Зв'язок

УДК 621.391

С.М. Петрук

Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки ЗС України, Київ

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРОГНОЗУВАННЯ СИГНАЛЬНО-ЗАВАДОВОЇ ОБСТАНОВКИ В СИСТЕМАХ МІМО БЕЗПІЛОТНИХ АВІАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

У статті проведений аналіз відомих методів прогнозування випадкового часового ряду, який взято за основу для опису сигнально-завадової обстановки в системах МІМО безпілотних авіаційних комплексів. Проведено постановку та вирішення задачі оптимального прогнозування випадкового часового ряду та розроблений алгоритм оцінювання АР-параметрів на основі методу максимальної ентропії.

Ключові слова: *безпілотні авіаційні комплекси, сигнально-завадова обстановка, прогнозування,канали управління та передачі даних, ймовірність бітової помилки, радіоелектронне подавлення.*

Вступ

Перспективні канали управління та передачі даних безпілотних авіаційних комплексів (БпАК) повинні забезпечувати передачу інформації у складній радіоелектронній обстановці [1, 2]. Цих цілей необхідно досягти в складних умовах багатопроменевого просторового каналу, в якому можливі глибокі завмирання сигналів, при жорстких обмеженнях на частотну смугу і потужність передавальних пристроїв, а також з врахуванням ефекту Допплера.

Проведений в роботах [1, 2] аналіз свідчить про те, що більшість відомого науково-методичного апарату управління параметрами каналів управління та передачі даних БпАК не передбачає прогнозування стану каналів управління та передачі даних.

Тому ***метою статті*** є аналіз методів прогнозування якості каналів управління та передачі даних БпАК спеціального призначення, що функціонують в складній сигнально-завадовій обстановці.

Постановка завдання

Аналіз наукових публікацій [3 – 6] свідчить про те, що при наявності певної інерційності процесів, що розглядаються, взаємозв'язків та збереження в подальшому основних зовнішніх умов їх розвитку, правомірно з певним ступенем ймовірності очікувати збереження характеру цього процесу. Тим самим стає доцільним використовувати різноманітні методи знаходження та екстраполяції домінуючої тенденції розвитку об'єкту, що аналізується, об'єднаних ідеєю статистичного підходу. Ідея статистичних методів прогнозування заснована на моделі стаціонарного часового ряду. Особливістю методів статистичного прогнозування полягає в тому, що вони оперують з визначеною послідовністю чисел, яка в рамках статистичного підходу визнається реалізацією випадкового процесу. Одним з основних засобів аналізу та прогнозування в рамках статистичного підходу є модель, що використовується в двох значеннях: як модель часового ряду, що виражає закон генерування членів ряду та як предиктор. Головна відмінність двох типів моделей в тому, що на виході моделі часового ряду фактичні члени ряду, а на виході моделі прогнозу - оцінки майбутніх членів ряду.

Процес прогнозування, на основі статистичних методів, відбувається в два етапи. Перший полягає в узагальненні даних, що спостерігаються за деякий проміжок часу, та представлення статистичних закономірностей у вигляді моделі. На другому етапі на основі знайдених закономірностей визначається очікуєме значення прогнозуємої ознаки або члена числової послідовності. Введемо формалізований опис деяких основних визначень [7].

Результати досліджень

Реалізацією випадкового процесу назвемо послідовність n результатів спостереження $x(0), x(1), ..., x(n-1)$ деякого процесу в дискретний момент часу $t = 0,1...n-1$. Послідовність спостереження $\{x(t)\}$, отриманих у рівно відстаючі моменти часу, будемо називати динамічним або часовим рядом, а відповідну йому ймовірнісну модель – випадковим процесом з дискретним часом. З кожним випадковим процесом $x(t)$ пов'язують одну або декілька невипадкових функцій. Такими функціями можуть бути математичне сподівання, дисперсія та автокореляційна функція.

Математичним сподіванням випадкового процесу $x(t)$ є невипадкова функція $M\left[x(t)\right]$ від часу, значення якої при кожній заданій величині параметра $t = t_i$ рівна математичному сподіванню випадкової величини $x(t_i)$. Дисперсією випадкового процесу $x(t)$ є невипадкова функція $D\left[x(t)\right]$, що залежить від часу, значення якої при кожному фіксованому моменті часу $t = t_i$ рівні дисперсії $D\left[x(t_i)\right]$ випадкової величини $x(t_i)$, що розглядається в момент часу t_i.

Тому, навіть при розгляді математичного сподівання та дисперсії випадкового процесу можна бачити те, що він як би розбивається на деяку систематичну складову (середню) та випадкового відхилення від неї. При аналізі часових рядів це знаходить своє практичне вираження в представленні часового рядку $x(t)$ у вигляді суми

$$x(t) = c(t) + \eta(t),$$

де, $c(t)$ – деяка невипадкова функція часу; $\eta(t)$ – послідовність випадкових величин з нульовою середньою та дисперсією $D\left[\eta(t)\right]$.

Функцію $c(t)$, що характеризує частину часового ряду є трендом. Складову $\eta(t)$, яка відповідає відхиленням від тренда, обумовлених впливом на процес будь-яких випадкових факторів, назвемо випадковим компонентом часового ряду $x(t)$.

Якщо послідовність $\eta(t)$ - це ряд незалежних випадкових величин, розподілених по нормальному закону, з нульовим середнім та фіксованою дисперсією σ_n^2, тоді її називають білим гаусівським шумом.

При аналізі часових рядів часто виникає необхідність оцінити залежність показника, що досліджується, x(t) від його значень, що розглядаються з деякою затримкою в часі. Для отримання числової характеристики такої внутрішньої залежності розраховують взаємну кореляційну функцію між рядом $x(t)$ та цим же рядом, що зсунуті в часі на величину τ. Така функція називається автокореляційною. Її оцінка розраховується за формулою

$$r_n(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\left[(n-\tau)\sum_{i=1}^{n-\tau} x^2(t+\tau) - \left(\sum_{i=1}^{n-\tau} x(t+\tau)\right)^2\right]}} \times$$

$$\times \frac{(n-\tau)\sum_{i=1}^{n-\tau} x(t)x(t+\tau) - \sum_{i=1}^{n-\tau} x(t)\sum_{i=1}^{n-\tau} x(t+\tau)}{\sqrt{\left[(n-\tau)\sum_{i=1}^{n-\tau} x^2(t) - \left(\sum_{i=1}^{n-\tau} x(t)\right)^2\right]}}$$

та характеризує внутрішню структуру часового ряду.

В аналізі випадкового компонента часових рядів важливу роль має його порівняння з добре відомою формою випадкових процесів – стаціонарних випадкових процесів.

Проте, при аналізуванні сигнально-завадової обстановки частіше зустрічаються процеси, ймовірнісні характеристики яких підпорядковуються певним закономірностям та не є постійними величинами. Для їх вивчення використовується поняття стаціонарного процесу в більш широкому сенсі. Випадковий процес називається стаціонарним в широкому сенсі, якщо його математичне очікування $M\left[x(t)\right]$ постійне та автокореляційна функція $r_n\left(t_i, t_j\right)$ залежить від різниці аргументів t_i та t_j.

Нехай деякий випадковий часовий ряд (ВЧР) $X(t), t = 0,1,...$ задається n - вектором власних відліків $x(0), x(1),..., x(n-1)$ в ретроспективі відносно поточного моменту часу $t = n-1$. При цьому його майбутній відлік $x(t)$ завчасно відомий. Дамо оцінку цього відліку як функцію деякого кінцевого числа $(M < \infty)$ таких відліків:

$$\hat{\delta}(n) = y\left(x(n-1), x(n-2),..., x(n-M)\right). \quad (1)$$

В залежності від вигляду функції y будемо мати різні варіанти оцінки прогнозування. В рамках статистичного підходу звичайно використовують критерій мінімуму середнього значення квадрату похибки прогнозування:

$$M\left[\left(x(n) - \hat{\delta}(n)\right)^2\right] \to \min.$$

Розкриємо даний критерій, при цьому його ліва частина зводиться до наступного виразу

$$M\left[x^2(n) - 2x(n)y(...) + y^2(...)\right] =$$

$$= \sigma_x^2 - 2y(...)M\left[x(n)/x(n-1),...,x(n-M)\right] + y^2,$$

де враховано, що

$$D\left[x(n)\right] = \sigma_x^2 = \text{const}, \; M\left[x(n)\right] = 0,$$

а $M\left[x(n)/x(n-1),...,x(n-M)\right]$ – умовне математичне очікування випадкового процесу в момент часу $t = n$ в припущенні, що його значення в M попередніх моментах часу апріорі відомі. У відповідності з загальним правилом вирішення оптимізаційних задач назвемо останній вираз цільовою функцією відносно оптимізаційної змінної $y(...)$ та позначимо її як $J(y)$. Після цього знайдемо оптимальне значення $y(...)$ з умови досягнення мінімуму цільовим функціоналом:

$$y_{opt}(...) : J(y) \to \min.$$

$$\frac{\partial J(y)}{\partial y} = -2M\begin{bmatrix} x(n)/x(n-1), \\ ..., x(n-M) \end{bmatrix} + 2y(...)\Bigg|_{y=y_{opt}} = 0.$$

Вирішуючи отримане оптимізаційне рівняння, отримуємо

$$y_{opt} = y\left(x(n),...,x(n-M)\right) = \hat{\hat{o}}(n) = \\ = M\left[x(n)/x(n-1),...,x(n-M)\right]. \tag{2}$$

Оптимальний з точки зору мінімуму квадрату помилки $z(n) = x(n) - \hat{\hat{o}}(n)$ прогноз у загальному випадку будується по формулі умовного математичного очікування. По визначенню умовного математичного сподівання [7] можна записати

$$M\left[x(n)/x(n-1),x(n-2),...,x(n-M)\right] = \\ = \int x(n)f\left(x(n)\,/\,x(n-1),...,x(n-M)dx(n)\right),$$

$$\text{äå}\quad f\left(x(n)/x(n-1),...x(n-M)\right) = \\ = \frac{f\left(x(n),x(n-1),...,x(n-M)\right)}{f\left(x(n-1),...x(n-M)\right)}.$$

В багатьох випадках багатомірний закон розподілу ВЧР завчасно не відомий, тому вираз (2) не вдається розкрити в явному вигляді. У випадку знання точного вигляду багатомірного закону розподілу, завдання його прогнозування втрачає свою актуальність, що є прямим наслідком проблеми апріорної невизначеності. Проте, цю проблему вдається обійти, якщо використовувати спільно з (2) деяку нелінійну модель випадкового часового ряду, наприклад відомою моделлю авторегресії. Процес авторегресіїM-го порядку описується наступним рекурентним виразом [4]

$$x(n) = a_1x(n-1) + \\ +a_2x(n-2) + ... + a_Mx(n-M) + \eta(n), \tag{3}$$

де $a_1,...,a_M$ - вектор коефіцієнтів авторегресії заданого порядку $M < \infty$, $\eta(n)$ – білий гаусівський шум з нульовим математичним сподіванням $M\left[\eta(n)\right] = 0$ та постійною дисперсією $\sigma_\eta^2 = \text{const}$. При використанні авторегресійної моделі отримаємо лінійну залежність оцінки прогнозування

$$\hat{x}(n) = a_1x(n-1) + ... + a_Mx(n-M). \tag{4}$$

Дисперсія помилки прогнозування

$$M\left[\left(x(n) - \hat{x}(n)\right)^2\right] = \sigma_\eta^2 = \text{const}$$

дорівнює в зазначеному випадку дисперсії породжуючого шуму.

Перехід від (2) до (4) може бути суворо обґрунтований тільки у випадку гаусівського розподілу $f\left(x(0),...,x(n-1)\right)$ процесу $X(t)$. Оптимальний прогноз по формулі (2) зводиться до лінійної залежності (4). У решті випадків це не так, проте для проведення практичних розрахунків перевагу віддають найчастіше лінійній моделі (3), враховуючи те, що поширення гаусівського розподілу в задачах статистичного аналізу [4, 7, 8], а також завдяки універсальному характеру авторегресивної (АР) моделі при відповідному виборі її параметрів: $a_1,...,a_M$ та порядку M [9], та за високі експлуатаційні властивості лінійних моделей та оцінок (4) в задачах статистичного прогнозування [10]. Так, залежність (4) легко перетворюється в рекурентний вираз для прогнозування на довільну кількість кроків l в майбутнє виду де замість відліків, які не спостерігаються $x(n+l-1),...,x(n)$ використовуються їх попередні оцінки прогнозування на менше число кроків до $l-1$ включно:

$$\begin{aligned} &\hat{\hat{o}}(n) = a_1x(n-1) + ... + a_Mx(n-M), \\ &\hat{\hat{o}}(n+1) = a_1\hat{\hat{o}}(n) + a_2x(n-1) + ... + a_Mx(n+1-M), \\ &\hat{\hat{o}}(n+2) = a_1\hat{\hat{o}}(n+1) + a_2\hat{\hat{o}}(n) + a_3x(n-1) + ... + \\ &\qquad + a_Mx(n+2-M), \\ &... \\ &\hat{\hat{o}}(n+l) = a_1\hat{\hat{o}}(n+l-1) + ... + a_l\hat{\hat{o}}(n) + \\ &\qquad + a_{l+1}x(n-1) + ... + a_mx(n+l-M). \end{aligned} \tag{5}$$

Спираючись на вирази (4) та (5) зведемо вирішуєму задачу оптимізації прогнозу $\hat{\hat{o}}(n)$ до оптимізації вектора її параметрів $\vec{a} = \left(a_1,...,a_M\right)^T$. За критерієм мінімуму середнього квадрату помилки отримаємо:

$$\hat{x}(n)_{opt} : M\left[\left(x(n) - \sum_{i=1}^{M}a_ix(n-i)\right)^2\right] =$$

$$= M\left[\left(x(n) - \vec{a}^T\vec{x}_M\right)^2\right] =$$

$$= M\left[x^2(n) - 2\vec{a}^T\vec{x}_Mx(n) + \vec{a}^T\vec{x}_M\vec{x}_M^T\vec{a}\right] =$$

$$= \sigma_X^2 - 2\vec{a}^TM\left[x(n)\vec{x}_M\right] + \vec{a}^TM\left[\vec{x}_M\vec{x}_M^T\right]\vec{a} =$$

$$= \sigma_X^2 - 2\vec{a}^T\vec{k}_M + \vec{a}^TK_{M\times M}\vec{a} = \sigma_Z^2\left(\vec{a}\right) \to \min,$$

де $\vec{x}_M = \mathrm{col}\left(x(n-1),x(n-2),...,x(n-M)\right)$ – вектор-стовбець послідовності відліків часового ряду, $\vec{k}_M = M\left[x(n)\vec{x}_M\right]$ - вектор-стовбець коефіцієнтів автокореляції, $K_{M\times M} = M\left[\vec{x}_M\vec{x}_M^T\right]$ - автокореляційна матриця процесу $X(t)$ розміром $M \times M$. Оптимальний прогноз відбувається при використанні в (4) оптимального вектора параметрів, що відповідають системі з M оптимізаційних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma_Z^2}{\partial a_1} = 0; \\ \vdots \\ \dfrac{\partial\sigma_Z^2}{\partial a_M} = 0, \end{cases}$$

або у матричному вигляді:

$$\operatorname{grad}\sigma_z^2\left(\vec{a}_{opt}\right)=\vec{0};$$

$$0-2\vec{k}_M+2K_{M\times M}\vec{a}_{opt}=0.$$

Вирішуючи наступне рівняння, отримаємо

$$\vec{a}_{opt}=K_{M\times M}^{-1}\vec{k}_M\,. \qquad (6)$$

Отриманий вираз має назву рівняння Юла-Уокера [9] та визначає оптимальне в розумінні мінімуму дисперсії помилки прогнозування значення вектора коефіцієнтів $\vec{a}$ в лінійній оцінці прогнозування (4). Видно, що її значення залежить виключно від кореляційних властивостей аналізуємого часового ряду $X(t)$. Проте, при проведення перерахунків до результуючої помилки прогнозування похибки оцінювання АР-коефіцієнтів багатократно підсилюються, особливо при великому порядку АР-моделей.

Тому такі відомі методи авторегресивного аналізу, як метод найменших квадратів, Блекмана-Тьюкі та інші, досить ефективні при інших обставинах, стосовно задач прогнозування часто не забезпечують прийнятних для проведення практичних розрахунків результатів. Зроблений висновок суворо обґрунтований в законі “великого параметру” [11]: сфера використання адаптивного підходу в класичній інтерпретації обмежується колом задач, в яких відношення $N/M>>1$,тобто при досить великих об’ємах спостережень. Нажаль не всі задачі, особливо задачі аналізу складної сигнально-завадової обстановки, відповідають заданій вимозі. Для багатьох задач характерним є протилежний випадок $N/M\le 10$ [12, 13]. По-перше, число спостережень обмежено кінцевою довжиною інтервалів стаціонарності інформаційних процесів. По-друге, порядок АР-моделей (3) примусово встановлюють заздалегідь великим, щоб врахувати всі основні діючі в реальних процесах закономірності [9]. Проблема пошуку оптимального прогнозу таким чином переходить до зовсім іншої площини: оскільки в асимптотиці, тобто. при нескінченому об’ємі вибірки спостережень, всі відомі методи дають однакові оцінки коефіцієнтів авторегресії, то основна відмінність між методами полягає в їх швидкодії або швидкості збіжності вибіркових оцінок до їх дійсних значень. У вказаних умовах необхідний інший підхід, принципово націлений на обробку кінцевих масивів даних. Такий підхід існує в інформаційній теорії адаптивного спектрального оцінювання випадкових процесів та полів, побудованих навколо принципу мінімаксу ентропії спостережень [12].

Повернемося до вихідного рівняння авторегресійної моделі (3) та перепишемо його в інверсному вигляді:

$$\eta(n)=x(n)-\sum_{i=1}^{M}a_i x(n-i)\,. \qquad (7)$$

Отримане рівняння можна розглядати як лінійне перетворення випадкового процесу $X(t)$ в “білий” або незалежний шум $\eta(t)$. Перетворення такого роду називається “обіленням” або деко реляцією випадкових процесів [13]. Практичною реалізацією декореляції служить лінійний обілюючий фільтр. В контексті сказаного рівняння (7) описує динаміку трансверсального обілюючого фільтру М-го порядку з постійними коефіцієнтами $a_1,...,a_M$. Задати такий фільтр - це значить задати його вектор вагових коефіцієнтів. С іншої сторони, задаючись обілюючим фільтром визначеної структури (7), одночасно будемо мати відповідний варіант прогнозу (4). Тому задача прогнозування в виразах (4)-(6) може бути зведена до еквівалентної задачі пошуку оптимальної структури обілюючого фільтру (7).В умовах апріорної невизначеності відносно дійсних параметрів АР-моделі (3) необхідний обілюючий фільтр повинен бути виконаний в адаптивному варіанті, що припускає заданий алгоритм налаштування його параметрів $a_1,...,a_M$ по наявній вибірці спостережень. В основі таких алгоритмів використовуються різноманітні методи стохастичної апроксимації [14, 15].

Причому перевага віддається методам з удосконаленими динамічними властивостями, що орієнтовані на обробку невеликих масивів даних. Найбільш визначні результати в цьому перспективному науковому напрямку досягнуті в галузі синтезу та аналізу адаптивних методів нелінійного спектрального оцінювання [39]. Розроблені в рамках універсального теоретико-інформаційного підходу методи авторегресійного аналізу, такі як методи лінійного передбачення, максимальної ентропії, максимальної правдоподібності та інші, використовують обілюючий фільтр в якості ключового ланцюга адаптивної обробки інформації. За своїми швидкісними характеристикам вони набагато перевищують класичний метод найменших квадратів. Запишемо рівняння стохастичної апроксимації в такому вигляді

$$\Re_a^{(M)}=\vec{k}_M+K_{M\times M}\vec{a}_M\,, \qquad (8)$$

розкриваючи в ньому кореляційні величини, позначаючи $\vec{x}_M(n)=\operatorname{col}\left\{x(n-i),i=\overline{1,M}\right\}$, отримаємо

$$\begin{aligned}&M\left[\vec{x}_{M(n)x(n)}+\vec{x}_M(n)\vec{x}_M^{T}(n)\vec{a}_M\right]=\\&=M\left[\Im_a(n)\right]=\vec{0}.\end{aligned} \qquad (9)$$

Виникає класична задача стохастичної апроксимації: в результаті послідовний наближень (ітерацій) $\vec{a}_M(1),\vec{a}_M(2),...$ знайти $\vec{a}_{opt}$ – оптимальний вектор, що відповідає рівнянню (6). Для його вирішення можна використати такий рекурентний алгоритм

$$\vec{a}_M(n+1)=\vec{a}_M(n)+\lambda_n\left[\Re_a^{(M)}-\Im_a(n)\right], \quad (10)$$

де λ_n - в загальному випадку змінний крок ітерацій. Підставляючи в (10) визначення векторних величин з (8) та (9) отримаємо:

$$\vec{a}_M(n+1) = \vec{a}_M(n) + \lambda_n \vec{x}_M(n) z_M(n), \quad (11)$$

де $z_M(n) = x(n) + \vec{a}_M^T \vec{x}_M(n)$, $n = 0,1...$ – помилка лінійного передбачення в дискретному часі n.

Отриманий результат визначає знаходжуємий алгоритм роботи фільтру помилки передбачення. При виконанні визначених умов [12] при виборі кроку ітерацій забезпечується асимптотична збіжність наближення (11) до оптимального рішення (6) з ймовірністю близькою до одиниці. Вказаним умовам відповідає, наприклад, гармонічна змінна $\lambda_n = 1/(n+1)$, $n = 0,1,...$, що відповідає найкращому алгоритму з точки зори досягаємої швидкості його збіжності. В іншому можливому та найбільш простому в реалізації варіанті вибору кроку ітерації $\lambda_n < tr^{-1} K_{M \times M} = const$, де $tr(\ )$ – сума діагональних елементів квадратної матриці автоковаріації, що забезпечує швидкість збіжності алгоритму (11) в середньоквадратичному сенсі. Такий підхід реалізований у відомому методі максимальної ентропії (Берга) [16]. Його центральним ланцюгом є решітчастий фільтр лінійного передбачення M-го порядку. Динаміка фільтру описується рекурентним виразом

$$z_m^f(n) = z_{m-1}^f(n) + \rho_m z_{m-1}^b(n-1); \quad (12)$$

$$z_m^b(n) = z_{m-1}^b(n) + \rho_m z_{m-1}^f(n), m = 1...M, \quad (13)$$

де $\rho_1,...,\rho_M$ - коефіцієнти відбиття решітчастого фільтру, $z_i^f(n), z_i^b(n), i = \overline{1,M}$ - значення помилок лінійного передбачення вперед та назад відповідно. При цьому початкові значення помилок лінійного передбачення (помилки нульового порядку) прирівнюється самому сигналу $z_0^f(n) = z_0^b(n) = x(n)$.

До переваг решітчастого фільтру можна віднести малу чутливість до шуму округлення та їх флуктуаціям (випадковим збуренням) значень коефіцієнтів [17]. Крім того, помилки передбачення назад на виході кожної ступені взаємно ортогональні. Ідея алгоритму Берга зводиться до мінімізації арифметичного середнього квадрату помилок лінійного передбачення вперед та назад при кожному значенні порядку m.

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{N}\sum_{n=m+1}^{N}\left|z_m^f(n)\right|^2 + \frac{1}{N}\sum_{n=m+1}^{N}\left|z_m^b(n)\right|^2\right]. \quad (14)$$

Результатом мінімізації є вираз для оцінки коефіцієнтів відбиття по методу найменших квадратів:

$$\rho_m = \frac{-2\sum_{n=m+1}^{N} z_{m-1}^f(n) z_{m-1}^b(n-1)}{\sum_{n=m+1}^{N}\left|z_{m-1}^f(n)\right|^2 + \sum_{n=m+1}^{N}\left|z_{m-1}^b(n-1)\right|^2}. \quad (15)$$

Дана оцінка коефіцієнта відбиття представляє собою гармонічне середнє коефіцієнтів частотної кореляції помилок передбачення вперед та назад. Після визначення коефіцієнтів відбиття використовуємо алгоритм Левінсона, що зв'язує коефіцієнти авторегресії порядку m та порядку m-1:

$$a_m(k) = a_{m-1}(k) + \rho_m a_{m-1}(m-k), 1 \le k \le m-1,$$

причому, по властивостям коефіцієнтів авторегресії нульовий коефіцієнт завжди рівний одиниці. Як висновок, можемо записати узгодження дисперсії вхідного сигналу $X(t)$ та породжуючого шуму $\eta(t)$ ^

$$\sigma_\eta^2 = \prod_{m-1}^{M}\left(1-\rho_m^2\right)\sigma_x^2. \quad (17)$$

Сукупність виразів (12)-(17) складають метод Берга. Проаналізуємо вирази (12) та (13), що описують динаміку решітчастого фільтра у випадку кінцевої вибірки спостережень $N < \infty$. Враховуючи відоме [6] відношення для дисперсій отримуємо

$$\sigma_M^2(N) = \sigma_{M_{min}}^2 + \sum_{m=1}^{M}\frac{\sigma_{m-1}^2\left(1-\rho_m^2\right)}{N}. \quad (18)$$

У свою чергу дисперсія породжуючого шуму в АР-моделі спостережень (3) у відповідності з (17) рівна

$$\sigma_\eta^2(N) = \sigma_x^2 \prod_{m-1}^{N}\left(\frac{N-1}{N}\left(1-\rho_m^2\right) - \frac{2\rho_m^2}{N}\right). \quad (19)$$

У випадку слабокорельованого процесу $\rho_m << 1$ величиною $2\rho_m^2/N$ можна знехтувати. Таким чином в першому наближенні отримаємо наступні вирази для залежності дисперсії породжуючого шуму від об'єму вибірки спостережень

$$\sigma_\eta^2(M,N) = \left(1-\frac{1}{N}\right)^M \sigma_{M_{min}}^2. \quad (20)$$

Врахуємо при цьому, що виходячи з властивостей компенсуючого фільтру решітчастої структури [6] та виразу (17), отримаємо наступні співвідношення для дисперсій некомпенсованого

$$\sigma_{M1_{min}}^2 \ge \sigma_{M2_{min}}^2 \forall M_2 > M_1.$$

Також тривалість перехідного процесу (швидкість збіжності оцінок) залежить від обраного порядку фільтру. Фільтр більш складної структури більш вимогливий до об'єму вибіркових даних, тобто швидкість збіжності вибіркових оцінок до невідомих істинних значень нижче. Факт наявності перехідного процесу говорить про те, що для випадку кінцевих вибірок спостереження оцінка вектора авторегресії, а разом з нею та лінійна оцінка прогнозування, не можуть бути оптимальними.

Висновки

1. В роботі проведений аналіз методів прогнозування сигнально-завадової обстановки в системах MIMO безпілотних авіаційних комплексів.

При малих значеннях порядку використовуємої авторегресійної моделі швидкість збіжності її параметрів до своїх істинних значень максимальна, тобто для адаптації моделі достатньо невеликого об'єму вибірки. Проте використання малого порядку моделі може призвести до отримання оцінки прогнозування, точність якої буде заздалегідь нижче, потенційно досяжної у даних умовах. Вибір порядку АР-моделі напряму пов'язаний зі складністю аналізуємого часового ряду, з наявністю в ньому кореляційних залежностей високого порядку.

2. Великий порядок моделі дозволяє врахувати більше число кореляційних залежностей, проте в даних умовах пропорційно зростають вимоги до об'єму вибіркових даних. Збільшуючи до нескінченності об'єм аналізуємої вибірки є ризик не отримати більш об'єктивних оцінок кореляційних властивостей, але й отримати результати що не відображають станів часового ряду.

3. При рішення задачі прогнозування необхідно виходити з наявності для аналізу кінцевої вибірки спостережень, враховувати динамічні властивості алгоритму оцінювання авторегресивних коефіцієнтів (з оптимальністю лише в асимптотиці), та в принципово обмежену точність оцінок прогнозування, яка істотно нижче теоретично досяжної.

Напрямком подальших досліджень є розробка методики прогнозування сигнально-завадової обстановки каналів управління та передачі даних безпілотних авіаційних комплексів з MIMO.

Список літератури

1. Proceedings of 12 thInternational Conference & Exhibition UAS, Paris, France. 2010 [Електрон. ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: http:// www. uas2011. org/.

2. Беспилотные летательные аппараты: Методики приближенных расчетов основных параметров и характеристик / В.М. Илюшко, М.М. Митрахович, А.В. Самков, В.И. Силков, О.В. Соловьев, В.И. Стрельников. Под общ. ред. В.И. Силкова. - К.:ЦНИИ ВВТ ВСУкраины, 2009. – 302 с.

3. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов. - М.: Мир, 1976. – 756 с.

4. Бриллинджер Д. Временные ряды. – М.: Мир, 1980. – 536 с

5. Саваραги Е., Соэда Т., Накимозо Т. "Классические" методы и оценивание временных рядов. – М.: Мир, 1983.

6. Савченко В.В. Обнаружение и прогнозирование разладки случайного процесса на основе спектрального оценивания // Автометрия, 1996. – № 2. – С. 77-84.

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. вентцель. – М.: Высшая школа., 2002. – 275 с.

8. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования / Ю.П. Лукашин. – М.: Статистика, 1979. – 254 с.

9. Марпл-мл. С Л . Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с

10. Лукашин Ю.П. Анализ временных рядов по методу авторегрессии скользящей средней. Статистические методы анализа (алгоритмы и программы). М.: ИМЭМО АН СССР, 1975, вып 5.

11. Макхол Дж. Линейное предсказание: Обзор // ТИИЭР. – 1975. – Т. 63. – С. 20-44

12. Савченко В.В. Адаптивные методы спектрального оценивания на основе принципа минимакса энтропии: автореф. дисс. ... д.т.н. (Нижегородский гос. техн. университет). Н.Новгород, 1993.

13. Адаптивные фильтры / Под. ред. К.Ф. Коуэна, П.М. Гранта: Пер. с англ. – М.:Мир, 1988. – 388 с.

14. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1968. – 399 с.

15. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем. / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1970.

16. Burg J.P. Maximum Entropy Spectral Analysis, Ph.D. Dissertation. Department of Geophysics, Stanford University, Stanford, Galif, May 1975.

17. Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработкиданных // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70. – № 9. – С. 95-125.

Надійшла до редколегії 15.09.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.О. Романенко, Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, Київ.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СИГНАЛЬНО-ПОМЕХОВОЙ ОБСТАНОВКИ В СИСТЕМАХ MIMO БЕСПИЛОТНЫХ АВИАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

С.Н. Петрук

В статье проведен анализ известных методов прогнозирования случайного временного ряда, который взят за основу для описания сигнально-помеховой обстановки в системах MIMO беспилотных авиационных комплексов. Проведено постановку и решение задачи оптимального прогнозирования случайного временного ряда и разработан алгоритм оценивания АР-параметров на основе метода максимальной энтропии.

Ключевые слова: *беспилотные авиационные комплексы, сигнально-помеховой обстановка, прогнозирование, каналы управления и передачи данных, вероятность битовой ошибки, радиоэлектронное подавление.*

ANALYSIS OF METHODS OF PREDICTING SIGNAL-TO-INTERFERENCE CONDITION IN THE MIMO SYSTEM UNMANNED AIRCRAFT SYSTEMS

S.N. Petruk

In the article was made analysis of famous methods of predicting random time series, which taken as a basis for describing the signal-to-interference condition in the MIMO system unmanned aircraft systems. Was made formulation and solution of the optimal prediction of random time series and developed an algorithm for estimation of AR-parameters based on the method of maximum entropy.

Keywords: *unmanned aviation complex, signal-code construction, predicting, control channels and data transmission, bit error probability, radio-electronic suppression.*