УДК 681.5

Р.В. Захарченко

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава

РОЗВ'ЯЗАНЕ КЕРУВАННЯ БАГАТОВИМІРНИМИ СИСТЕМАМИ

У статті розглянуто можливість застосування розв'язаного керування багатовимірними системами за допомогою залежних і незалежних розв'язуючих мереж.

Ключові слова: *багатовимірні системи, розв'язуючі мережі, матриця передавальних функцій, система управління.*

Вступ

В теорії автоматичного управління процеси, що мають тільки один керований вхід і один вихід класифікуються як системи з одним входом і одним виходом (SISO, single-input single-output). Однак більшість реальних процесів не відповідають такій простій моделі управління.

Системи з більше ніж одним контуром управління відомі як системи з кількома входами і кількома виходами (MIMO, multi-input multi-output) або багатовимірні системи.

В загальному випадку кожен вхід системи впливає на кожен її вихід. Тому, для того, щоб кілька контурів управління успішно функціонували, кожен контур повинен мати інформацію про роботу інших. У іншому випадку, при спробі досягнення своїх відповідних цілей, контури можуть протидіяти один одному. Це явище відоме як перехресні зв'язки.

Нехтування перехресними зв'язками при розробці системи управління, може призвести до нестабільності системи.

Розглянемо відносно простий підхід до компенсації перехресних зв'язків: створення багатовимірних підходів управління за допомогою розв'язуючих мереж, спрямованих на усунення взаємодії між контурами управління.

Підходи до вирішення проблеми

Популярним підходом до вирішення проблеми зв'язності контурів управління є створення незв'язних або розв'язаних схем управління. Завданням при цьому є повне усунення ефекту зв'язності контурів. Це досягається за допомогою визначення компенсаційних мереж, відомих як розв'язувальні системи (рис. 1).

По суті, роль розв'язувальних систем полягає в розкладанні багатовимірного процесу в серію незалежних одно контурних підсистем. Якщо така ситуація може бути досягнута, то отримується повна або ідеальна розв'язка і багатовимірний процес може бути керований за допомогою незалежних контурів управління.

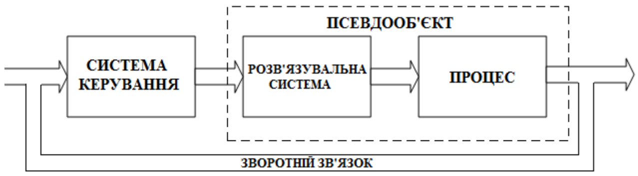

Рис. 1. Загальна структура розв'язаної системи управління

Як і у випадку представлення входів-виходів багатовимірних процесів, представлення розв'язуючих пристроїв може мати різні структури, наприклад, P- або V-представлення. Однак P-представлення є більш поширеним.

Розв'язуюча мережа Боксенбома і Гуда.

Структура розв'язуючої мережі Боксенбома і Гуда [2] приведена на рис. 2.

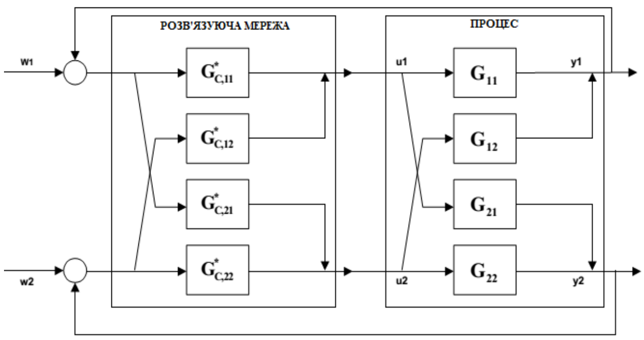

Рис. 2. Розв'язуюча система управління Боксенбома і Гуда

Нехай G_c^* є матрицею елементів розв'язки, а G – матрицею передавальних функцій процесу:

$$G_c^* = \begin{bmatrix} G_{c11}^* & G_{c12}^* \\ G_{c21}^* & G_{c22}^* \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

а $Y = [y_1, y_2]^T$ і $U = [u_1, u_2]^T$ – вектори виходу і керованого входу відповідно.

Вводячи вектор заданих значень або опорних сигналів $W = [w_1, w_2]^T$ отримуємо таке рівняння:

$$Y = GG_c^*\left(W - Y\right). \quad (3)$$

Виражаючи Y отримуємо вираз для замкненого контура:

$$Y = \left[I + GG_c^*\right]^{-1} GG_c^* W. \quad (4)$$

Для того, щоб окремі контури замкненої системи були незалежними один від одного, необхідно, щоб виконувалася умова:

$$X = \left[I + GG_c^*\right]^{-1} GG_c^* = \mathrm{diag}\left[x_1, x_2\right], \quad (5)$$

тобто X повинна бути діагональною матрицею. Так як сумою і добутком двох діагональних матриць є діагональна матриця, і зворотна до діагональної матриці також є діагональною матрицею, то вимога може бути забезпечено, якщо GG_c^* є діагональною матрицею, тобто

$$GG_c^* = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{c11}^* & G_{c12}^* \\ G_{c21}^* & G_{c22}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

або

$$\begin{bmatrix} G_{11}G_{c11}^* + G_{12}G_{c21}^* & G_{11}G_{c12}^* + G_{12}G_{c22}^* \\ G_{21}G_{c11}^* + G_{22}G_{c21}^* & G_{21}G_{c12}^* + G_{22}G_{c22}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Прирівнюючи відповідні елементи матриць отримуємо систему з чотирьох рівнянь:

$$q_1 = G_{11}G_{c11}^* + G_{12}G_{c21}^*, \quad (8)$$

$$0 = G_{11}G_{c12}^* + G_{12}G_{c22}^*, \quad (9)$$

$$0 = G_{21}G_{c11}^* + G_{22}G_{c21}^*, \quad (10)$$

$$q_2 = G_{21}G_{c12}^* + G_{22}G_{c22}^*. \quad (11)$$

Розв'язуючи систему рівнянь отримуємо:

$$G_{c12}^* = \frac{-G_{12}G_{c22}^*}{G_{11}}, \quad (12)$$

$$G_{c21}^* = \frac{-G_{21}G_{c11}^*}{G_{22}}. \quad (13)$$

Якщо у якості прямих розв'язуючих елементів G_{c11}^* і G_{c22}^*, взяти, наприклад, ПІ-регулятори, то знаючи передавальні функції процесу розв'язуюча мережа може бути повністю визначена. Ця методика синтезу потребує знання матриці передавальних функцій процесу G і підкреслює корисність представлення процесу в Р-канонічній формі, оскільки її передавальні функції можуть бути отримані експериментально.

Однак, при наявності збурень у системі, ця методика розв'язку потребує іншого підходу. Якщо прямі елементи компенсації G_{c11}^* і G_{c22}^* підстроюються автоматично під час роботи, то недіагональні елементи мають також бути перераховані. Хоча це не є серйозною проблемою при реалізації розв'язуючої системи за допомогою мікропроцесорів. Взаємозалежність елементів розв'язки стає важливим недоліком, коли один з контурів керується вручну. Тоді ефект розв'язування буде втрачений.

Метод Залкінда і Любена.

Приведене вище підкреслює необхідність незалежності мережі розв'язки від регуляторів контурів. Одним з таких методів є метод Залкінда і Любена (рис. 3) [4].

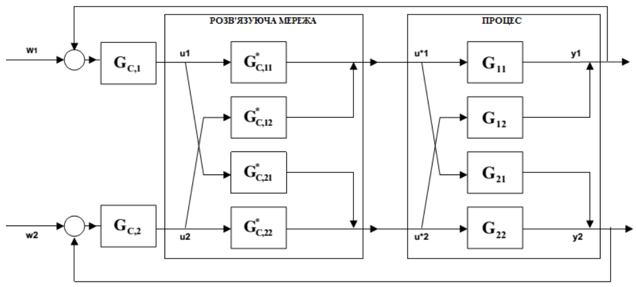

Рис. 3. Незалежна розв'язуюча система управління Залкінда і Любена

Тут, окрім розв'язуючої мережі присутні два додаткові блоки, які є регуляторами прямих каналів. На відміну від попередньої методики, розв'язуючі пристрої формують вторинні блоки посткомпенсації і дозволяють більшу гнучкість у реалізації та введенні в експлуатацію невзаємодіючої схеми управління. Позначимо матрицю управління прямих каналів як G_c з виходом u, а вихід розв'язуючої мережі – як u*. Система описується такими співвідношеннями:

$$Y = GG_c^* U = GG_c^* G_c\left(W - Y\right). \quad (14)$$

Метою розв'язування є штучне створення ситуації, коли регулятори прямих каналів "вважатимуть", що вони керують двома незалежними контурами. Оскільки G_c є діагональною матрицею, то мета буде досягнута при умові:

$$X = GG_c^* = \mathrm{diag}\left[x_1, x_2\right]. \quad (15)$$

Звідси G_c^* дорівнює:

$$G_c^* = G^{-1}X = \begin{bmatrix} G_{22}x_1 & -G_{12}x_2 \\ -G_{21}x_1 & G_{11}x_2 \end{bmatrix} \frac{1}{\det(G)}. \quad (16)$$

Найпростішою формою цієї матриці є матриця з одиничною діагоналлю, а саме:

$$G_{c11}^* = G_{c22}^* = 1, \quad (17)$$

що призводить до таких недіагональних елементів:

$$G_{c12}^* = -\frac{G_{12}}{G_{11}}, \quad (18)$$

$$G_{c21}^* = -\frac{G_{21}}{G_{22}}. \quad (19)$$

Вище наведені рівняння показують, що при цій методиці елементи розв'язування не залежать від регуляторів прямих каналів. Переналаштування регуляторів не вимагає переналаштування елементів розв'язування, більш того, регулятори можуть бути змінені, скажімо, з ПІ на ПІД або взагалі на ручне керування без втрати розв'язування системи. Відзначимо також, що розв'язування відбувається між сигналами управління прямими каналами і виходами процесу, а не між сигналами завдання і виходами процесу. Однак, як і в попередньому методі, матриця передавальних функцій процесу має бути відомою.

Зауваження по реалізації

Теорія розв'язування базується на припущенні про лінійність процесів і можливості досягнення точного скорочення динаміки чисельника і знаменника. Це виключає застосування до систем з немінімальнофазовою поведінкою, тобто систем з нестійкими нулями. Оскільки процедура скорочення переводить нулі в полюси, що може призвести до нестійких елементів розв'язування. Аналогічна проблема виникає при використанні помилкової моделі процесу. Скорочення буде неповним і може призвести до нестійких полюсів замкненої системи. Навіть якщо доступна точна модель процесу, динаміка високого порядку може зробити реалізацію занадто складною.

Більш специфічна проблема реалізації відноситься до часових затримок, пов'язаних із елементами матриці передавальних функцій процесу [6]. Нехай:

$$G_{12} = \frac{K_{12} e^{-\theta_{12}}}{1+\tau_{12} s}, \quad (20)$$

$$G_{11} = \frac{K_{11} e^{-\theta_{11}}}{1+\tau_{11} s}, \quad (21)$$

де θ_{ij} і τ_{ij} позначають час запізнення та сталу часу відповідно, тоді

$$G^*_{c12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = -\frac{K_{12}\left(1+\tau_{11}s\right)}{K_{11}\left(1+\tau_{12}s\right)} e^{\left(\theta_{11}-\theta_{12}\right)}. \quad (22)$$

Якщо $\theta_{11}>\theta_{12}$, то аргумент експоненти буде позитивним, що означає, що для реалізації необхідні майбутні значення змінних процесу.

Стосовно прикладу з часом затримки, перше наближення може дозволити знехтувати ефектами часу затримки під час розрахунку елементів розв'язування. Проблема динаміки високого порядку також може бути полегшена створенням розв'язувальної мережі, заснованої на редукованій моделі процесу меншого порядку. Часткове розв'язування може бути використане, якщо вплив одного з членів зв'язку вважається незначним. Більш різке спрощення ігнорує динаміку і повністю покладається на статичні розв'язувальні ланки. При цьому передавальні функції процесу G_{ij} апроксимуються коефіцієнтами підсилення K_{ij}. При цьому уникається проблема немінімальнофазової поведінки [3 – 5, 7].

Висновки

Застосування розв'язувальних мереж для забезпечення незв'язного багатовимірного управління дозволяє здійснювати керування складними реальними багатовимірними системами без врахування внутрішніх перехресних зв'язків. Хоча синтез розв'язувальних мереж пов'язаний з деякими складнощами, як показала практика, прийняття спрощень у моделі об'єкта керування дозволяє отримати гарні якісні характеристики перехідних процесів і обійти деякі проблеми, аналітичне вирішення яких є неможливе.

Список літератури

1. Tham M.T. Multivariable control: an introduction to decoupling control. An Introduction to Decoupling Control, MTT, July 1999.

2. Boksenbom, A.S. and Hood R. General algebraic method applied to control analysis of complex engine types. Report NCA-TR-980, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D.C, 1949.

3. Fagervik, K.C., Waller, K.V.T. and Hammarstrom, L.G. One way and two way decoupling in distillation. Proc. 31st Canadian Chemical Engineering Conference, Montreal, 1981.

4. Luyben, W.L. Distillation decoupling. AIChE Journal, 1970, Vol. 16.

5. McAvoy, T.J. Steady-state decoupling of distillation columns. Ind. Eng. Chem. Fundamentals, 1979, Vol.18, No.3.

6. Niederlinski, A. Two variable distillation control: decouple or not decouple. AIChE Journal, 1971, Vol. 17, No.5.

7. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пос. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

8. Остапенко Ю.О. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів керування / Ю.О. Остапенко. – К: Задруга, 1999. – 420 с.

Надійшла до редколегії 18.10.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Державний університет телекомунікацій, Київ.

РАЗВЯЗАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОМЕРНЫМИ СИСТЕМАМИ

Р.В. Захарченко

В статье рассмотрена возможность применения развязанного управления многомерными системами с помощью зависимых и независимых развязывающих сетей.

***Ключевые слова:** многомерные системы, развязывающие сети, матрица передаточных функций, система управления.*

DECOUPLING CONTROL OF MULTIVARIABLE SYSTEMS

R.V. Zaharchenko

The article considers decoupled control of multivariable systems possibility by using dependent and independent decoupling networks.

***Keywords:** multivariable systems, decoupling network, transfer functions matrix, control system.*