yang, P. W. Scherer // *Chem. Senses* 31: p. 107–118, 2006.

13. Riazuddin V.N. *Numerical study of inspiratory and expiratory flow in a human nasal cavity* / V.N. Riazuddin, M. Zubair, M.Z. Abdullah, R. Ismail, I.L. Shuaib, S.A. Hamid, K.A. Ahmad // *Journal of Medical and biological engineering*, № 31(3), p. 201-206, 2010.

14. Wienhold I. *Numerical simulation of airflow in human nose* / I. Wienhold, G. Mlynski // *Eur. Arch. Otorhinolaryngol.*, № 261, p. 452-455, 2004.

15. Чмовж В.В. *Аэрогидродинамика. Часть 1* / В.В. Чмовж. – Харьков : НАУ «ХАИ», 2006. – 193 с.

16. Wilcox D.C. *Turbulence Modelling for CFD* / D.C. Wilcox // DCW Industries, Inc. La Canada, California, 1998.

17. Menter F.R. *Zonal Two Equation  $k - \omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows* // *AIAA Paper*. 1993. V. 93-2906. – 21 p.

18. Нечипоренко А.С. *Критерий идентификации фаз носового дыхательного цикла* / А.С. Нечипоренко, О.Г. Гарюк, В.В. Чмовж // *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Информатика и моделирование – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – № 19(992). – С. 106 – 112.

Надійшла до редколегії 21.07.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.О. Філатов, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ КРІЗЬ НОСОВУ ПОРОЖНИНУ ЛЮДИНИ

А.С. Нечипоренко

Розглянуто питання діагностики функції носового дихання та процесу прийняття рішення про хірургічне втручання. Проведено аналіз математичних моделей, що застосовуються для моделювання турбулентного режиму руху крізь носову порожнину. Обґрунтовано вибір моделі транзитного режиму руху на основі алгебраїчної моделі Прандтля-Лойцяньського-Клаузера-3.

**Ключові слова:** носове дихання, моделі турбулентності, число Рейнольдса, транзитний режим.

### MATHEMATICAL MODEL OF AN AIRFLOW THROUGH A HUMAN NASAL CAVITY

A.S. Nechiporenko

The problems of diagnosis of nasal breathing function using CFD analysis was described. Task of implementation of CFD results in decision making process in surgery was also analyzed. Models of turbulence were analyzed. Model of transitional regime of flow based on algebraic model was proposed.

**Keywords:** nasal breathing, models of turbulence, Reynolds number, transitional regime.