УДК 621.311

А.М. Сільвестров, О.М. Скринник, Л.Ю. Спінул

Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», Київ

ОЦІНЮВАННЯ СТАТИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОЇ СКЛАДОВОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

В статті розглянуто застосування методу ідентифікації нелінійних статичних залежностей в нелінійних динамічних об'єктах з метою оптимізації режимів їх функціонування. Метод побудови містить в собі визначення непараметричної моделі статичної нелінійності з довільної динаміки об'єкта. Наведено приклад використання запропонованого метода.

Ключові слова: *динамічна система, модель Хаммерстайна, статична нелінійність, непараметрична модель, аналітична модель.*

Вступ

Динаміка збуреного руху об'єкта описується нелінійною динамічною моделлю. У такій ситуації основною похибкою оцінок параметрів лінійної складової моделі є їх зміщення внаслідок наближеності лінійної моделі, яка не враховує нелінійність характеристик об'єкта. Далі, пропонується представити об'єкт моделлю Хаммерстайна [1] і, користуючись природною гладкістю нелінійності і критерієм гладкості Пухова-Хатіашвілі [2], коректно оцінити спочатку нелінійність, а потім і лінійну складову моделі.

Модель Хаммерстайна (рис. 1) описує по входу (U) — виходу (Y) реальну систему, яка включає лінійний динамічний оператор $\dfrac{\gamma(p)}{\beta(p)}$, $p=\dfrac{d}{dt}$ і статичний нелінійний $f(u)$ або $f(z)$ (рис. 1).

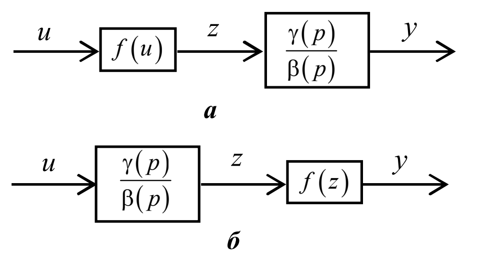

Рис. 1. Моделі Хаммерстайна:
а — нелінійність на вході, *б* — на виході

Якщо статичну нелінійну залежність f(u) розкласти по системі лінійно-незалежних функцій $\varphi_k(u)$,

$$f(u)=\sum_{k=1}^{r} l_k \varphi_k(u), \tag{1}$$

то, залежно від розташування нелінійності (рис. 1), отримаємо для варіанта моделі: нелінійність на вході (рис. 1, *а*):

$$\beta(p)y(t)=\sum_{i=1}^{m}\gamma_i p^i\left(\sum_{k=0}^{r}\alpha_k\varphi_k(u)\right); \tag{2}$$

нелінійність на виході (рис. 1, *б*):

$$\sum_{i=0}^{n}\beta_i p^i\left(\sum_{k=0}^{r}\alpha_k\varphi_k(y(t))\right)=\gamma(p)u(t), \tag{3}$$

де $\beta(p)=\beta_n p^n+\cdots+\beta_i p+1$,

$\gamma(p)=\gamma_m p^m+\cdots+\gamma_i p+\gamma_0$.

За традиційного підходу в задачі ідентифікації визначається $n+m+r+2$ параметрів $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$. Це суттєво ускладнює розв'язок задачі оцінювання і не гарантує якісного результату. Тому, враховуючи обмеженість полоси спектру сигналів і допускаючи похибку Δ апроксимації динамічної складової рівнянням пониженого порядку, отримаємо спрощені моделі Хаммерстайна (2, 3) з пониженим порядком n і m поліномів $\beta(p), \gamma(p)$.

Окрім того модель (рис. 1, *б*) приводиться до моделі (рис. 1, *а*), якщо замість прямої визначати зворотну залежність $f^{-1}(z)$ і $\dfrac{\beta(p)}{\gamma(p)}$. В запропонованому методі, який враховує природну гладкість f чи f^{-1}, невідома статична нелінійність (її непараметрична оцінка) знаходиться шляхом підбору параметрів зворотної передаточної функції спрощеної динамічної складової з умови мінімуму середнього квадрата похідної r-го порядку від виходу нелінійності до її входу. Якщо $r=1$, то має місце наближення за гладкістю, $r=2$ — наближення за кривизною і т.д.

Основна частина

Розглянемо визначення статичної нелінійності з довільної динаміки системи, якщо $r=2$.

Динаміка нелінійної динамічної системи:

$$\sum_{k=0}^{n} a_{n-k}\frac{d^{n-k}y(t)}{dt^{n-k}}=f[x(t)], \tag{4}$$

де $f[x(t)]$ – статична нелінійність, $x(t)$ – вхідний сигнал, $y(t)$ – вихідний сигнал.

Задача полягає у тому, щоб за зашумленими значеннями виходу $\hat{y}(t_k)$ відновити (оцінити) статичну нелінійність $f(x)$.

З метою визначення непараметричної моделі $\hat{f}[x(t)]$ статичної нелінійності $f[x(t)]$ визначимо скомпенсований вихід об'єкта у вигляді:

$$y_{ск}(t) = \hat{y}(t) - \beta_1 \frac{d\hat{y}(t)}{dt} - \beta_2 \frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2}, \qquad (5)$$

де параметри β_1, β_2 спрощеного компенсатора динаміки визначаються за умови гладкості, тобто за умови мінімуму середнього квадрату *r*-ї похідної від $\hat{y}(t)$ по x:

$$(\beta_1, \beta_2) = \arg\min \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{d^r y_{ск}(t_k)}{dx^r} \right)^2. \qquad (6)$$

Задача вирішується наступним чином. Виконується згладжування зашумлених вхідної та вихідної послідовностей вимірювань, впорядкується значення вхідної змінної $x(t_k)$ за зростанням.

Далі, для визначення значень t_j, які відповідають значенням вхідної змінної, що змінюються зі сталим кроком, виконаємо інтерполювання одержаної послідовності за допомогою інтерполяційних сплайнів.

Замість похідних (6) по *x* використовуються скінчені різниці:

$$\Delta^r y_{ск} = \Delta^r \left[\hat{y}(t) - \beta_1 \frac{d\hat{y}(t)}{dt} - \beta_2 \frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2} \right]. \qquad (7)$$

Зокрема, для $r = 2$ маємо:

$$\Delta^2 y_{ск} = [y_{ск}(t_{k+2}) - 2y_{ск}(t_{k+1}) + y_{ск}(t_k)] / (\Delta x)^2. \qquad (8)$$

Мінімізація функціоналу (7) гладкості полягає у розв'язанні відносно β_1, β_2 системи нормальних рівнянь:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{N} [\Delta^r \hat{y}(t_k) - \Delta^r \frac{d\hat{y}(t_k)}{dt} \beta_1 - \Delta^r \frac{d^2\hat{y}(t_k)}{dt^2} \beta_2] \times \\ &\qquad \times \Delta^r \frac{d\hat{y}(t_k)}{dt} = 0; \\ &\sum_{k=1}^{N} \left[\sum_{k=1}^{N} [\Delta^r \hat{y}(t_k) - \Delta^r \frac{d\hat{y}(t_k)}{dt} \beta_1 - \Delta^r \frac{d^2\hat{y}(t_k)}{dt^2} \beta_2 \right] \times \\ &\qquad \times \Delta^r \frac{d^2\hat{y}(t_k)}{dt^2} = 0. \end{aligned} \qquad (9)$$

По визначенню параметрів β_1, β_2 отримаємо непараметричне значення гладкої статичної нелінійності:

$$f[x(t)] = \hat{y}(t) - \beta_1 \frac{d\hat{y}(t)}{dt} - \beta_2 \frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2}. \qquad (10)$$

Тестовий приклад визначення нелінійності електроприводу.

Система автоматизованого електроприводу має нелінійну залежність швидкості Ω обертання вихідного валу від напруги $U_я$:

$$a_2 \frac{d^2\Omega(t)}{dt^2} + a_1 \frac{d\Omega(t)}{dt} + \Omega(t) = f[U_я(t)], \qquad (11)$$

де $U_я$ задано послідовністю сходинок в межах від $-U_{я\,max}$ до $+U_{я\,max}$:

$$U_я(t) = U_{max} \left[-1 + \frac{1}{q/2} \sum_{k=1}^{q} 1(-k\Delta t) \right],$$

де $q = 16$; $1(t) = \begin{cases} 1, & t > k\Delta t, \\ 0, & t < k\Delta t. \end{cases}$

Числові значення параметрів a_1, a_2 невідомі. Параметри тестуючого впливу дорівнюють $U_{max} = 120\,В$, $\Delta t = 1\,с$. Початкові умови: $\Omega(0) = -\Omega_{max} = -300$ рад/с, $d\Omega(0)/dt = 0$. «Невідоме» значення нелінійної залежності

$$\Omega[U_я(t)] = 3[U_я(t)] - 60\sin(0,065[U_я(t)]) \qquad (12)$$

відповідає умові гладкості із зонами нечутливості та насичення (рис. 2) . Вимірювання вихідного сигналу приводу здійснюються з кроком $\Delta t = 0,1с$ для $N = 200$, $q = 16$ з 10 % похибкою вимірювань у вигляді «білого шуму». Алгоритм рівняння:

1. Згладжування $U_я(t_k)$ та $\hat{y}_k$, $k = \overline{1,N}$.
2. Упорядкування значень $U_я(t_k)$ у порядку їхнього зростання.
3. Інтерполяція цих значень за допомогою інтерполяційних сплайнів.
4. Визначення значень t_{k_j}, що відповідають змінюванню $U_я(t_k)$ зі сталим кроком ΔU.
5. Обчислення значень $\hat{y}(t_{k_j})$, а також похідних першого та другого порядку від цих значень (кінцевих різниць).

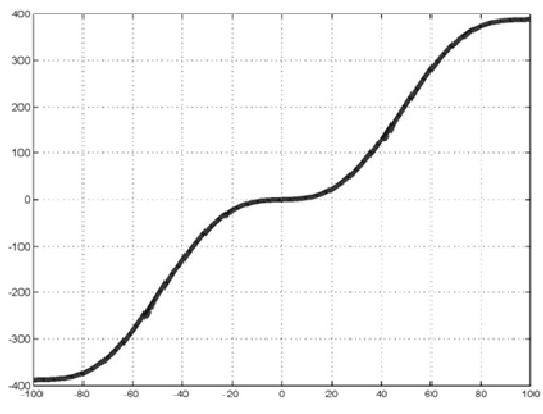

Рис. 2. Оцінка статичної нелінійності за методом компенсації динаміки для r = 2

6. Мінімізація функціоналу (8) шляхом складання та розв'язання системи рівнянь (9) методом найменших квадратів.

У результаті для (11) отримаємо оцінки

$$a_1 = 0,0196, \quad a_2 = 0,000134.$$

Непараметрична оцінка шуканої нелінійності

$$f[U_я(t)] = y(t) - 0,0196\frac{dy(t)}{dt} - 0,000134\frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

за умови дії завади у вигляді 10 % «білого шуму» практично співпала з істинною залежністю (12) з похибкою менше 0,5 %.

Для підтвердження ефективності такого підходу цю ж задачу розв'яжемо за допомогою пакета МатЛАБ System Identification Toolbox. Засобами пакету теж можна оцінювати нелінійні моделі Хаммерстайна-Вінера.

Проводимо попередню обробку експериментальних даних (фільтрацію в обраному діапазоні) командами розділу Preprocess (рис. 3).

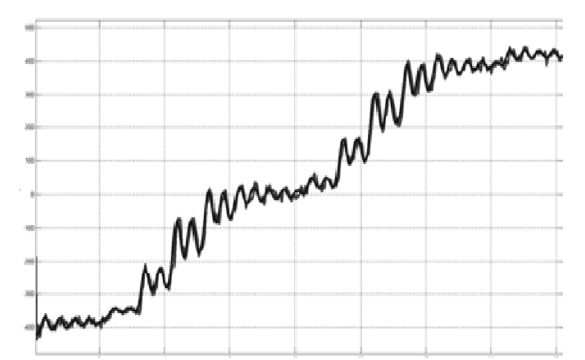

Рис. 3. Вигляд експериментальних даних після фільтрації

Вибираємо структуру моделі для ідентифікації Nonlinear Hammerstein-Wiener Models з нелінійністю на вході.

У відповідних діалогових вікнах задаємо параметри динамічної частини моделі (порядок моделі, кількість полюсів і нулів, наявність затримки, і ін.). Вибираємо тип нелінійної функції. Запитуємо моделі, з різним числом полюсів і нулів, і вибираємо з них модель з найбільшою вірогідністю.

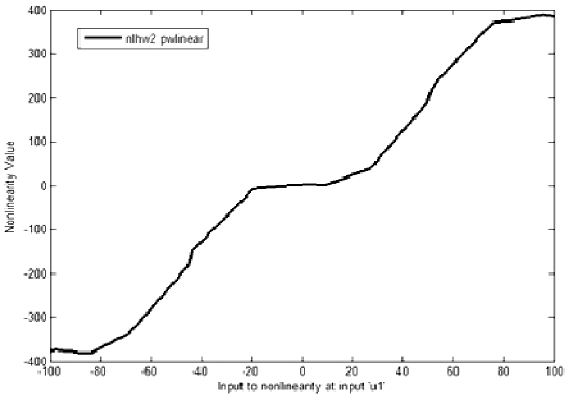

Рис. 4. Вигляд статичної нелінійності в пакеті System Identification Toolbox

Однак, навіть за умови апріорі відомої інформації про вигляд нелінійності (що на практиці не завжди можливо) найкраще підібрана модель з 86 % достовірністю має на порядок більшу похибку (7 %) статичної нелінійності (рис. 4).

Висновок

Таким чином, критерій наближення Пухова-Хатіашвілі разом із спрощеною компенсацією динамічної складової моделі Хаммерстайна дає можливість, навіть за невідомої структури нелінійності і наявності у вимірах шуму, отримати її досить точну непараметричну модель.

Список літератури

1. *Льюнг Л. Идентификация систем / Пер с англ. под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.*

2. *Пухов Г.Е. Модели технологических процес сов / Г. Е. Пухов, Ц. Хатиашвили. — К. : Техніка, 1974. — 200 с.*

Надійшла до редколегії 2.10.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.І. Бідюк, Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Київ.

ОЦЕНКА СТАТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.Н. Сильвестров, А.Н. Скрынник, Л.Ю. Спинул

В статье рассмотрено применение метода идентификации нелинейных статических зависимостей в нелинейных динамических объектах с целью оптимизации режимов их функционирования. Метод построения включает определение непараметрической модели статической нелинейности с произвольной динамики объекта. Приведен пример использования предложенного метода.

Ключевые слова: *динамическая система, модель Хаммерстайна, статическая нелинейность, непараметрическая модель, аналитическая модель.*

ESTIMATION OF STATIC NONLINEAR COMPONENT OF DYNAMIC SYSTEM

A.M. Silvestrov, O.M. Skrynnyk, L.Yu. Spinul

An application of the method of identification of nonlinear static dependencies into nonlinear dynamic object for optimization of their operation is considered. A definition of nonparametric model of the static nonlinearity from an arbitrary dynamics of object is in this method of construction. The example of using of the proposed method is described.

Keywords: *dynamic system, Hammerstein model, nonlinearity, nonparametric model, analytical model.*